

შალვა გაგოშიძე

წყლის პერიოდულ ტალღურ
მოძრაობათა ბაანბარიშების
ანალიზური მეთოდები



„ტექნიკური უნივერსიტეტი“



Shalva Gagoshidze - Doctor of Technical Science, Emeritus Professor of Civil Engineering Faculty of Georgian Technical University. Member of the Worlds International Association of Hydraulic Research (IAHR); Member of the Sigma Xi American Association of Scientists; Member of the Engineer Academy of Georgia; Participated in over 15 International scientific congresses, conferences and symposia. Author of more than 100 scientific publications

ANALYTICAL METHODS FOR CALCULATION OF PERIODICAL WATER WAVES

The monograph is dedicated to the development of an accurate and, at the same time, easily applicable hydrodynamic theory of the motion of water waves in the coastal zone. It is based on the use of the Galerkin-Kantorovich direct method, with a choice of basis functions that exactly satisfy all boundary conditions including the Sommerfeld radiation condition. This approach leads to obtaining new evolutionary equations, which are not difficult to solve with asymptotical WKB method.

The obtained WKB-solutions enable one to easily determine a three-dimensional velocity field and to construct the refraction picture of the wave surface near the coast having an arbitrary angle of slope to the horizon varying from $\approx 0^\circ$ to 180° . These results are compared with Stoker's particular (but also difficult) solution for a vertical cliff. Moreover, it is shown for the first time that the constructed Schrödinger type evolutionary equation leads to the formation of the so-called "potential wells" if the angle of coast slope to the horizon exceeds 45° , while the angle given at infinity (i.e. on large distances from the shore) between wave crests and the coastline exceeds 75° . This theoretical result expressed in terms of elementary functions is remarkably consistent with Pearson's experimental observations;

During the consideration of wave motions in the narrowing water areas, the notions of "wide" and "narrow" water areas are introduced for the first time in wave hydrodynamics. It is shown that the Green's law on the wave height growth holds true only for the narrow part of the water area, whereas in the wide part the narrowing of the water area leads to an insignificant decrease of the wave height;

The hydrodynamic stability of streams in gravity-flow cylindrical conduits is also studied;

By the correct linearization of shallow water equations, a number of unique results for waves on running streams are obtained. In particular, the wave propagation against the flow is blocked by a stream with Froude number $Fr > 2/3$, but not with $Fr > 1$, as previously thought. New relations are derived for the conjugate depths of all types of hydraulic jumps and discontinuous roll-waves.

The monograph is written in the Georgian language

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

შალვა გაგოშიძე

წყლის პერიოდულ ტალღურ
მოძრაობათა ბაზანბარიშების
ანალიზური მეთოდები



დამტკიცებულია მონოგრაფიად
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
სარედაქციო-საგამომცემლო საბჭოს
მიერ. 28.02.2018, ოქმი №1

თბილისი
2018

მონოგრაფია ეძღვნება წყლის დამყარებული ტალღური მოძრაობების თეორიულ კვლევას ზღვებისა და მდინარეების სანაპირო არეებსა და გრძივი განფენილობის ჰიდროტექნიკურ ნაგებობებში (წყალსაცავებში, არხებში და ა.შ.). მონოგრაფიაში განხილული ამოცანები წყდება პირდაპირი და ასიმპტოტური მეთოდების გამოყენებით. მიღებულია სრულიად ახლებური შედეგები ზღვის ტალღების რეფრაქციისა და დინებებზე ტალღების გავრცელების წრფივ თეორიაში.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ აღნიშნულ სფეროში ქართულ ენაზე ფაქტობრივად არ არსებობს ორიგინალური ნაშრომი, უნდა მივიჩნიოთ, რომ მონოგრაფია, მასში განხილული თემატიკით, განსაკუთრებული ინტერესის მატარებელია ინჟინერ-ჰიდროტექნიკოსებისა და საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო და ენერგეტიკის ფაკულტეტების სტუდენტებისა და დოქტორანტებისთვის. მასში მიღებული შედეგები მიზანშეწონილია საფუძვლად დაედოს საქართველოში პირველი ნორმატიული დოკუმენტების შემუშავებას საზღვაო და სამდინარო ჰიდრომშენებლობაში.

ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტ FR35/9-120/14-ის ფარგლებში.

რეცენზენტები: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის საინჟინრო მექანიკისა და სამშენებლო ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტის პროფესორი, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი **ტარიელ კვიციანი**

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტის პროფესორი, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი **მურმან კუბლაშვილი**

© საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2018

ISBN 978-9941-28-200-3

<http://www.gtu.ge>



ყველა უფლება დაცულია. ამ წიგნის არც ერთი ნაწილის (იქნება ეს ტექსტი, ფოტო, ილუსტრაცია თუ სხვა) გამოყენება არანაირი ფორმით და საშუალებით (იქნება ეს ელექტრონული თუ მექანიკური) არ შეიძლება გამომცემლის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

საავტორო უფლებების დარღვევა ისჯება კანონით.

წიგნში მოყვანილი ფაქტების სიზუსტეზე პასუხისმგებელია ავტორი/ავტორები.

ავტორის/ავტორთა პოზიციას შეიძლება არ ემთხვეოდეს საგამომცემლო სახლის პოზიცია.

სარჩევი

	შესავალი	7
თავი 1	წყლის ტალღურ მოძრაობათა კვლევის ძირითადი მიმართულებები	15
1.1.	ტალღურ მოძრაობათა კვლევის ისტორიული წინამძღვრები	15
1.2.	ტალღურ მოძრაობათა თეორიის ძირითადი ცნებები და განტოლებები	16
1.2.1.	ტერმინოლოგია, აღნიშვნები და ძირითადი დაშვებები	16
1.2.2.	არაწრფივ ტალღურ მოძრაობათა განტოლებები და სასაზღვრო პირობები	22
1.2.3.	წრფივი განტოლებები და ძირითადი ამოხსნები	25
1.2.4.	ტალღები თანაბარი სიჩქარით მოძრავი წყლის ზედაპირზე	30
1.3.	სანაპირო არეებში ტალღურ მოძრაობათა გაანგარიშების ანალიზური მეთოდების მიმოხილვა	36
თავი 2	ტალღების რეფრაქცია ნებისმიერი კუთხით დახრილ სანაპირო ფერდობთან	52
2.1.	სანაპირო ფერდობთან ტალღური მოძრაობის ევოლუციური განტოლების გამოყვანა	52
2.2.	ტალღური მოძრაობის ასიმპტოტურობა ნაპირიდან დიდ მანძილზე ან ციცაბო ფერდობის მისადგომებთან	57
2.3.	ტალღების ასიმპტოტურობა ნაპირიდან ახლო მანძილზე ან მცირედ დახრილ სანაპირო ფერდობზე	61
2.3.1.	ძირითადი ასიმპტოტური განტოლება	61
2.3.2.	WKB მეთოდის არსი	62
2.3.3.	WKB ამოხსნები მცირედ დახრილი ფსკერის შემთხვევაში	64
2.4.	ტალღურ მოძრაობათა პარამეტრები და რეფრაქციული სურათის აგების მეთოდი ნებისმიერად დახრილ სანაპირო ფერდობთან	67
2.4.1.	ტალღის სიმაღლის ცვალებადობა უსასრულოდ და ნაპირამდე .	67
2.4.2.	ნაპირისკენ სხვადასხვა კუთხით მიმართული ტალღების თავისებურებათა გამოკვლევა	71
2.4.3.	რეფრაქციული სურათის აგების მეთოდი და მაგალითები	84
თავი 3	ტალღები ცვალებადი სიგანის აკვატორიებში	94
3.1.	არსებული ამოხსნების მოკლე მიმოხილვა	94
3.2.	ტალღების საანგარიშო მოდელი ნელცვლადი სიგანის აკვატორიაში	97

3.2.1.	ძირითადი ევოლუციური განტოლების გამოყვანა	99
3.2.2.	ამოხსნების ასიმპტოტურობა აკვატორიის „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებზე	103
3.3.	ტალღები უსასრულო განფენილობის სოლისებურ აკვატორიებში	108
3.4.	თეორიული შედეგების შედარება არსებულ ლაბორატორიულ კვლევებთან	112
3.5.	შევიწროებად აკვატორიებში ტალღების გაანგარიშების რეკომენდაციები და რიცხვითი მაგალითი	115
თავი 4	ნაპირგასწვრივი ტალღები და მათი ზემოქმედება სანაპირო ფერდობებზე	118
4.1.	ნაპირგასწვრივი ტალღების არსებული თეორიული ამოხსნები	120
4.2.	ნაპირგასწვრივი ტალღები ნებისმიერად დახრილი ფერდობების მქონე სამკუთხა და ტრაპეციულ არხებში	124
4.3.	მიღებული შედეგების ანალიზი და ნაპირგასწვრივი ტალღების გაანგარიშების მეთოდოლოგია	128
4.4.	სამდინარო არხებში ნაპირგასწვრივი ტალღების ძირითადი საანგარიშო ფორმულები	142
4.5.	არხის სანაპირო ფერდობების მდგრადობის შეფასებისა და გამაგრების გაანგარიშების მეთოდები	144
4.5.1.	სანაპირო ფერდობზე გრუნტის ნაწილაკების მდგრადობა ტალღური ნაკადით გარსდენისას	144
4.5.2.	სანაპირო ფერდობის დეფორმაცია ნაპირგასწვრივი ტალღებით.	150
4.5.3.	ფერდობების მოპირკეთებისა და ქვაყრილით გამაგრების საანგარიშო დამოკიდებულებები	154
თავი 5	გრძელი ტალღები წყლის თანაბარ და არათანაბარ დინებებზე	163
5.1.	დამყარებულ ნაკადებზე ტალღების ტრანსფორმაციის გაანგარიშების არსებული მეთოდები	163
5.2.	დამყარებულ ნაკადებზე გრძელი ტალღების გავრცელების კორექტირებული თეორია	167
5.3.	ჰიდრავლიკური ნახტომი, როგორც უკუდინებით შეჩერებული გრძელი ტალღა	172
5.4.	მგორავი ტალღები წყალსაგდებ ნაგებობებში	175
5.5.	ტალღები მდინარის შესართავ აკვატორიაში	179

თავი 6	ტალღურ მოძრაობათა მდგრადობა წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარებში	186
6.1.	პრობლემის არსი	186
6.2.	ძირითად განტოლებათა სისტემა	189
6.3.	ნაკადის მდგრადობა წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარში	193
6.3.1.	ნაკადის მდგრადობა თითქმის პირამდე შევსებულ წყალსატარში	193
6.3.2.	ნაკადის მდგრადობა მცირედ შევსებულ წყალსატარში	198
6.3.3.	ნაკადის მდგრადობის შესახებ ნახევრად შევსებულ წყალსატარში ..	199
თავი 7	უძრავი შინაგანი ტალღები მდინარეთა შესართავებში და საზღვაო - სანიაღვრე კოლექტორებში	201
7.1.	სტატიკური ჰალოსოლის გაანგარიშება მდინარის შესართავ აკვატორიაში ფსკერის ქანობის მხედველობაში მიღებით ..	202
7.1.1.	ჰალოსოლის გაანგარიშების მაგალითი მდ. ენგურის შესართავში არხის გაჭრის შემთხვევაში	208
7. 2.	ჰალოსოლის გაანგარიშების მეთოდი ზღვის სიღრმით წყალსაგდებ ნაგებობაში	212
	ლიტერატურა	218

ედვინება დედას

ეთერ ყუფარაძეს

შესავალი

გასულ საუკუნეში ფართოდ გაშლილმა ჰიდრომშენებლობამ დასავლეთ საქართველოს მდინარეებზე და მათი ჰიდროლოგიური რეჟიმების ხელოვნურად შეცვლამ მნიშვნელოვანი ზეგავლენა მოახდინა საქართველოს ფარგლებში შავი ზღვის სანაპირო ზოლის მდგრადობასა და შესართავი უბნების კალაპოტურ პროცესებზე. ეს გავლენა განსაკუთრებით გამოიხატა მდ.რიონზე და ენგურზე მსხვილი ენერგეტიკული ჰიდროკვანძების აშენების შემდეგ. კერძოდ, მდინარე ენგურზე თაღოვანი კაშხლის აგების შედეგად მის ყოფილ კალაპოტში გამავალი ხარჯების მკვეთრი შემცირების გამო, დაილექა კალაპოტის ფსკერი, ხოლო ენგურის შესართავში ზღვის ტალღებმა წარმოქმნა ქვიშის ზვინული (ცელი), რომელმაც ერთი მხრივ გამოიწვია ნაპირის წარეცხვა დაბა ანაკლიასთან, ხოლო მეორე მხრივ, მკვეთრად შეამცირა რა მდინარის ზღვაში გასასვლელი კვეთი, განაპირობა წყალდიდობის პერიოდში კალაპოტის მიმდებარე ტერიტორიების ხშირი დატბორვა, რაც სასიცოცხლო საფრთხეს უქმნის ქვედა წელში არსებულ დასახლებებს. ამავე დროს ავარიულ მდგომარეობაშია ენგურის ახალი კალაპოტის - ვარდნილჰესების გამყვანი და მიმყვანი არხები და ირეცხება შესართავი უბანი სოფ. გუდავასთან.

ნაწილობრივ ვერ გაამართლა თავისი დანიშნულება მდ. რიონზე აგებულმა წყალგამანაწილებელმა ჰიდროკვანძმა, ვინაიდან ვერ უზრუნველყო ქალაქის არხის მეშვეობით ფოთის ასეულობით მეტრი წარეცხილი ნაპირის აღდგენა მდ.რიონის მყარი ნატანით, ხოლო თვით ჰიდროკვანძზე წყალსაშვიანი კაშხლის ქვედა ბიეფში ამჟამად შექმნილი უმძიმესი ავარიული ვითარება დანგრევით ემუქრება კაშხალს; ტალღების ზემოქმედებით მნიშვნელოვნადაა დანგრეული აგრეთვე ფოთის პორტის დამცავი ზღუდარი (მოლო);

თურქეთის ტერიტორიაზე, მდინარე ჭოროხზე დერინერის მაღლივი კაშხლისა და სხვა ჰესების კასკადის აგების შედეგად, თითქმის მთლიანად შეწყდა ჭოროხის მყარი ნატანის შეტანა ზღვაში, რაც, ახლო მომავალში, უსათუოდ განაპირობებს კატასტროფულ წარეცხვებს აჭარის შავიზღვისპირეთში;

წყალმომარაგებისა და სანიაღვრე-საკანალიზაციო სისტემების მოუწესრიგებლობის გამო ეკოლოგიურად სახიფათო ვითარებაა შექმნილი საქართველოს სხვა მრავალ ზღვისპირა ქალაქსა და სარეკრეაციო ზონაში. ანალოგიური ვითარებაა არა მხოლოდ საქართველოს, არამედ მსოფლიოს მრავალი ქვეყნის ზღვის სანაპირო არეებსა და მდინარეთა შესართავ უბნებში.

ცხადია, სანაპირო არეებში შექმნილი მძიმე გარემოსდაცვითი და ჰიდროსაინჟინრო ხასიათის პრობლემათა გადაჭრის გზები უნდა ვეძებოთ არა მხოლოდ მშენებლობის ხარისხის ამაღლებაში, არამედ ზღვის სანაპირო არეებსა და მდინარეთა შესართავ აკვატორიებში ტალღების პროგნოზირებისა და ნაპირებზე მათი ზემოქმედების ახალი, მაღალი სიზუსტის მეთოდების შექმნასა და არსებული მეთოდების დახვეწა-გაუმჯობესებაში, რაც წარმოადგენს წინამდებარე ნაშრომის მთავარ მიზანს. ამ მიზნის მიღწევა, მხოლოდ რიცხვითი მეთოდებით, თანამედროვე ელექტრონული ტექნოლოგიების პირობებშიც კი პრაქტიკულად განუხორციელებადი ამოცანაა ტალღური ჰიდრომექანიკის განტოლებებისა და სასაზღვრო პირობების უაღრესად დიდი სირთულის გამო. ნათქვამი ეხება არა მხოლოდ დისპერსიულ ტალღურ მოძრაობებს ანუ ტალღებს, რომელთა სიგრძე ეთანადება ან მცირეა წყლის სიღრმესთან შედარებით. (ასეთია, მაგალითად, ქარის ზემოქმედებით განპირობებული ტალღები ღია ზღვებსა თუ მთის ღრმა წყალსაცავებში), არამედ წყლის სიღრმესთან შედარებით გაცილებით უფრო გრძელ ტალღებს (კერძოდ ე.წ. ზღვის დღე-ღამურ მიმოქცევებს, სეიშებს დიდ ტბებში, მგორავ ტალღებს წყალსაგდებ ჰიდროტექნიკურ ნაგებობებში, სეისმურ ანუ ცუნამის ტიპის ტალღებს ოკეანეებში და ა.შ.), რომლებიც აღიწერება შედარებით უფრო გამარტივებული, მაგრამ მაინც ძალზე რთული დამოკიდებულებებით.

მეორე მხრივ, საინჟინრო გაანგარიშებებისთვის შექმნილი ე.წ. სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდი მთლიანად ეყრდნობა რა ჰორიზონტალური ფსკერის მქონე წყლის ზედაპირზე ტალღების გავრცელების კლასიკურ ამოხსნებს, ფაქტობრივად გამოსადეგია მხოლოდ მცირე (6°-მდე) დახრილობის სანაპირო ფერდობებისათვის, იმ დროს, როდესაც დიდი დახრილობის სანაპირო

ფერდობები, რომ არაფერი ვთქვათ მთის ტბებსა თუ წყალსაცავებზე, ძალზე ხშირად გვხვდება ზღვებისა და ოკეანეების სანაპირო არეებში, კავკასიის შავიზღვისპირეთის ჩათვლით, რომლის წარეცხილი ნაპირების აღდგენა-დაცვის მიზნით ზღვის ტალღების საანგარიშო პარამეტრების დადგენა ამჟამად მოქმედი საინჟინრო-ნორმატული დოკუმენტებით (იხ. ლიტერატურის სია) საჭიროებს შესაბამის კორექტირებას ზღვის ფსკერის დიდი ქანობებისა და სანაპირო ფერდობების კონფიგურაციის მხედველობაში მიღებით.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე, ყოველი ნაბიჯი გადადგმული სანაპირო არეებში ტალღების მოძრაობის ისეთი თეორიის შექმნისკენ, რომელიც ერთი მხრივ, მაღალი სიზუსტით ასახავს წყლის ტალღურ მოძრაობას ნებისმიერი დახრილობის სანაპირო ფერდობებთან, ხოლო მეორე მხრივ, სიმარტივის გამო, მისაწვდომი იქნება კვალიფიცირებული ინჟინრისთვის (რაზეც პრეტენზიას აცხადებს წინამდებარე ნაშრომი) აქტუალურად უნდა იქნეს მიჩნეული, როგორც პრაქტიკული, ასევე მეცნიერული თვალსაზრისით.

ფსკერის ქანობის გარდა, მდინარეთა შესართავ უბნებში და გრძივი განფენილობის ჰიდროტექნიკურ ნაგებობებში, კერძოდ, საზღვაო და სამდინარო არხებსა და მთის წყალსაცავებში, ტალღურ მოძრაობაზე დიდ გავლენას ახდენს წყლის დინების სიჩქარე და სანაპირო ფერდობების კონფიგურაცია. ამ უკანასკნელს კი, თავის მხრივ, განსაზღვრავს სანაპირო ფერდობებზე ტალღების ზემოქმედება, კალაპოტის გრუნტის ფრაქციული აგებულება, მოპირკეთების ელემენტის სახეობა, წონა, ზომები და სხვ. ყველა ამ ფაქტორის გათვალისწინება საჭიროებს ახლებურ მიდგომას და საინჟინრო გაანგარიშებათა დაზუსტებული მეთოდების შემუშავებას.

წინამდებარე ნაშრომში, სანაპირო არეებში პერიოდულ ტალღურ მოძრაობათა გაანგარიშების მეთოდები შემუშავებულია ევოლუციური მიდგომის საფუძველზე. ეს მიდგომა გულისხმობს ერთ-ერთი სივრცითი კოორდინატის მიმართ ამოცანის გასაშუალოებას და ამ გზით ტალღურ მოძრაობათა სამი ან ორგანზომილებიანი ამოცანის დაყვანას შესაბამისად ორ ან ერთ განზომილებიან

ამოცანაზე ისე, რომ პრაქტიკული მიზნებისთვის სავსებით საკმარისი სიზუსტით შენარჩუნდეს თავდაპირველი, სამი ან ორგანზომილებიანი ამოცანის თითქმის ყველა ნიშან-თვისება.

მონოგრაფიაში, ტალღურ მოძრაობათა ზოგადი (თავდაპირველი) სამგანზომილებიანი განტოლებები პირველად არის ჩაწერილი ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში, რომელთა გასაშუალოება პოლარული კუთხით წარმოებს ნობელის პრემიის ლაურეატ, აკადემიკოს კანტოროვიჩის¹ [1,2] პირდაპირი მეთოდის გამოყენებით. შედეგად ვღებულობთ ცვლად კოეფიციენტებიან ერთგანზომილებიან ევოლუციურ განტოლებებს, რომლებიც შემდგომ იხსნება ასიმპტოტური, კერძოდ ე.წ. WKB (ვენტცელ-კრამერს-ბრიულენის) მეთოდით. ეს ასიმპტოტური მეთოდი და მისი გამოყენების პირობები მოყვანილია მეთიუზ-უოკერის, ფრიმენის, ნიკიფოროვ-უვაროვ-სიდორჩუკის [1-3], ფედორუკის და სხვათა შრომებში.

დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში ჩაწერილი ტალღურ მოძრაობათა განტოლებების ამოსახსნელად კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდი პირველად გამოყენებულ იქნა ბერკჰოფის [1] მიერ 1976 წელს, მაგრამ მის მიერ შერჩეული საბაზისო ფუნქცია ზუსტად არ აკმაყოფილებს ზღვის დახრილ ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობას და ამდენად, მისი ამოხსნები, ისევე როგორც სხივურ-ენერგეტიკულ მეთოდზე დაფუძნებული შედეგები ფაქტობრივად ვრცელდება მხოლოდ მცირედ დახრილ სანაპირო ფერდობებზე.

ავტორის მიერ ბაზისური ფუნქციების ზუსტი შერჩევის შედეგად მიღებული ევოლუციური განტოლებები, ენერგეტიკული მეთოდებისა და ბერკჰოფის მათემატიკური მოდელისგან განსხვავებით, მოიცავს ჰორიზონტის მიმართ ნებისმიერად დახრილ სანაპირო ფერდობებს (გაგოშიძე [3,5,9,10]) და გვიჩვენებს, რომ ტალღების რეფრაქციას ანუ ტალღების ქიმების გამრუდებას ნაპირთან მათი მიახლოებისას განაპირობებს არა წყლის სიღრმეთა ცვალებადობა

¹ აქ და ყველგან ქვემოთ, ჩამოთვლილ ან ციტირებულ ავტორთა შესაბამისი პუბლიკაციები მონოგრაფიის ბოლოს, პირველ ავტორთა გვარების მიხედვით გაწყობილ ლიტერატურის სიაშია წარმოდგენილი.

წყალქვეშა ფერდობზე (რა აზრიც ამჟამად სუფევს ტალღური მოძრაობებისადმი მიძღვნილ უმრავლეს სახელმძღვანელოსა თუ მონოგრაფიაში), არამედ **სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის კუთხე და ტალღის ფარდობითი დაშორება ნაპირის ხაზიდან**, (ანუ ნაპირის ხაზიდან ზღვის ზედაპირის ნებისმიერი წერტილის გეომეტრიული დაშორების შეფარდება ამავე წერტილში გაზომილ ტალღის სიგრძესთან). ამას ადასტურებს დაკვირვებები ტალღების რეფრაქციაზე არა მხოლოდ მცირედ დახრილ, არამედ ციცაბო და თვით უარყოფითი დახრილობის მქონე სანაპირო ფერდობებთან, რომელთა წინ წყლის სიღრმე პრაქტიკულად უსასრულოა ტალღის სიგრძესთან შედარებით. გარდა ამისა, ეს შედეგი ცხადი სახით დასტურდება სტოკერის ზუსტი ამოხსნით [1,2], რომელიც შეეხება 30° -იანი კუთხით ზღვის პერიოდული ტალღების მოსვლას უსასრულო ჩაღრმავების ვერტიკალურ კედელთან (შვეულ კლდესთან).

ნაშრომში, სანაპირო ფერდობის დახრისა და ტალღების მოსვლის ნებისმიერი კუთხეების შემთხვევაში, **ტალღების რეფრაქციის ევოლუციური განტოლება დაიყვანება კვანტური მექანიკის შრედინგერის ტიპის განტოლებაზე** (გაგომიძე [10,11]), რომლის ანალიზი და ამოხსნა ასიმპტოტური WKB მეთოდით გვიჩვენებს, რომ 45° -ზე მეტად დახრილ ციცაბო და უკუდახრილობის მქონე ფერდობების შემთხვევაში (45° დან 180° -მდე), როცა ნაპირიდან შორს, ფაქტობრივად 5-6 ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილზე, კუთხე ტალღის ქიმსა და ნაპირის ხაზს შორის აჭარბებს 75° -ს, ნაპირთან მიახლოებისას, ნაპირიდან გარკვეულ მანძილებზე ტალღის ქიმი განიცდის წყვეტას ანუ, თუ ვისარგებლებთ კვანტური მექანიკის ტერმინოლოგიით, **ტალღა „ვარდება“ ე.წ. „პოტენციალურ ორმოში“**, რაც დასტურდება ექსპერიმენტული და ნატურული დაკვირვებებით. „ორმოდან“ გამოსვლის შემდეგ ტალღა, წანაცვლებული ფაზით, კვლავ განაგრძობს სვლას ნაპირისკენ და ექვემდებარება რა რეფრაქციას, საბოლოოდ ფრონტალურად ეხლება ნაპირს.

სოლისებურად წაგრძელებული აკვატორიების, კერძოდ ზღვის ყურეებისა და მთის წყალსაცავების განხილვისას, მონოგრაფიაში, „ღრმა“ და „მცირე“

წყლის ცნებების ანალოგიურად, ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკაში პირველადაა შემოტანილი ცნებები „განიერი“ და „ვიწრო“ აკვატორიების (კალაპოტების) შესახებ (გაგოშიძე [7]). ნაჩვენებია, რომ ტალღის გავრცელების მიმართულებით მისი სიმაღლის ზრდის გრინისეული კანონი, განპირობებული კალაპოტის სიგანის შემცირებით სამართლიანია მხოლოდ კალაპოტის „ვიწრო“, ანუ ტალღის სიგრძესთან შედარებით მცირე სიგანის უბნებისთვის იმ დროს, როცა „განიერ“ უბნებზე, კალაპოტის შევიწროვების გამო, ტალღის სიმაღლე მატების ნაცვლად იკლებს (თუმცა ეს კლება უმნიშვნელოა და არ აჭარბებს პირველადი ტალღის სიმაღლის 8%-ს).

მონოგრაფიაში გადაწყვეტილია აგრეთვე ამოცანები ნაპირგასწვრივ ტალღურ მოძრაობაზე ტრაპეციულ და სამკუთხა არხებში, მათი სანაპირო ფერდობების ნებისმიერი დახრის შემთხვევაში (გაგოშიძე [11,16,18]) და პირველადაა განხილული აგრეთვე წყლის ნაკადის ჰელმჰოლცისეული მდგრადობა წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარებში (გაგოშიძე [19,20]).

ასევე ახლებურია მიდგომა მდინარეთა შესართავებში, საზღვაო დიუკერებსა თუ საკანალიზაციო წყალსაგდებებში ზღვის მარილიანი წყლის ე.წ. ჰალოსოლის შეჭრის პრობლემისადმი (გაგოშიძე [6]). აქ ჰალოსოლის ტანი განიხილება როგორც მდინარის მტკნარი წყლის დინებით ფსკერზე შეჩერებული ზღვის წყლის გრძელი შინაგანი ტალღა.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია წყლის თანაბარ და არათანაბარ დინებებზე ზედდებული გრძელი ტალღების ტრანსფორმაციისა და მდგრადობის საკითხები, რომლებიც მონოგრაფიაში განიხილება თხელი წყლის განტოლებათა გაწრფივებისადმი სრულიად ახლებური მიდგომის საფუძველზე (გაგოშიძე [13,14]). კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ დინების საწინააღმდეგოდ მიმართული გრძელი ტალღის ბლოკირება (შეჩერება) და ჰიდრავლიკური ნახტომ-ტალღის წარმოქმნა ხდება იმ შემთხვევაში, თუ ნაკადის ფრუდის რიცხვი აჭარბებს $2/3$ -ს და არა 1 -ს, როგორც ეს ადრე იყო მიჩნეული, ხოლო დინების მიმართულებით ტალღური შეშფოთებები ყოველთვის გადაადგილდება რღვეული, ე.წ. ბორის ტიპის ფენა-ფენა ტალღების სახით - თუ ნაკადის ფრუდის

რიცხვი იცვლება 4/3-სა და 2-ს შორის. ნაკადი განიცდის სრულ რღვევას და იშლება სხვადასხვა ზომის ცალკეულ შხეფად თუ ფრუდის რიცხვი აჭარბებს 2-ს.

მონოგრაფიაში მოყვანილი შედეგები პრაქტიკულად ვარგისია საზღვაო და სამდინარო ჰიდროტექნიკურ მშენებლობაში დასაწერად. მათი სიზუსტე დასტურდება მრავალი ნატურული თუ ექსპერიმენტული დაკვირვებით.

წიგნი მოიცავს ავტორის მიერ, შოთა რუსთაველის სამეცნიერო ფონდისა და ევროკავშირის პროგრამა „Black Sea Basin Joint Operational Programme 2007-2013“ გრანტებით შესრულებულ კვლევათა შედეგებს და შედეგებს, რომლებიც სხვადასხვა დროს ავტორს გამოქვეყნებული აქვს ჰიდრაულიკოსთა მსოფლიო ასოციაციის (IAHR) სტამბოლის XV, მოსკოვის XX, მადრიდის XXIV და ევროპის გეომეცნიერთა კავშირის (EGU) ვენის ყოველწლიურ (2011–2016 წლების) კონგრესებისა და ასსამბლეათა შრომებში და აგრეთვე, ყოფილი სსრკ და ამჟამინდელი რუსეთის მეცნიერებათა აკადემიების სამეცნიერო ჟურნალებში "Океанология" (1989), "Физика атмосферы и океана" (1990), "Фундаментальная и прикладная гидрофизика" (2010) და სხვა შრომათა კრებულებში (გაგომიძე [5,14,16]).

ავტორი უდიდესი მადლიერებით იხსენებს მისი საკანდიდატო დისერტაციის ხელმძღვანელს, ცნობილ ქართველ მეცნიერს, პროფესორ თეიმურაზ ვოინიჩ-სიანოჟენცის, რომელმაც პირველმა გაუღვიძა მას ინტერესი ტალღურ მოძრაობათა კვლევებისადმი და რომელიც ყოველთვის დიდი ყურადღებითა და კრიტიკული თვალსაზრისით ეცნობოდა ავტორის მიერ მიღებულ შედეგებს.

მადლიერებით იხსენებს აგრეთვე 80-90-იან წლებში შპს „საქზღვანაპირდაცვის“ გენერალურ დირექტორს, პროფესორ ვახტანგ საყვარელიძეს, რომელიც ხშირად აძლევდა ავტორს სასარგებლო რჩევებს, მისი ენერგეტიკისა და ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა სამეცნიერო კვლევით ინსტიტუტში ზღვის ჰიდრაულიკის ლაბორატორიის გამგედ მუშაობის პერიოდში.

ავტორი გულწრფელ მადლობას უხდის საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის რექტორატს, საგამომცემლო საბჭოს, სამშენებლო ფაკულტეტის დეკანს, პროფესორ დავით გურგენიძეს და ფაკულტეტის თანამშრომლებს - აკადემიურ დოქტორს მანონ კოდუას, პროფესორებს ლალი ღოდელიანს, იური ქადარიასა და გურამ სოსელიას წიგნზე მუშაობისას სასარგებლო რჩევებისა და თანადგომისთვის.

ავტორი მადლიერებას გამოთქვამს აგრეთვე რუსთაველის ეროვნულ სამეცნიერო ფონდის მიმართ, წინამდებარე მონოგრაფიის დაფინანსებისთვის საგრანტო პროექტ FR/35/9-120/14-ის ბიუჯეტის ფარგლებში.

თავი 1

წყლის ტალღურ მოძრაობათა კვლევის ძირითადი მიმართულებები

1.1. ტალღურ მოძრაობათა კვლევის ისტორიული წინამძღვრები

წყლის ტალღურ მოძრაობათა თეორიული შესწავლა სათავეს იღებს XIX საუკუნის გამოჩენილი მათემატიკოს-ბუნებისმეტყველების კოშის, პუასონის, სტოქსის, ერის, გრინის, ჰერსტენერის და სხვათა შრომებში. მათ პირველებმა გამოიყვანეს თავისუფალი ზედაპირის მქონე სითხის დამყარებული და დაუმყარებელი ტალღური მოძრაობის არაწრფივი და წრფივი განტოლებები, ჩამოაყალიბეს სასაზღვრო პირობები, როგორც ღრმა, ასევე ტალღის სიგრძესთან შედარებით მცირე სიღრმის მქონე წყლის ზედაპირზე და მოგვცეს ამ განტოლებათა ზუსტი ამოხსნები, რომლებსაც ამჟამად ფართო გამოყენება აქვს წყალთან დაკავშირებული საინჟინრო საქმიანობის თითქმის ყველა სფეროში. (მათი შედეგები, მეტ-ნაკლები დეტალიზაციით, აღწერილია პრაუდმენის, სტოკერის, სრეტენსკის, შულეიკინის, კოჩინის და სხვათა მონოგრაფიებსა და სახელმძღვანელოებში).

ტალღურ მოძრაობათა თეორიის შემდგომ განვითარებაში უდიდესი წვლილი მიუძღვით ისეთ ცნობილ მეცნიერებს, როგორიც იყვნენ რელიე, ჰელმჰოლცი, კელვინი, ლამბი, სტოკერი, პიტერსი, როზო, ფილიპსი, სნედონი, კოჩინი, სრეტენსკი, კელდიში, სედოვი, ლავრენტიევი, და სხვ.

მართალია, დიდ ქართველ მექანიკოს-მათემატიკოსთა - ნიკოლოზ მუსხელიშვილის, ილია ვეკუას, ანდრია ბიწაძის, ვიქტორ კუპრადისა და სხვათა შრომები, იშვიათი გამონაკლისის გარდა, უშუალოდ არ შეხება სითხეების ტალღურ მოძრაობებს, მაგრამ მათ მიერ დრეკადობის თეორიის ამოცანების გადასაწყვეტად შემუშავებულმა მათემატიკურმა მეთოდებმა, განსაკუთრებით, ვიქტორ კუპრადის შრომებმა პოტენციალისა და სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის სფეროში, დიდი როლი შეასრულა ტალღური ჰიდროდინამიკის უახლესი მეთოდების ჩამოყალიბებაში (შოუ, კრუზი, რიცცო).

აქვე უნდა აღინიშნოს ცნობილი ქართველი მეცნიერების თეიმურაზ ვოინიჩ-სიანოჟენცკის, ნიკოლოზ ქართველიშვილის, გრიგოლ მამრაძის და მათი ჰიდრაულიკური სკოლის თვალსაჩინო წარმომადგენლების ვახტანგ საყვარელიძის, ილია მუზაევის, ლალი ღოდელიანის, ელიზბარ ხატიაშვილის, გაბრიელ ჯინჯიხაშვილის, გრიგოლ ხელიძის, თეიმურაზ გველესიანის, ჯემალ კილასონიასა და სხვათა პუბლიკაციები, რომლებიც შეეხება ტალღურ მოძრაობებს მთის წყალსაცავებსა და სამდინარო ჰიდროტექნიკურ ნაგებობებში.

ამჟამად არსებობს სითხის ტალღური მოძრაობის შესწავლის სამი ძირითადი მიმართულება: 1) **ანალიზური**, რომელიც ეფუძნება ტალღური ჰიდროდინამიკის წრფივი და არაწრფივი განტოლებების ამოხსნის ანალიზურ მეთოდებს (ლამბი, უიზემი, სტოკერი, კოჩინი და სხვ.); 2) **რიცხვითი** და 3) **სპექტრალურ-სტატისტიკური**. მეორე და მესამე მეთოდი, მართალია ყველაზე უფრო ზუსტად ასახავს რეალურ ტალღურ მოძრაობებს ღია ზღვებსა და ოკეანეებში (ფილიპსი, უნა, მიში, ტეილორი, ჰანსონი, ლონგე-ჰიგინსი, სტიუარტი, ლე მეოტე, კრილოვი, პელინოვსკი და სხვ), მაგრამ სანაპირო არეებისა და მდინარეთა შესართავი აკვატორიების ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში მათი გამოყენება, მიუხედავად იმისა, რომ უკვე შექმნილია SWAN, DELWAQ, CARDINAL და სხვა კომპიუტერული პროგრამები, კვლავ უკავშირდება ტალღურ მოძრაობათა გაანგარიშების არსებული ანალიზური მეთოდების დახვეწისა და ახალი მათემატიკური მოდელების შექმნის აუცილებლობას.

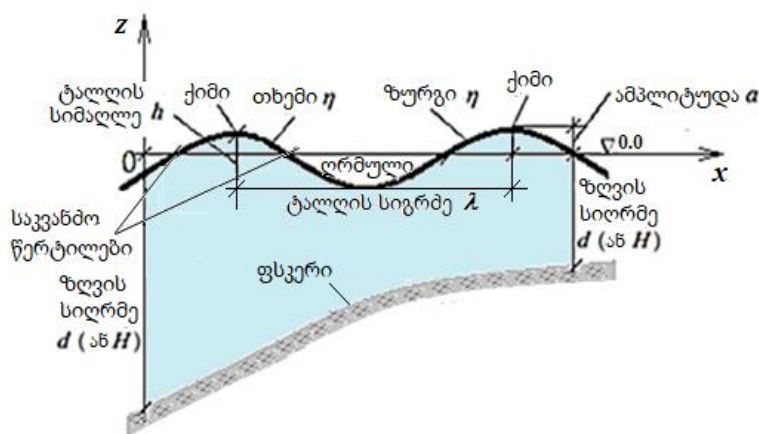
1.2. ტალღურ მოძრაობათა თეორიის ძირითადი ცნებები და განტოლებები

1.2.1. ტერმინოლოგია, აღნიშვნები და ძირითადი დაშვებები

ტალღური მოძრაობის შენარჩუნებას წყლის მიერ დაკავებულ არეში განაპირობებს გრავიტაციული და ზედაპირული დაჭიმულობის ძალები. ამ უკანასკნელის გავლენა ტალღურ მოძრაობაზე, როცა ტალღის სიგრძე აჭარბებს 1,8 სმ-ს სიმიცირის გამო, მხედველობაში არ მიიღება (კოჩინი [2] და სხვ.). მცირეა აგრეთვე სიბლანტის გავლენა მსხვილმასშტაბოვან ტალღურ მოძრაობებზე

(ლამბი) ისეთებზე, როგორიცაა ქარის, სეისმური, პლანეტალური, ვულკანური და სხვა ძალების ზემოქმედებით განპირობებული ტალღები.

ზოგადი არაწრფივი ტალღური თეორიის გადაულახავი სირთულეების გამო, მისი „გამარტივება“ თავიდანვე ორი ძირითადი გზით წარიმართა. პირველი გზა გულისხმობდა არაწრფივ განტოლებათა გამარტივებას ანუ განტოლებების გაწრფივებას იმ ამოცანათა გადასაწყვეტად, რომლებშიც ტალღის ამპლიტუდა (a) (ნახ. 1.1) მიიჩნევა ტალღის სიგრძესთან (λ) შედარებით გაცილებით უფრო მცირე სიდიდედ. ამ თეორიას ეწოდა **ტალღურ მოძრაობათა წრფივი თეორია**. მის ფარგლებში მიღებულია კლასიკური ხასიათის ძირითადი შედეგები.



ნახ.1.1. ტალღის მახასიათებელი პროფილი და პარამეტრები

მეორე მიმართულება არ იზღუდება მცირე სიმაღლის (h) ტალღური მოძრაობის განხილვით, მაგრამ მოითხოვს წყლის სიღრმის (d ან H) სიმცირეს ტალღის სიგრძესთან შედარებით, $\frac{H}{\lambda} \leq \frac{1}{20}$. ეს თეორია, რომელსაც **გრძელი ტალღების ან მცირე წყლის თეორია** ეწოდება, ტალღის ამპლიტუდასთან (ან სიმაღლესთან) მიმართებაში შესაძლოა იყოს წრფივიც - თუ $\frac{h}{H} \ll 1$, და არაწრფივიც - თუ $\frac{h}{H} \geq 1$.

მიუხედავად იმისა, რომ თავისი სიმარტივით ამ ორი მიმართულების ამსახველი განტოლებები მნიშვნელოვნად განსხვავდება ტალღურ შემფოთებათა ზოგადი არაწრფივი განტოლებებისგან, მათ ფარგლებში საინჟინრო ამოცანათა

უმრავლესობის გადაწყვეტა მაინც არ ექვემდებარება ტრივიალურ მიდგომებს და დაკავშირებულია მათემატიკური ანალიზის რთული ზუსტი და მიახლოებითი მეთოდების გამოყენებასთან. სწორედ ამის გამოა ზემოთ სიტყვა „გამარტივება“ ბრჭყალებში ჩასმული.

ვიდრე შევხებოდეთ ტალღური ჰიდროდინამიკის ამგვარად „გამარტივებულ“ ამოცანებს, შევჩერდებით ერთი ტერმინოლოგიური ხასიათის განსხვავებაზე, რაც არსებობს „დამყარებული“ და „დაუმყარებელი“ მოძრაობების ცნებებს შორის ერთი მხრივ ჰიდრავლიკის სახელმძღვანელოებში, ხოლო მეორე მხრივ - ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკის კურსებში. ჰიდრავლიკური თვალსაზრისით წყლის ნებისმიერი მოძრაობა (მათ შორის ტალღური), მიეკუთვნება დაუმყარებელ მოძრაობათა კლასს, თუ ნაკადის ყოველ კვეთში წყლის ზედაპირის ნიშნული განიცდის ცვლილებას დროში. ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკაში კი ტერმინ „დამყარებულის“ ქვეშ იგულისხმობა მხოლოდ მუდმივი პერიოდის მქონე რეგულარული ტალღური რხევები. „დაუმყარებელი“ ტალღური მოძრაობა, განსხვავებით „დამყარებულისგან“, ხასიათდება აპერიოდულობით ან ქაოსურობით. ასეთია კერძოდ ტალღური მოძრაობა, წარმოქმნილი წყალსაცავის ქვედა ბიეფში კაშხლის გარღვევის შედეგად; ტალღები წარმოქმნილი წყალსაცავში მეწყერის შეჭრის შედეგად ან ტალღები ზღვის ზედაპირზე ქარიშხლის მოქმედების ზონაში და ა.შ.

წინამდებარე მონოგრაფიაში განიხილება მხოლოდ წრფივი დამყარებული (ანუ პერიოდული) ტალღური მოძრაობები. ეს ნიშნავს, რომ განხილულ ამოცანებში არ ხდება ტალღების აღძვრის მექანიზმის კვლევა და ტალღის მთავარი საანგარიშო პარამეტრები - სიმაღლე და სიგრძე იცვლება არა დროში, არამედ მხოლოდ სივრცეში (მაგალითად, ნაპირთან მათი მიახლოების გამო) ანუ, რაც იგივეა, ტალღები გადაადგილდება ან ირხევა ადგილზე დროში უცვლელი პერიოდით. განიხილება აგრეთვე შემთხვევა როცა პერიოდი უსასრულოა, ანუ წყლის ზედაპირს გააჩნია სრულიად უძრავი ტალღისებური ფორმა.

რაც შეეხება ტალღურ მოძრაობათა განტოლებების არაწრფივობას, მისი გათვალისწინების აუცილებლობა თავს იჩენს ან უშუალოდ ტალღების გამომწვევი

წყაროს სიახლოვეს, ანდა ნაპირის ხაზიდან ტალღის ერთ სიგრძეზე გაცილებით ნაკლებ მანძილებზე, ანუ იმ უბნებზე, სადაც ხდება ტალღის სიმაღლის მკვეთრი ზრდა და მისი ქიმის მსხვრევა სანაპირო ფერდობზე. ეს მოვლენა, როგორც აღნიშნავს სტოკერი, წრფივი ტალღური თეორიის ფარგლებში ვლინდება მხოლოდ ამოხსნების განსაკუთრებულობაში ნაპირის ხაზის გასწვრივ, ანუ ნაპირთან მოსული ტალღის ამპლიტუდის უსასრულოდ ზრდაში. ჩვენ მიერ ქვემოთ მიღებულ წრფივ ამოხსნებს მართლაც გააჩნიათ ასეთი განსაკუთრებულობა. არაწრფივი განტოლებების საფუძველზე ტალღათმსხვრევის მოვლენის გამოკვლევა, თუ ვიმსჯელებთ ამ საკითხისადმი მიძღვნილი ლიტერატურით, დაკავშირებულია უაღრესად რთული მათემატიკური აპარატის გამოყენებასთან, რის გამოც ეს პრობლემა ჯერ კიდევ არ შეიძლება ჩაითვალოს გადაწყვეტილად (სტოკერი, უიზემი, აბოტი, ო'ბრიენი, ლარსენი, კარიერი და გრინსპანი, ფრემანი, ჯონსონი, პერიგრინი და სხვ.).

რაც შეეხება პერიოდული ტალღური მოძრაობების საწყისი პარამეტრების შერჩევა-დადგენას, იგი უნდა შესრულდეს არსებულ მითითებებსა და ნორმატულ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, გამომდინარე ქარის მოცემული სიმძლავრისა და მოქმედების ხანგრძლივობიდან (იხ. კერძოდ „Руководство по расчету параметров ветровых волн” Гидрометеоиздат, 1969)

ტალღურ მოძრაობათა თეორიაში ძირითადად სარგებლობენ შემდეგი ტერმინოლოგიით და აღნიშვნებით (ქვემოთ მოგვყავს, როგორც ჩვენ მიერ ქართულად ნათარგმნი, ასევე ინგლისურ და რუსულ ენებზე არსებული ტერმინოლოგია):

ქარისმიერი ტალღები (ინგ. Wind Waves, რუს. Ветровые волны) ეწოდება ქარის ზემოქმედებით გამოწვეულ ტალღებს, რომელთა ფორმირებაზე ქარის სიჩქარის (V_w), მოქმედების ხანგრძლივობისა (t) და გარბენის (L) გარდა, მთავარ როლს ასრულებს დედამიწის მიზიდულობის ძალა (თავისუფალი ვარდნის აჩქარება g);

უშუალოდ ტალღების ძირითადი მახასიათებელი პარამეტრებია (ნახ.1.1):

ტალლის სიმაღლე - h (ინგ. **Wave Height**, რუს. **Высота волны**) - სხვაობა ტალლის ქიმისა და ტალლის ფსკერის ნიშნულებს შორის;

ტალლის სიგრძე - λ (ინგ. **Wavelength**, რუს. **Длина волны**) - მანძილი ტალლის ორ მეზობელ ქიმს, ან ტალღური ზედაპირის ერთ ფაზაში მყოფ ორ მეზობელ წერტილს შორის;

ტალლის პერიოდი - τ (ინგ. **Wave Period**, რუს. **Период волны**) დროის ის მონაკვეთი, რომლის განმავლობაში მეორდება ტალღური მოძრაობის სურათი, ანუ რა დროშიც ერთსა და იმავე წერტილში მოდის ტალლის მეზობელი ქიმები ან, მდგარი ტალღების შემთხვევაში, რა დროშიც ტალღა ერთსა და იმავე დაფიქსირებულ წერტილებს შორის ასრულებს ვერტიკალურ რხევით მოძრაობას. ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ტალღებს, რომელთა პერიოდი $\tau = const$;

ტალღური რიცხვი - k (ინგ. **Wave Number**, რუს. **Волновое число**) ეწოდება ფარდობას $k = 2\pi / \lambda$;

ტალღურ რხევათა სიხშირე - σ (ან ω) (ინგ. **Wave Frequency**, რუს. **Частота волн**) ეწოდება ფარდობას $\sigma = 2\pi / \tau$. ეს პარამეტრი ტალღურ მოძრაობათა განმსაზღვრელი ერთ-ერთი ძირითად პარამეტრია;

არარეგულარული ანუ დაუმყარებელი (ინგ. **Irregular Waves**, რუს. **Нерегулярные волны**) ეწოდება ტალღებს, რომელთა ფორმა და ზომები წყლის ზედაპირის ერთსა და იმავე წერტილში არ მეორდება პერიოდულად და ღებულობს სხვადასხვა მნიშვნელობას;

რეგულარული ანუ პერიოდული (ინგ. **Regular Waves**, რუს. **Регулярные волны**) ეწოდება ტალღებს, რომელთა პერიოდი რჩება მუდმივი წყლის ზედაპირის ნებისმიერ წერტილში. ამავე დროს, წყლის სიღრმის ცვლილებასთან ერთად, კვეთიდან კვეთში გადასვლისას იცვლება ტალღის სიმაღლე და სიგრძე;

პროგრესული ეწოდება ტალღებს, რომელთა ფორმა გადაადგილდება წყლის ზედაპირზე (ინგ. **Progressive Waves**, რუს. **Прогрессивные волны**);

მდგარი (ინგ. **Standing Waves** რუს. **Стоячие волны**) ეწოდება ტალღებს, რომლებიც მხოლოდ მერყეობს უძრავად დაფიქსირებულ წერტილებს (ან წირებს) შორის, რომელთაც **საკვანძო წერტილები** (წირები) ეწოდებათ (ინგ. **Nodal points**,

lines, რუს. Узловые точки, линии). ასეთი ტალღები წარმოიქმნება, მრგვალ ან მართკუთხა ფორმის ჭურჭელში წყლის ზედაპირის რხევისას, ან ზღვის ციცაბო ნაპირთან მოსული ტალღების არეკვლისას;

გაჩერებული ან უძრავი (ინგ. Staying Waves, რუს. Остановившиеся волны) ეწოდებათ ტალღებს, რომელთა ფორმა არ იცვლება დროში. (ასეთი ტალღები წარმოიქმნება კერძოდ, როცა მდინარე საკმაოდ დიდი სიჩქარით ერთვის ზღვას. ამ დროს მდინარის წყლის ზედაპირი ღებულობს ტალღისებრ ფორმას, რომელიც უცვლელია დროში, ანუ არ მერყეობს, მაგრამ ტალღის სიმაღლე თანდათან მცირდება, ხოლო სიგრძე მატულობს ზღვის მიმართულებით. მეორე მაგალითია დიდი ზომის ქვების თავზე ან ხიდის ბურჯის გარშემო მდინარის გარსდენისას წარმოქმნილი ტალღური ფორმის ზედაპირი; მესამე - ჰიდრავლიკური ნახტომი ან ნახტომ-ტალღა ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა ქვედა ბიეფებში და ა.შ.);

ტალღის პროფილი (ინგ. Wave Profile, რუს. Профиль волны) ეწოდება მრუდს, რომელიც იქმნება ტალღური ზედაპირის გადაკვეთით ამ ზედაპირზე ქიმების მართობულად წარმოდგენაში აღმართულ ვერტიკალურ სიბრტყესთან;

ტალღის სიჩქარე (ე.წ. ფაზური სიჩქარე) - c (ინგ. Wave Velocity, რუს. Скорость волны) ეწოდება ტალღის ქიმის გადაადგილების სიჩქარეს. იგი წყლის ტალღური ზედაპირის (და არა წყლის ნაწილაკების!) გადაადგილების სიჩქარეა;

ტალღური ზედაპირის შუა ხაზად (ინგ. Average Wave Line, რუს. Средняя волновая линия) პერიოდულ ტალღურ მოძრაობათა წრფივ თეორიაში მიჩნეულია წრფე, რომელიც გადის ტალღის ქიმისა და ტალღის ფსკერის მაქსიმალური და მინიმალური დონეების საშუალო არითმეტიკულის ტოლ ნიშნულზე. ნაპირიდან მოშორებით შუა ხაზი პრაქტიკულად ემთხვევა ზღვის შეუშფოთებელ დონეს;

ტალღის თხემი (ბორცვი) ეწოდება ტალღის შუა ხაზის ზევით მოქცეულ ამობურცულ ზედაპირს (ინგ. Wave Hill, რუს. Холм волны);

ტალღის ქიმი (ინგ. Wave Crest, რუს. Гребень волны) ტალღის თხემის უმაღლესი წერტილია;

ტალღის ფრონტი, შუბლი (ინგ. Wave Front, Forehead, რუს. Фронт, лоб волны) არის ტალღის მოძრაობის მიმართულებით თხემის წინა ნაწილი;

ტალღის ღრმული (ინგ. Wave Trough, რუს. Ложбина волны) - შუა ხაზს ქვემოთ მოქცეული ტალღის ზედაპირი;

ტალღის ძირი, ქუსლი, ან ფსკერი (ინგ. Wave hollow, Wave trough, რუს. Подошва волны) - ტალღის ღრმულის უდაბლესი ნიშნული;

ტალღის სხივი (ინგ. Wave Ray, რუს. Луч волны) არის ტალღის გადაადგილების მიმართულებით მისი ფრონტის მართობულად გავლებულ წრფე (ვექტორი);

1.2.2. არაწრფივ ტალღურ მოძრაობათა განტოლებები და სასაზღვრო პირობები

წყლის ტალღური მოძრაობის თეორია მრავალ სახელმძღვანელოსა თუ მონოგრაფიაშია გადმოცემული, რომელთაგან პირველ რიგში გამოვყოფთ ლამბის „ჰიდროდინამიკას“, სტოკერის „ტალღები წყალზე“, სრეტენსკის „წყლის ტალღური მოძრაობის თეორიას“ უიზემის „წრფივი და არაწრფივი ტალღებს“, ფედიავესკის „ჰიდრომექანიკას“, კოჩინის შრომათა ორტომეულს და სხვ. ძირითადად ამ ლიტერატურულ წყაროებზე დაყრდნობით ქვემოთ მოკლედ შევხებით ტალღური მოძრაობის თეორიის განტოლებებს და სასაზღვრო პირობებს. რაც შეეხება სანაპირო არეებში წრფივი ტალღური ჰიდრომექანიკის იმ შედეგებს, რომლებიც უშუალოდ უკავშირდება ჩვენ მიერ განხილულ საკითხებს, ისინი 3.1.3-შია მიმოხილული.

ნატურული დაკვირვებებითა და ლაბორატორიულ პირობებში ჩატარებული ექსპერიმენტებით დადასტურებულია, რომ წყლის ტალღური მოძრაობა, განპირობებული როგორც გრავიტაციული, ასევე კაპილარული ძალებით დიდი სიზუსტით აღიწერება იდეალური სითხის პოტენციალური მოძრაობის თეორიის ფარგლებში. ეს ნიშნავს რომ ტალღური მოძრაობით განპირობებული სითხის ნაწილაკების სიჩქარეთა ველის გეგმური (u, v) და ვერტიკალური (w) კომპონენტები დეკარტის x, y, z კოორდინატთა სისტემაში

გამოსახება ერთი ფუნქციის, კერძოდ სიჩქარის φ პოტენციალის წარმოებულების მეშვეობით:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} . \quad (1.1)$$

მათი ჩასმით უკუმშვადი ერთგვაროვანი სითხის უწყვეტობის განტოლებაში -

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.2)$$

ვღებულობთ ლაპლასის განტოლებას ტალღურ მოძრაობათა სიჩქარის φ პოტენციალისთვის

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 , \quad (1.3)$$

რომელიც მოიცავს წყლის მიერ დაკავებულ სივრცეს. ამავე არეში, წყლის თავისუფალი ზედაპირის ჩათვლით, ტალღური შემფოთების ჰიდროდინამიკის განტოლებები დაიყვანება გრადიენტებში გამოსახულ ერთ ვექტორულ განტოლებაზე :

$$\text{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] = -\text{grad} \frac{p}{\rho} - \text{grad}(gz), \quad (1.4)$$

სადაც t დროა; p - წნევა, ρ - უკუმშვადი წყლის სიმკვრივე, z - ვერტიკალური კოორდინატი.

თუ მოვხსნით გრადიენტებს (1.4) განტოლებას (ანუ გავაინტეგრებთ მას), მივიღებთ ლანგრანჟ-ბერნულის ცნობილ დამოკიდებულებას:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) , \quad (1.5)$$

სადაც $C(t)$ მხოლოდ დროზე დამოკიდებული ინტეგრირების მუდმივაა.

ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკაში გარდა სიჩქარის კომპონენტებისა, საძიებელი სიდიდეებია წყლის ტალღური ზედაპირის ვერტიკალური კოორდინატი η და ტალღური შემფოთებით განპირობებული ჰიდროდინამიკური წნევა p . ეს სიდიდეები განისაზღვრება არაწრფივი კინემატიკური და დინამიკური სასაზღვრო პირობებიდან, რომლებიც სრულდება

წყლის თავისუფალ (ტალღურ) ზედაპირზე, ანუ როცა $z = \eta(x, y)$. კერძოდ, კინემატიკური სასაზღვრო პირობა

$$w_\eta = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (1.6)$$

ანუ, (1.1)-ის გათვალისწინებით, ტოლობა

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \text{ როცა } z = \eta(x, y) \quad (1.7)$$

გვიჩვენებს, რომ წყლის ზედაპირზე ნაწილაკების ვერტიკალური სიჩქარე w ემთხვევა ამ ზედაპირის η კოორდინატის სრულ წარმოებულს (ცვლილებას) დროში.

მეორე მხრივ, თუ ლანგრაჟ-ბერნულის (1.5) ინტეგრალში ტალღურ შემფოთებათა φ პოტენციალში შევიტანთ მხოლოდ დროზე დამოკიდებული $C(t)$ ნებისმიერი სიდიდისა და წყლის თავისუფალ $z = \eta(x, y)$ ზედაპირზე მუდმივ p წნევას, (სადაც იგი შეიძლება უდრიდეს ნულს ან ატმოსფერულ წნევას), (1.5) -დან, ტალღური ზედაპირის ვერტიკალური $\eta(x, y)$ კოორდინატის განსასაზღვრავად, მივიღებთ შემდეგ არაწრფივ დინამიკურ სასაზღვრო პირობას:

$$\eta = -\frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}, \text{ როცა } z = \eta(x, y). \quad (1.8)$$

გარდა ამისა, წყლის ფსკერზე, რომლის განტოლებაა $z = -H(x, y)$, უნდა შესრულდეს წყალუქონადობის პირობა, რაც გამოიხატება ფსკერის ზედაპირისადმი სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობაში, $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$, სადაც n ფსკერის ზედაპირის ნორმალია. ეს პირობა დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში ღებულობს სახეს:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y}, \text{ როცა } z = -H(x, y), \quad (1.9)$$

სადაც H წყლის ცვალებადი სიღრმეა (ნახ.1.1.)

ამრიგად, ერთგვაროვანი უკუმშვადი სითხის თავისუფალ ზედაპირზე ტალღების გავრცელების ზოგადი ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება ლაპლასის (1.3)

განტოლების ამოხსნაზე არაწრფივი (1.7), (1.8) და წრფივი (1.9) სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილებით, რაც გამოყენებითი მათემატიკის ერთ-ერთ ურთულეს ამოცანას წარმოადგენს არა მხოლოდ ამცანის არაწრფივობის გამო, არამედ იმის გამოც, რომ (1.7) და (1.8) სასაზღვრო პირობები სრულდება საძიებელ (ანუ წინასწარ უცნობ) ტალღურ ზედაპირზე. ამ სირთულეებით უნდა აიხსნას ის გარემოება, რომ დღემდე ვერ ხერხდება ზემოთმოყვანილ განტოლებათა არაწრფივი სისტემის ზოგადი ამოხსნა, ხოლო ძალზე მცირე რაოდენობით არსებული ურთულესი კერძო ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნები ძირითადად შემოიზღუდება ტალღის სიგრძესთან შედარებით ან უსასრულოდ დრმა, ან მცირე სიღრმის მქონე წყლის არეების განხილვით. ამ მხრივ შეუდარებელი წინსვლაა წყლის ტალღურ მოძრაობათა წრფივ თეორიაში, რაზეც მომდევნო პარაგრაფებში გვექნება საუბარი.

1.2.3. წრფივი განტოლებები და ძირითადი ამოხსნები

ტალღურ მოძრაობათა წრფივი განტოლებების გამოყვანა ეფუძნება სითხის ნაწილაკთა სიჩქარის პოტენციალისა (φ) და ტალღური ზედაპირის ვერტიკალური გადაადგილების (η) წარმოდგენას მცირე, $\varepsilon = a/\lambda$ პარამეტრზე დამოკიდებული ფორმალური ხარისხოვანი მწკრივების სახით (სტოკერი). თუ ამ მწკრივებს ჩავსვამთ (1.7) და (1.8) არაწრფივ კინემატიკურ და დინამიკურ სასაზღვრო პირობებში და შევინარჩუნებთ მხოლოდ პირველი ხარისხის მცირე წევრებს (უგულველვყოფთ φ ფუნქციის წარმოებულების კვადრატებსა და φ და η ფუნქციების ნამრავლებს) (1.3) ÷ (1.9) განტოლებები დაიყვანება შემდეგი სახის წრფივ განტოლებათა სისტემაზე:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{როცა } z = 0 \quad (1.11)$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \text{როცა } z = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \text{როცა } z = -H(x, y), \quad (1.13)$$

რომელშიც (1.11) და (1.12) სასაზღვრო პირობები, ტალღის $z = \eta$ ზედაპირის ნაცვლად, სრულდება წყლის თავდაპირველად შეუშფოთებელ $z = 0$ ზედაპირზე. (1.11) და (1.12) სასაზღვრო პირობებიდან ტალღური ზედაპირის η კოორდინატის გამორიცხვის შედეგად ვღებულობთ დამატებით სასაზღვრო პირობას

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -g \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{როცა } z = 0, \quad (1.14)$$

რომლის საფუძველზე ხდება ტალღურ მოძრაობათა სიხშირის (ან პერიოდის) დადგენა.

იმ შემთხვევაში, როცა განიხილება კლასიკური ბრტყელი ამოცანა მუდმივი სიღრმის მქონე წყლის ჰორიზონტალური შრის ზედაპირზე ორგანზომილებიანი წრფივი ტალღების გავრცელებაზე მხოლოდ ერთი, ვთქვათ x ღერძის მიმართულებით, ანუ როცა $\frac{\partial \varphi}{\partial y} \equiv 0$ და $\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial y} = 0$, (1.10)-(1.14) განტოლებათა სისტემაში ლაპლასის (1.10) განტოლება და ფსკერის წყალუქონვადობის (1.13) სასაზღვრო პირობა შესაბამისად ღებულობს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad \text{როცა } z = -H, \quad (1.16)$$

(1.12), (1.14) და (1.16) სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით, ლაპლასის ორგანზომილებიანი (1.15) განტოლების ზუსტი ამოხსნა (სრულდება ცვლადების განცალკევების მეთოდით) არ არის რთული. ეს ამოხსნა დეტალურად მოყვანილია ტალღური მოძრაობებისადმი მიძღვნილ ბევრ სახელმძღვანელოში, რომლის საბოლოო შედეგები გამოისახება შემდეგი დამოკიდებულებებით:

- ტალღურ მოძრაობათა პოტენციალი

$$\varphi = a \frac{g}{\sigma} \cdot \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \cos(\sigma t \pm kx); \quad (1.17)$$

- წყლის ტალღური ზედაპირის ვერტიკალური კოორდინატი

$$\eta = a \sin(\sigma t \pm kx); \quad (1.18)$$

- ტალღურ რხევათა სიხშირე (ე.წ. დისპერსიული დამოკიდებულება)

$$\sigma^2 = gk \tanh kH; \quad (1.19)$$

- წყლის ზედაპირზე ტალღის გადაადგილების სიჩქარე (ე.წ. ფაზური სიჩქარე)

$$c = \frac{\sigma}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kH}; \quad (1.20)$$

- ტალღური მოძრაობისას სითხის ნაწილაკთა სიჩქარეების ჰორიზონტალური (u) და ვერტიკალური (w) მდგენელები

$$u = a\sigma \frac{\cosh k(z+H)}{\sinh kh} \sin(\sigma t - kx); \quad (1.21)$$

$$w = a\sigma \frac{\sinh k(z+H)}{\sinh kH} \cos(\sigma t - kx); \quad (1.22)$$

- წნევა ტალღური ზედაპირის მქონე წყლის ნებისმიერ წერტილში

$$p = -\gamma z + a\gamma \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \sin(\sigma t - kx) \quad (1.23)$$

მოყვანილ ამოხსნებში ტრიგონომეტრიული ფუნქციების არგუმენტი ($\sigma t \pm kx$) წარმოადგენს ტალღური მოძრაობის ფაზას, რომელშიც ნიშანი „+“ შეესაბამება ტალღების გავრცელებას X ღერძის საწინააღმდეგო, ხოლო „-“ ნიშანი - X ღერძის თანხვედნილი მიმართულებით; $\cosh kH$, $\sinh kH$ და $\tanh kH$ შესაბამისად აღნიშნავს ჰიპერბოლურ კოსინუსს, სინუსს და ტანგენსს kH არგუმენტისგან:

$$\begin{aligned} \cosh kH &= \frac{e^{kH} + e^{-kH}}{2}; \quad \sinh kH = \frac{e^{kH} - e^{-kH}}{2}; \\ \tanh kH &= \frac{\sinh kH}{\cosh kH} = \frac{e^{kH} - e^{-kH}}{e^{kH} + e^{-kH}}, \end{aligned} \quad (1.24)$$

რომლებშიც e ნეპერის რიცხვი ანუ ექსპონენტაა, $e = \exp = 2,7182...$

მდგარი, ანუ ადგილზე მერხევი ტალღების შემთხვევაში თანამამრავლი $\cos(\sigma t \pm kx)$ პოტენციალის (1.17) გამოსახულებაში უნდა შეიცვალოს ნამრავლით $\cos \sigma t \cos kx$, ხოლო ტალღური ზედაპირის (1.18) გამოსახულებაში, ნაცვლად $\sin(\sigma t \pm kx)$ -ისა, უნდა ჩაისვას $\cos \sigma t \sin kx$.

(1.17)÷(1.23) ამოხსნებში ტალღური რხევების ამპლიტუდა a , ტალღური რიცხვი k (შესაბამისად ტალღის სიგრძე, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$) და ტალღურ რხევათა სიხშირე σ (ან პერიოდი $\tau = \frac{2\pi}{\sigma}$) მოცემული ანუ ნებისმიერი მუდმივი სიდიდეებია. პერიოდულ ტალღურ მოძრაობათა თეორიაში მიჩნეულია, რომ ამ მუდმივთა რიცხვითი მნიშვნელობები არ ექვემდებარება განსაზღვრას. უფრო ზუსტად, მათი საანგარიშო მნიშვნელობები უნდა განისაზღვროს სხვაგვარად ფორმულირებული ამოცანის ამოხსნის საფუძველზე, რომელშიც საწყისი ან სასაზღვრო პირობების სახით გაითვალისწინება მაიძულებელი ძალების (ვთქვათ, ქარის, ბარიული წნევის გრადიენტის, მცურავი ტრანსპორტის, წყალგამშვები ფარების მანიპულირების და ა.შ.) ზემოქმედების ხასიათი. ამგვარი ამოცანები, ცალკეული გამონაკლისის გარდა, არ იხსნება ზუსტი ანალიზური მეთოდებით და ძირითადად ეყრდნობა ნატურულ დაკვირვებებს და ამ დაკვირვებების სტატისტიკურ-ალბათურ შეფასებებს (ლაიტხილი, ფილიპსი, უნა, უიზემი, ლონგე-ჰიგინსი, სტიუარტი, ტეილორი, ჰანსონი, ლე მეოტე, კრილოვი, ვოლცინგერი, პელინოვსკი და სხვ.).

როცა წყლის სიღრმე აჭარბებს ტალღის სიგრძეს, ანუ როცა $kH = 2\pi \frac{H}{\lambda} > 1$ და $H \rightarrow \infty$, ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებებში ჰიპერბოლური ფუნქციები მიისწრაფის **ზღვრული** (ე.წ. ასიმპტოტური) მნიშვნელობისკენ, კერძოდ:

$$\lim_{kH \rightarrow \infty} \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} = e^{kz}; \quad \lim_{kH \rightarrow \infty} \tanh kH = 1, \quad (1.25)$$

რის გამოც, სიჩქარის პოტენციალის ზოგადი, (1.17) დამოკიდებულება დებულობს სახეს

$$\varphi = \frac{ag}{\sigma} e^{kz} \cos(\sigma t \pm kx), \quad (1.26)$$

ხოლო სითხის ნაწილაკების სიჩქარის მოდული, (1.21) და (1.22) დამოკიდებულებების თანახმად იანგარიშება ფორმულით:

$$|\vec{V}| = (u^2 + w^2)^{1/2} = a\sigma e^{kz} = a \frac{2\pi}{\tau} e^{2\pi z / \lambda}. \quad (1.27)$$

ამ გამოსახულებებში z ღერძი მიმართულია წყლის შეუმფოთებელი (ნულოვანი) ზედაპირიდან ვერტიკალურად ზევით. ამიტომ წყლით დაკავებულ არეში z კოორდინატი ღებულობს უარყოფით მნიშვნელობებს, რის გამოც წყლის ნაწილაკების სიჩქარე ინტენსიურად (ექსპონენციალურად) კლებულობს სიღრმის მატებასთან ერთად, ხოლო ტალღურ რხევათა სიხშირე და ფაზური სიჩქარე, გამოსახული შესაბამისად (1.19) და (1.20) ტოლობებით, ღრმა წყალზე (1.25) ზღვრული ტოლობების გათვალისწინებით ღებულობს მნიშვნელობებს

$$\sigma = \sqrt{gk}; \quad (1.28)$$

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}. \quad (1.29)$$

განვიხილოთ მაგალითი. ვთქვათ, ოკეანის ზედაპირზე ქარის მიერ აღძრული ტალღების სიმაღლე $h = 3$ მ-ს (ამპლიტუდა $a = 1,5$ მ-ს), ტალღის სიგრძე $\lambda = 150$ მ,

ტალღური რიცხვი $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14}{150} = 0,042 \text{ მ}^{-1}$; ტალღურ რხევათა სიხშირე

$\sigma = \sqrt{gk} = \sqrt{9,81 \cdot 0,042} = 0,64 \text{ წმ}^{-1}$; პერიოდი $\tau = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2 \cdot 3,14}{0,64} = 9,8 \text{ წმ}$; ფაზური

სიჩქარე $c = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,042}} = 15,3 \text{ მ/წმ}$. მაშინ, ასეთი ღელვისას, (1.27)

დამოკიდებულების თანახმად, წყლის ნაწილაკების სიჩქარის მოდული ოკეანის ზედაპირზე, ანუ როცა $z = 0$ ტოლია: $|\vec{V}| = a \frac{2\pi}{\tau} e^{2\pi z / \lambda} = 1,5 \frac{2 \cdot 3,14}{9,81} \cdot 1 = 0,96 \text{ მ/წმ}$;

ოკეანის $z = -50$ მ სიღრმეში, ანუ ტალღის სიგრძის $1/3$ -ის ტოლ სიღრმეზე

$$|\vec{V}| = 0,96 \cdot e^{2\pi z / \lambda} = 0,96 \exp\left[\frac{2 \cdot 3,14 \cdot (-50)}{150}\right] = 0,96 \cdot \exp(-2,09) = 0,12 \text{ მ/წმ},$$

ანუ მცირდება $\frac{0,96}{0,12} = 8$ -ჯერ, ხოლო ტალღის სიგრძის ტოლ 150 მ სიღრმეზე,

სადაც $|\vec{V}| = 0,002 \text{ მ/წმ}$, მცირდება 480 –ჯერ, ანუ წყალი ფაქტობრივად უძრავია.

ნებისმიერ სხვა შემთხვევაშიც, ოკეანეში ზედაპირულ ტალღებს შესამჩნევ მოძრაობაში მოჰყავს წყლის ნაწილაკები მაქსიმუმ ტალღის სიგრძის ტოლ სიღრმეზე.

მეორე ზღვრულ შემთხვევაში, როცა ტალღის სიგრძე მნიშვნელოვნად აჭარბებს წყლის სიღრმეს (კერძოდ, 20–ჯერ და მეტად), სრულდება ზღვრული ტოლობა

$$\lim_{kH \rightarrow 0} \tanh kH = kH, \quad (1.30)$$

რის გამოც, გამომდინარე (1.20) გამოსახულებიდან ტალღების გავრცელების ფაზური სიჩქარე გამოითვლება დამოკიდებულებით

$$c = \sqrt{gH}, \quad (1.31)$$

რაც გვიჩვენებს, რომ მდმივი სიღრმის მქონე უძრავ წყალზე გრძელი ტალღების გავრცელების სიჩქარეს განსაზღვრავს მხოლოდ წყლის სიღრმე და არა ტალღის სიგრძე, როგორც ეს გამომდინარეობს მოკლე ტალღების (1.29) ფორმულიდან.

1.2.4. ტალღები თანაბარი სიჩქარით მოძრავი წყლის ზედაპირზე

ჩვენთვის განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს კლასიკური ტალღური ჰიდროდინამიკის ის ამოხსნები, რომლებიც შეეხება ტალღების გავრცელებას ერთგვაროვან დამყარებულ ნაკადებზე. ბრტყელი ამოცანის განხილვის შემთხვევაში, ნაკადზე ზედდებული ტალღური მოძრაობის პოტენციალი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\Phi = U_0 x + \varphi(x, z, t), \quad (1.32)$$

სადაც U_0 დამყარებული ნაკადის მუდმივი სიჩქარეა x ღერძის გასწვრივ; $\varphi(x, z, t)$ არის სიჩქარის Φ პოტენციალის ტალღურ მდგენელი (ცხადია, როცა $U_0 = 0$, $\Phi = \varphi$). (1.32) აღნიშვნის ჩასმით (1.5) და (1.7) სასაზღვრო პირობებში და მათი გაწვრივებით ვღებულობთ

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho} + g\eta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} U_0^2 &= 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad \text{როცა } z=0 \quad (1.33)$$

ამასთან, ვინაიდან $U_0 = \text{const}$ და $H = \text{const}$, არ იცვლება არც ლაპლასის (1.15) განტოლება და არც (1.16) სასაზღვრო პირობა ფსკერზე: – ნაცვლად φ ფუნქციისა ისინი ჩაიწერება Φ ფუნქციის მიმართ. ამიტომ დინებაზე ტალღური შეშფოთებების პოტენციალის მიმართ ამ განტოლებათა ამოხსნა ფორმალურად არ განსხვავდება უძრავ წყალზე ტალღური პოტენციალის ზემოთმოყვანილი (1.17) ამოხსნისაგან. სხვაობა ვლინდება ტალღური მოძრაობის სიხშირისა და ფაზური სიჩქარის განსაზღვრისას (1.19) და (1.20) პირობების საფუძველზე. კერძოდ (1.33) პირობიდან ტალღური ზედაპირის η კოორდინატის გამორიცხვით მიიღება ახალი სასაზღვრო პირობა მხოლოდ φ ფუნქციის მიმართ:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + U_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} = -g \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (1.28)$$

თუ ამ პირობაში ჩავსვამთ φ პოტენციალის ამოხსნას, წარმოდგენილს

$$\varphi = A \cosh k(z + H) \cos(\sigma t \mp kx) \quad (1.29)$$

ტოლობის სახით, სადაც A ინტეგრირების მუდმივია, ხოლო ნიშნები „–“ და „+“ აიღება ტალღების გავრცელებისას შესაბამისად X ღერძის თანხვედნილი და საწინააღმდეგო მიმართულებით (X ღერძი თავის მხრივ ემთხვევა ძირითადი ნაკადის მიმართულებას), მივიღებთ დინებაზე წრფივი ტალღური მოძრაობის სიხშირის ცნობილ გამოსახულებას

$$\sigma = kU_0 \pm \sqrt{gk \tanh kH}. \quad (1.30)$$

შესაბამისად, ტალღების გავრცელების სიჩქარე ძირითადი ნაკადის თანხვედნილი („+“ ნიშანი რადიკალის წინ) და საწინააღმდეგო („–“ ნიშნის შემთხვევაში) მიმართულებით იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$c = \frac{\sigma}{k} = U_0 \pm \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kH}. \quad (1.31)$$

(1.31) დამოკიდებულება მუდმივი სიღრმის მქონე ნაკადზე გრძელი ტალღების გავრცელების შემთხვევაში ($\tanh kH \approx kH$) ღებულობს სახეს

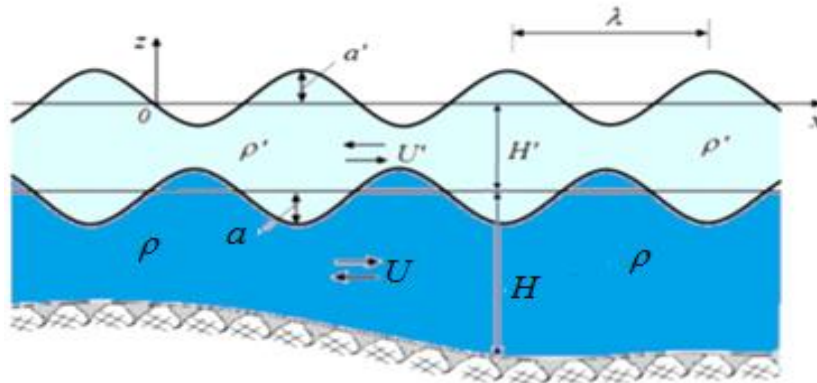
$$c = U_0 \pm \sqrt{gH}, \quad (1.32)$$

რასაც ფართოდ იყენებენ ღია არხებისა და მდინარეთა კალაპოტების ჰიდრავლიკურ გაანგარიშებებში. მაგრამ, როგორც ეს მეხუთე თავში ჩვენ მიერ იქნება ნაჩვენები, (1.32) ფორმულა მოითხოვს კორექტირებას, განსაკუთრებით ძირითადი ნაკადის U_0 სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისას, რასაც მივყავართ არამარტო რაოდენობრივ, არამედ თვისობრივი ხასიათის ცვლილებამდე (გაგომიძე [19,20]).

დისპერსიული (მოკლეტალღოვანი) თეორიის ფარგლებში, ძალზე მოკლედ შევეხებით აგრეთვე ორი სხვადასხვა სიმკვრივის მქონე ნაკადის გამყოფ ზედაპირზე ტალღების გავრცელების ამოცანას, უფრო ზუსტად ამ ამოცანის არსებულ ამოხსნათა იმ შედეგებს, რომლებიც აგრეთვე უკავშირდება ჩვენ მიერ მონოგრაფიაში განხილულ საინჟინრო საკითხებს.

ზღვებსა და ოკეანეებში სიღრმის მატებასთან ერთად ხშირად ადგილი აქვს წყლის ტემპერატურის, მარილიანობისა და სიმკვრივის მკეთრ ცვალებადობას - ე.წ. სტრატეფიკაციას. ეს ცვალებადობა განსაკუთრებით შეიმჩნევა მდინარეთა შესართავ აკვატორიებში და ფიორდებში, სადაც იმდენად დიდია სხვაობა მდინარისა და ზღვის წყლის სიმკვრივეს, ტემპერატურასა და მარილიანობას შორის, რომ შეგვიძლია უგულვებელვყოთ მათ შრეებს შორის გარდამავალი დიფუზიური ფენის არსებობა (სისქე) და მივიჩნიოთ, რომ მდინარის მტკნარ და ზღვის მინერალებით გაჯერებულ წყლებს შორის არსებობს ისეთივე გამყოფი საკონტაქტო ზედაპირი, როგორიც ზღვასა და ატმოსფეროს შორის. ამასთან ამ ზედაპირზე, ისევე როგორც წყლისა და ჰაერის გამყოფ ზედაპირზე, შეიძლება წარმოიქმნას და გავრცელდეს გრავიტაციული ტალღები, რომელთაც **შინაგანი ტალღები** ეწოდებათ. ეს ტალღები შესაძლოა არსებობდეს მაშინაც კი, როცა მტკნარი, უფრო მსუბუქი წყლის ატმოსფეროსთან გამყოფი ზედაპირი სარკისებური ანუ შეუშფოთებელია. შინაგან ტალღებს, ისევე როგორც ზედაპირულს, შეიძლება გააჩნდეს სინუსოიდალური ფორმა (ნახ.1.2.).

შესართავებსა და ფიორდებში შინაგანი ტალღა შეიძლება არც გადაადგილდებოდეს და გააჩნდეს მყინვარის ენის მსგავსი ტანი, რომელსაც პალოსოლს უწოდებენ (ვოინიჩ-სიანოჟენცკი, ლოლელიანი).



ნახ. 1.2. შინაგანი და ზედაპირული ტალღები სხვადასხვა სიმკვრივისა და სიჩქარის ნაკადებზე

განშრევებული ნაკადების გამყოფ ზედაპირებზე დამყარებული ტალღური მოძრაობის წრფივი თეორია შეიმუშავეს და განავითარეს სტოქსმა, გრინხილმა, კელვინმა, ჰელმჰოლცმა, ლამბმა, რელეიმ, კოჩინმა და სხვებმა. ამ თეორიის მიხედვით, როგორც ზედა, ასევე ქვედა, უფრო მკრივი ფენისთვის ტალღური შეშფოთებების პოტენციალი უნდა აკმაყოფილებდეს ლაპლასის (1.15) განტოლებას, წყალუქონადობის პირობას ფსკერზე და ტალღურ შეშფოთებათა წნევების ტოლობის პირობას ზედა და ქვედა შრეების გამყოფ ზედაპირზე (ლამბი, კოჩინი [1], სრეტენსკი).

თუ ფსკერი ჰორიზონტალურია და განიხილება თანაბარი, მაგრამ ერთმანეთისგან განსხვავებული $U' = const$ და $U = const$ სიჩქარით მოძრავი წყლის ფენები, რომლთა სიმკვრივეები მცირედ განსხვავდება ერთმანეთისგან, $\rho \approx \rho'$ ($\rho'/\rho \approx 0.98$ მდინარეთა ზღვაში შესართავ აკვატორიებში და ფიორდებში) მაშინ, ზედაპირული ტალღის ამპლიტუდის (a') ფარდობა შინაგანი ტალღის ამპლიტუდასთან (a) იანგარიშება მიახლოებითი ტოლობით (კოჩინი [1]):

$$a'/a \approx (\rho - \rho')/(\rho + \rho') \ll 1. \quad (1.33)$$

ეს ფარდობა უმნიშვნელოდ მცირე სიდიდეა და ამიტომ დასაშვებია მივიჩნიოთ, რომ მსუბუქი წყლის ზედაპირი დაფარულია ე.წ. „მყარი საფარით“. ეს დაშვება

საშუალებას გვაძლევს გარკვეული მიახლოებით ისე განვიხილოთ შინაგანი ტალღები, რომ მხედველობაში არ მივიღოთ მსუბუქი წყლის ზედაპირზე არსებული ტალღები. მაშინ, შინაგანი ტალღების რხევათა სიხშირე განისაზღვრება დამოკიდებულებით

$$\sigma = k \frac{\alpha \rho U + \alpha' \rho' U'}{\alpha \rho + \alpha' \rho'} \pm k \sqrt{\frac{g}{k} \frac{\rho - \rho'}{\alpha \rho + \alpha' \rho'} - \alpha \alpha' \rho \rho' \left(\frac{U - U'}{\alpha \rho + \alpha' \rho'} \right)^2}, \quad (1.34)$$

რომელშიც U' და U შესაბამისად ზედა და ქვედა ნაკადების სტაციონალური სიჩქარეებია, ხოლო α' და α აღნიშნავს ჰიპერბოლურ კოტანგენტებს -

$$\alpha' = \coth kH'; \quad \alpha = \coth kH. \quad (1.35)$$

(1.34) დამოკიდებულების თანახმად, წყლის ფენებს შორის სიჩქარეთა დიდი სხვაობის გამო, მაშინაც კი, როცა $\rho' < \rho$ ტალღურ რხევათა სიხშირე σ შესაძლოა აღმოჩნდეს კომპლექსური რიცხვი, რაც აუცილებლად გამოიწვევს შინაგანი ტალღების ამპლიტუდის უსასრულოდ ზრდას დროში და განაპირობებს გამყოფი ზედაპირის მდგრადობის დაკარგვას.

მართლაც, თუ გამყოფ ტალღურ ზედაპირს წარმოვადგენთ შემდეგი კომპლექსური ფუნქციის წარმოსახვითი ნაწილის სახით:

$$\eta = a \sin(\sigma t \mp kx) = a \operatorname{Im} \exp i(\sigma t \mp kx) \quad (1.36)$$

სადაც $i = \sqrt{-1}$ კომპლექსური ერთეულია, და ჩავსვათ მასში ტოლობას

$$\sigma = \sigma_1 \mp i\sigma_2, \quad (1.37)$$

სადაც σ_1 (1.34) გამოსახულების რეალური, ხოლო σ_2 - წარმოსახვითი წევრია, გამყოფი ზედაპირისათვის მივიღებთ

$$\eta = a e^{\sigma_2 t} \sin(\sigma_1 t \mp kx). \quad (1.38)$$

(1.38) ის თანახმად, თუ $\sigma_2 > 0$ შინაგანი ტალღების ამპლიტუდა $a e^{\sigma_2 t}$, ექსპონენციალურად იზრდება დროში, და მიგვითითებს შინაგანი ტალღის არამდგრადობაზე.

(1.34) დამოკიდებულების ფესქვეშა გამოსახულებიდან გამომდინარე, გამყოფი ზედაპირის მდგრადობა უზრუნველყოფილი იქნება მხოლოდ მაშინ, როცა ნაკადების სიჩქარეთა სხვაობა დააკმაყოფილებს უტოლობას

$$(U' - U)^2 < \frac{g}{k}(\rho - \rho') \left(\frac{1}{\alpha \rho} + \frac{1}{\alpha' \rho'} \right). \quad (1.39)$$

იმ შემთხვევაში, როცა ზედა და ქვედა ნაკადის სიღრმეები აჭარბებს ტალღის სიგრძეს, ჰიპერბოლური კოტანგენტები $\alpha = \alpha' = 1$ და ნაკადების გამყოფი ზედაპირის მდგრადობის (1.39) პირობა ღებულობს სახეს

$$(U' - U)^2 < \frac{g}{k} \frac{(\rho^2 - \rho'^2)}{\rho \rho'}, \quad (1.40)$$

ხოლო როცა ეს სიღრმეები გაცილებით მცირეა შინაგანი ტალღის სიგრძესთან შედარებით (რის გამოც; $\alpha \approx 1/kH \gg 1$), (1.39) უტოლობაში იკვეცება ტალღური რიცხვი k და (1.39) უტოლობა ღებულობს სახეს

$$(U' - U)^2 < g(\rho - \rho') \frac{H\rho' + H'\rho}{\rho \rho'} \quad (1.41)$$

თუ შევადარებთ ერთმანეთს ამ უტოლობათა მარჯვენა მხარეებს, დავრწმუნდებით, რომ ფენებს შორის სიჩქარეთა ერთი და იმავე სხვაობის შემთხვევაში გამყოფი ზედაპირი უფრო მდგრადია მასზე გრძელი ტალღების გავრცელების შემთხვევაში და ვიდრე მოკლე ტალღების შემთხვევაში

(1.41) დამოკიდებულებიდან გამომდინარეობს აგრეთვე გრძელი შინაგანი ტალღის შეჩერების პირობა მისი დინების საწინააღმდეგოდ გადაადგილებისას. ამ პირობის მისაღებად, შინაგანი ტალღის ფაზური C და ქვედა შრის გადაადგილების U სიჩქარეები უნდა გავუტოლოთ ნულს და (1.34)-ში მივიჩნიოთ, რომ ჰიპერბოლური კოტანგენტები $\alpha \approx 1/kH$, $\alpha' \approx 1/kH'$. მაშინ, (1.34) დამოკიდებულების საფუძველზე, ქვედა შრის გადაადგილება შეწყდება მაშინ, როცა ზედა ნაკადის სიჩქარე გადააჭარბებს მნიშვნელობას:

$$(U')^2 > \left(\frac{\rho}{\rho'} - 1 \right) \cdot gH' \quad (1.42)$$

ასევე, თუ შევადარებთ ერთმანეთს (1.42) უტოლობასა და ორი შრის გამყოფი ზედაპირის მდგრადობის პირობას

$$(U')^2 > \left(\frac{\rho}{\rho'} - 1 \right) g \left(H' + \frac{\rho'}{\rho} H \right), \quad (1.43)$$

(რომელიც გამომდინარეობს (1.41) კრიტერიუმიდან, იმ შემთხვევაში, როცა ზედა შრე მოძრაობს U' სიჩქარით, ხოლო ქვედა შრე უძრავია ($U = 0$)) ადვილად დავრწმუნდებით, რომ კლასიკური ამოხსნების თანახმად გრძელი შინაგანი ტალღის შესაჩერებლად ზედა, მსუბუქი ნაკადის უფრო ნაკლები სიჩქარეა საკმარისი, ვიდრე გამყოფი ზედაპირის მდგრადობის დასარღვევად.

1.3. სანაპირო არეებში ტალღურ მოძრაობათა გაანგარიშების ანალიზური მეთოდების მიმოხილვა

1837 წლიდან დაწყებული, როცა ინგლისელმა მათემატიკოსმა ჯორჯ გრინმა პირველმა დაადგინა გრძელი ტალღების სიმაღლის ცვლილების კანონი, განპირობებული წყლის სიღრმისა და აკვატორიის სიგანის ცვალებადობით (გრინის ეს შედეგები მოყვანილია ლამბისა და სრეტენსკის მონოგრაფიებში), სანაპირო არეებში ტალღური მოძრაობების შესწავლას ეთმობოდა და დღემდე ეთმობა სპეციალისტთა შეუწელებელი ყურადღება. მიუხედავად ამისა, ამჟამად, მათემატიკური თვალსაზრისით, სანაპირო უბნებში ტალღური მოძრაობის ჰიდროდინამიკის მხოლოდ ცალკეული საკითხი შეიძლება ჩაითვალოს ამოწურულად. ეს პირველ რიგში ეხება თავთხელ ნაპირებთან გრძელი ტალღების გავრცელების წრფივ და არაწრფივ თეორიას.

ნაპირებთან მოკლე დისპერსიული ტალღების გავრცელების წრფივი თეორიის ფარგლებში პირველი ზუსტი მათემატიკური შედეგი მიღებულ იქნა არც თუ ისე დიდი ხნის წინ, 1944 წელს, მიშის მიერ. მიშის ამოცანა, შეეხება ორგანოზომილებიანი ბრტყელი ტალღების ტრანსფორმაციას $\pi/2n$ -ის ტოლი კუთხით დახრილ სანაპირო ფერდობზე, სადაც n მთელი დადებითი რიცხვია. შემდგომ, ლევის, სტოკერის, ხამადას, ისააკსონისა და ჰაინსის მიერ იგივე ამოცანა ამოხსნილ იქნა ფსკერის დახრის $P\pi/2n$ -ის ტოლი კუთხეებისთვის, სადაც P მთელი კენტი რიცხვია (სტოკერი, სრეტენსკი). და ბოლოს, პიტერსისა და როზოს შრომებში დახრილ ფსკერზე წრფივი ტალღების გავრცელების მათემატიკური პრობლემა საბოლოოდ იქნა გადაწყვეტილი: მათ ამოხსნეს განზოგადოებული ამოცანა, რომელიც შეეხება უსასრულოდ დახრილ ზღვის ნაპირისკენ კუთხით

მიმართული პერიოდული ტალღების მოძრაობას, როცა სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის კუთხე ნებისმიერია (იცვლება $\approx 0^\circ$ დან 180° -მდე).

გასული საუკუნის მეორე ნახევარში გამოქვეყნდა აგრეთვე ადამსის, ში-იგალის, ვანგის, დორფმანის, რუმინცევის და სხვათა შრომები, რომლებშიც განიხილება დახრილ სანაპირო ფერდობთან დაუმყარებელი ტალღების მოძრაობაც, როცა ტალღების აღმძრავი იმპულსური წყარო გარკვეული მანძილითაა დაშორებული ნაპირიდან, მაგრამ მათი ამოხსნები, როგორც აღნიშნავს სტოკერი, ხასიათდება უფრო ნაკლები ზოგადობით, ვიდრე ამოხსნები, რომლებიც შეეხება უსასრულობიდან ნაპირისკენ მიმართულ დამყარებულ ტალღურ მოძრაობებს.

სანაპირო ფერდობებთან ტალღების დამყარებული მოძრაობის არსებული ზუსტი ამოხსნები მიღებულია კომპლექსური ცვლადის ფუნქციის უაღრესად რთული თეორიის ფარგლებში. ისინი ძირითადად (ცალკეული გამონაკლისის გარდა) გამოიხატება არაცხადი კონტურული ინტეგრალების მეშვეობით, რომელთა ასიმპტოტური წარმოდგენა და რიცხვითი რეალიზაცია დიდ მათემატიკურ და გამოთვლითი ხასიათის სირთულეებთან არის დაკავშირებული. ამის გამო, არსებული ზუსტი ამოხსნების უმრავლესობა დღესდღეობით პრაქტიკულად გამოუყენებელი რჩება და ისინი მხოლოდ მაღალი კვალიფიკაციის მათემატიკოსთა ინტერესს აკმაყოფილებს.

ცალკე ჯგუფს ქმნის ტალღურ მოძრაობათა კვლევის სპექტრალური და სტატისტიკური მეთოდები (ვიგელი, ფილიპსი, ლონგე-ჰიგინსი, კრილოვი [2, 3], ვანგი, ტიტოვი, ბროვიკოვი, კონონკოვა, კრასნოჟონი, სიდოროვა, სელეზოვი და სხვ.) ამჟამად ამ მეთოდებით ხდება რეალური ტალღური მოძრაობების გაანგარიშება ღია ზღვებში, მაგრამ სანაპირო არეების ამოცანებისთვის ეს მეთოდები ჯერ კიდევ საჭიროებს დახვეწას.

სანაპირო ფერდობებთან ტალღების ფრონტალური მოსვლის შემთხვევაში (ანუ ბრტყელი ამოცანის შემთხვევაში) საიჟინრო პრაქტიკაში ყველაზე ფართოდ გამოიყენება ტალღების ტრანსფორმაციის თეორია (ე.წ. ენერგეტიკული მეთოდი), რომელიც ეფუძნება ტალღის მიერ გადატანილი ენერგიის ნაკადის მუდმივობის

კანონს და ამყარებს კავშირს დახრილი ფსკერის სხვადასხვა კვეთში ტალღების მოცემულ და დასადგენ პარამეტრებს შორის. ენერგეტიკული მეთოდის შემუშავებაში დიდი წვლილი მიუძღვით რელეის, მიშს, ო.ბრიენს, ბრეტშნაიდერს, დინს, მეზონს, მაკავეევს, შულეიკნს, კრილოვს და სხვ.

თავდაპირველად ტალღების ტრანსფორმაციის თეორია განიხილავდა მხოლოდ წყლის სიღრმისა და სიგანის ცვალებადობის გავლენას წრფივი პერიოდული ტალღების სიმაღლესა და სიგრძეზე. შემდგომ, ტალღების ტრანსფორმაციის საანგარიშო მოდელებში დამატებით გათვალისწინებულ იქნა ტალღების არაწრფივობა, მდინარის სიჩქარისა და ზღვის დინებების, წყლის სიღრმითი სტრატეფიკაციის, ტურბულენტობის, ტალღების არეკვლისა და სხვა ფაქტორების გავლენა. ამ მოდელების შემუშავებასა და დახვეწაში გადამწყვეტი როლი შეასრულეს ჯონსონის, უნას, მიშის, ტეილორის, ლონგე-ჰიგინსისა და სტიუარტის, ფილიპსის, ვოინიჩ-სიანოჟეცკისა და სხვათა შრომებმა. ტეხილი კონფიგურაციის ფსკერისა და სხვადასხვა ფორმის ზღუდარების გათვალისწინებით ტალღების ტრანსფორმაციის თეორიაში თავისი წვლილი შეიტანეს აგრეთვე პელინოვსკის, ოსტროვსკის, იაკოვლევის, ლაპოსა და სხვათა პუბლიკაციებმა.

გააჩნია რა დიდი ოპერატიული შესაძლებლობები საინჟინრო ამოცანების გადაწყვეტისას, ტალღების ტრანსფორმაციის თეორიის გამოყენების არე ამავე დროს ერთგვარად შეზღუდულია, რადგან მას საფუძვლად უდევს ჰორიზონტალური ფსკერის მქონე წყლის ზედაპირზე ტალღების გავრცელების წრფივი (ან არაწრფივი) თეორიის შედეგები, რის გამოც, მასში, ფსკერის დახრის კუთხე ან საერთოდ არ ფიგურირებს, ან მხოლოდ ხელოვნურადაა შეყვანილი.

როცა პერიოდული ტალღები რაიმე კუთხით მიისწრაფის ნაპირისკენ (ანუ საქმე გვაქვს სამგანზომილებიან ამოცანასთან), უშუალოდ ნაპირთან ხდება ქიმების გამრუდება, ე.წ. ტალღების რეფრაქცია (ნახ.1.3).

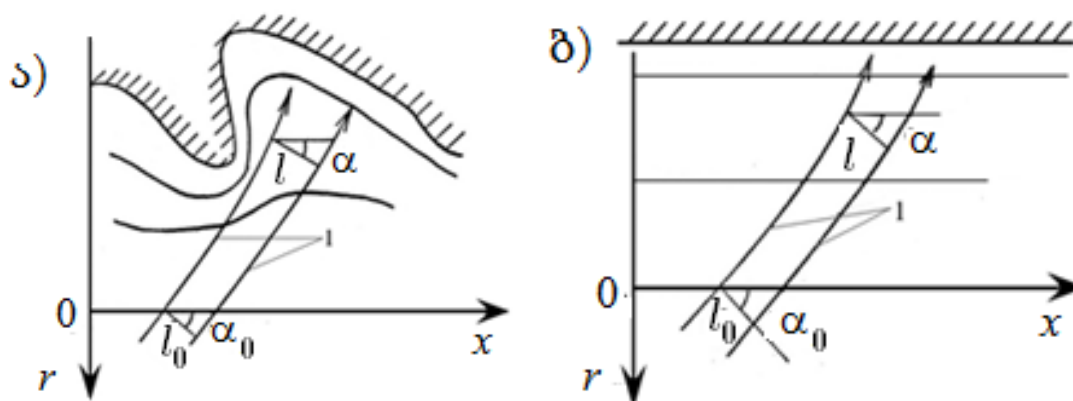
რეფრაქციული სურათის აღწერისას საინჟინრო პროექტირებაში ამჟამად იყენებენ ე.წ. სხივურ-ენერგეტიკულ მეთოდს, რომელიც წარმოადგენს ენერგეტიკული და ოპტიკური მეთოდების სინთეზს. ეს მეთოდი შემუშავებულ

იქნა სვერდრუპის, მუნკის, არტურის, ჯონსონის, ო-ბრაინის, ისაკსონის, პოჩინკის, შულეიკინის, კრილოვის და სხვათა შრომებში.



ნახ. 1.3. ოკეანის ნაპირთან ტალღების რეფრაქციის ტიპური სურათი
(კალიფორნია, აშშ. ინტერნეტფოტო)

ვისარგებლოთ კრილოვის [2] საანგარიშო სქემით (ნახ 1.4.) და ავხსნათ ტალღების რეფრაქციის გაანგარიშების სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდის არსი.



ნახ. 1.4. სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდით ტალღების რეფრაქციის საანგარიშო სქემები: ა) ფსკერის ცვალებადი რელიეფის შემთხვევაში; ბ) ბრტყელი დახრილი ფსკერის შემთხვევაში; l - ტალღების გავრცელების სხივები; l_0 - ცვალებადი მანძილი ორ მეზობელ სხივს შორის; α - ცვალებადი კუთხე ტალღის ფრონტსა (ქიმსა) და x ღერძს შორის.

ეს მეთოდი ეყრდნობა ტალღის ენერგიის ბალანსის განტოლებას, ჩაწერილს ტალღის მიმართულების მაჩვენებელ ორ მეზობელ სხივს (ვექტორს) შორის:

$$l_0 E_0 U_0 = l E U, \quad (1.44)$$

სადაც I_0, E_0, U_0 და I, E, U - შესაბამისად სხივებს შორის მანძილები, ტალღის ენერგია და ჯგუფური სიჩქარეებია წყლის ღრმა (სადაც ეს სიდიდეები მოცემულია) და ნაკლებად ღრმა (სადაც ეს სიდიდეები დასადგენია) უბნებზე.

მხოლოდ (1.44) განტოლებაზე დაყრდნობით ეს ამოცანა ცხადია ვერ გადაწყდება, რადგან მასში, ფერდობზე ტალღის პარამეტრებზე დამოკიდებული ენერგიის (E) და ამ ენერგიის გადატანის ე.წ. ჯგუფური (U) სიჩქარის გარდა შედის უცნობი მანძილი (l) მეზობელ სხივებს შორის. ამოცანის გადასაწყვეტად მიმართავენ ორ ძირითად დაშვებას: პირველი ეფუძნება ფენომენოლოგიურ ანალოგიას დახრილ სიბრტყეზე რეგულარული ტალღების გავრცელებასა და არაერთგვაროვან სივრცეში სინათლის სხივების გავრცელებას შორის. რომელიც საშუალებას გვაძლევს გამოვიყენოთ სინათლის სხივის გადატანის სნელიუსის ოპტიკური კანონი და სითხის ზედაპირული ტელეების მიმართულების განსასაზღვრისას მივიჩნიოთ, რომ სანაპირო ფერდობის ნებისმიერ კვეთში სრულდება პირობა:

$$\frac{\sin \alpha}{c} = \text{const} . \quad (1.45)$$

(1.45) ტოლობაში α კუთხეა ტალღის მიმართულების სხივსა და ფსკერის იზობატის ნორმალს შორის ან, რაც იგივეა, სხივებს შორის მოქცეული ტალღის ქიმის მონაკვეთსა და ფსკერის იზობატს შორის; c - სხივებს შორის ტალღის გავრცელების ფაზური სიჩქარეა.

იზობატების მრუდწირული მოხაზულობის შემთხვევაში (ნახ. 1.4.ა)) (1.45) ტოლობა გამოიყენება გრაფიკული ხერხით l და l_0 მანძილებს შორის კავშირის დასადგენად, ხოლო როცა ფსკერის იზობატები ერთმანეთის პარალელურია, ანუ ფსკერი დახრილ ბრტყელი ზედაპირია (ნახ.1.4. ბ)), (1.45) განტოლება საშუალებას გვაძლევს ანალიზურადაც განვსაზღვროთ l/l_0 ფარდობის მნიშვნელობები.

მეორე დაშვება საშუალებას გვაძლევს დახრილ ფსკერზე ტალღების ენერგიის და ჯგუფური სიჩქარეების ზუსტი მნიშვნელობების განსაზღვრის ნაცვლად, ვისარგებლოთ ჰორიზონტალურ ფსკერზე წყლის ტალღური მოძრაობის ამსახველი დამოკიდებულებებით.

ამ დაშვებების თანახმად, (1.44) დამოკიდებულებაში შემავალი სიდიდეები გამოისახება შემდეგი ტოლობების მეშვეობით (არტური, მუნკი და ისააკსი. ჯონსონი, ბრეტშნაიდერი, ბოგომოლოვი, კანონკოვა და სხვ):

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\gamma h_0^2}{8}; & E &= \frac{\gamma h^2}{8}; \\ U_0 &= \frac{c_0}{2}; & U &= \frac{c}{2} \left(1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right); \\ c_0 &= \frac{g\lambda_0}{2\pi}; & c &= \frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi H}{\lambda}\right), \end{aligned} \quad (1.46)$$

სადაც h_0 , c_0 , λ_0 და h , c , λ - შესაბამისად ტალღის სიმაღლეები, ფაზური სიჩქარეები და სიგრძეებია ღრმა წყალსა და მცირე სიღრმეებზე (ანუ ტალღების რეფრაქციის ზონაში); γ წყლის ხვედრითი წონაა; g - სიმძიმის ძალის აჩქარება; H - წყლის სიღრმე, რომელიც, როგორც აღვნიშნეთ, მუდმივ სიდიდედ არის მიჩნეული დახრილი ფსკერის ყოველ განსახილველ უბანზე.

სწელიუსის კანონის საფუძველზე ადვილად დგინდება კავშირი l და l_0 მანძილებს შორის:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{(1 - \tilde{c}^2 \sin^2 \alpha_0)^{1/2}}{\cos \alpha_0}, \quad (1.47)$$

სადაც შემოღებულია აღნიშვნა

$$\tilde{c} = c / c_0. \quad (1.48)$$

ვინაიდან რეგულარულ ტალღებს გააჩნია მუდმივი პერიოდი, ამ ტალღების ფარდობითი ფაზური სიჩქარე $\tilde{c}$ და ტალღის სიგრძე λ ნებისმიერ H სიღრმეზე იანგარიშება დამოკიდებულებებით:

$$\tilde{c} = \lambda / \lambda_0 \quad (1.49)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \tanh\left(\frac{2\pi H}{\lambda}\right), \quad (1.50)$$

რომელთაგან (1.50) ტრანსცენდენტული განტოლებაა ტალღის λ სიგრძის მიმართ.

(1.45)÷(1.50) გამოსახულებების საფუძველზე მთლიანად განისაზღვრება (1.43) ტოლობის მარჯვენა მხარე, თუ მოცემულია ამ ტოლობის მარცხენა მხარე. მიჩნეულია, რომ ეს უკანასკნელი განისაზღვრება ნაპირიდან შორს, ღია ზღვაზე არსებულ შტორმულ ვითარებაზე დამოკიდებულებით.

(1.45)-(1.50) დამოკიდებულებების გათვალისწინებით (1.43) განტოლების ამოხსნა საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ საანაპირო ფერდობზე ტალღის სიმაღლის (ან, რაც იგივე - ამპლიტუდის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი:

$$K_h = \frac{h}{h_0} = \left\{ \frac{\cos \alpha_0}{(1 - \tilde{c}^2 \sin^2 \alpha_0)^{1/2}} \left[\tilde{c} \left(1 + \frac{4\pi \tilde{H}}{\tilde{c}} \cdot \frac{1}{\sinh(4\pi \tilde{H} / \tilde{c})} \right) \right]^{-1} \right\}^{1/2}. \quad (1.51)$$

სადაც $\tilde{H} = H / \lambda_0$.

იმ შემთხვევაში, როცა ტალღები ფრონტალურად მიემართებიან ნაპირისკენ (1.51) დამოკიდებულებაში უნდა მივიჩნიოთ, რომ $\alpha_0 = 0^\circ$, მაგრამ ნაპირგასწვრივი ტალღების გაანგარიშების შემთხვევაში დაუშვებელია (1.51) ფორმულით სარგებლობა, რადგან, როცა $\alpha_0 = 90^\circ$ (1.51) დამოკიდებულებაში ტალღის სიმაღლე განუზღვრელი ხდება.

$0^\circ \leq \alpha_0 < 90^\circ$ დიაპაზონში სხივურ - ენერგეტიკული მეთოდის (1.51) დამოკიდებულების საფუძველზე კრილოვს [2] მოყვანილი აქვს ტალღის სიმაღლის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტების საანგარიშო ცხრილი და შესაბამისი მრუდები, რომელთა თანახმად, ნაპირთან ტალღის მიახლოებისას წყლის სიღრმის შემცირების გამო ტალღის სიმაღლე ჯერ რამდენადმე კლებულობს, ხოლო შემდგომ, უშუალოდ ნაპირის ხაზთან, ინტენსიურად იზრდება და მიისწრაფის უსასრულობისკენ. მაგრამ, ტალღების საანგარიშო ნორმატიულ დოკუმენტებსა რეკომენდაციებში მოყვანილი ეს გრაფიკები პასუხობს მხოლოდ ტალღების ტრანსფორმაციას ისეთ ფერდობებზე, რომელთა დახრილობა არ აჭარბებს 0,1-ს ($\approx 6^\circ$ -ს).

ტექნიკური სირთულეების გამო შეზღუდულია აგრეთვე საანაპირო არეებში ტალღების რეფრაქციაზე ნატურულ და ლაბორატორიულ დაკვირვებათა რაოდენობა. არსებული ლაბორატორიული კვლევები (ჯუნკოვსკი [1], ნაკამურა,

კრილოვი [2], სმირნოვი, მასსი [1] და სხვ.) მართალია ადასტურებენ სხივურ ენერგეტიკული მეთოდის სიზუსტეს, მაგრამ მხოლოდ ძალზე მცირე დახრილობის სანაპირო ფერდობებისთვის (0,01-დან 0,1-მდე).

მეორე მხრივ, არსებული ზუსტი მათემატიკური ამოხსნებიდან პრაქტიკულად საანგარიშო სახემდე მხოლოდ ცალკეული ამოხსნაა დაყვანილი. მათგან პირველ რიგში აღვნიშნავთ სრეტენსკისა და სტოკერის ზუსტ ამოხსნებს.

სრეტენსკი, თავის მონოგრაფიაში, განიხილავს მიშის ამოცანას „ძალზე მცირედ დახრილი ფსკერის მქონე არხში ორგანოზომილებიანი ზედაპირული ტალღების გავრცელების შესახებ“, როცა ფსკერის დახრის კუთხე (θ_0) დიდი

მთელი n რიცხვის უკუპროპორციულია - $\theta_0 = \frac{\pi}{2n}$. ასეთი არხისთვის, სრეტენსკის

ზუსტი ამოხსნა ტალღური მოძრაობის სიჩქარის პოტენციალისთვის გამოისახება კომპლექსური ცვლადის ფუნქციებში შემდეგი კონტურული ინტეგრალის მეშვეობით:

$$\varphi(z) = -\frac{ia_0}{k_0^n} \int_{\Gamma} \sqrt{\frac{k_0 + i\xi}{k_0 - i\xi}} \exp \frac{1}{\alpha} [\theta_0 z \xi - H(\xi)] \cdot \frac{d\xi}{\xi}, \quad (1.52)$$

სადაც i წარმოსახვითი ერთეულია, a_0 და k_0 - ნაპირიდან შორ მანძილზე მოცემული ტალღის ამპლიტუდა და ტალღური რიცხვი; ξ წარმოადგენს ინტეგრირების Γ კონტურის ელემენტს; Z კომპლექსური ცვლადია, $z = x + iy$; x ღერძი მეთხვევა სითხის შეუშფოთებელ ზედაპირს და მიმართულია ნაპირიდან დიდი სიღრმეებისკენ; y ღერძი შეუშფოთებელი ზედაპირიდან ვერტიკალურად ზევითაა მიმართული; $H(\xi)$ აღნიშნავს ინტეგრალს

$$H(\xi) = \int_0^{1/\xi} \arctan \mu \cdot \frac{d\mu}{\mu}, \quad (1.53)$$

სადაც μ ინტეგრირების პარამეტრია.

როცა კომპლექსი $k_0 \theta_0 x$ მცირე სიდიდეა სრეტენსკი, ე.წ. უნაგირული წერტილის მეთოდის გამოყენებით, ღებულობს (1.52) ამოხსნის რეალური და

წარმოსახვითი ნაწილების ასიმპტოტურ (ზღვრულ) მნიშვნელობებს, რომელთაც აქვთ შემდეგი სახე:

$$\varphi_1(x) = 2\sqrt{\pi}a_0^4 \sqrt{\frac{\theta_0}{k_0x}} \sin\left(2\sqrt{\frac{k_0x}{\theta_0}} - \frac{\pi}{4}\right); \quad (1.54)$$

$$\varphi_2(x) = 2\sqrt{\pi}a_0^4 \sqrt{\frac{\theta_0}{k_0x}} \cos\left(2\sqrt{\frac{k_0x}{\theta_0}} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (1.55)$$

თუ ამ ამოხსნებს გავამრავლებთ დროზე პერიოდულად დამოკიდებულ $e^{i\sigma t}$ ფუნქციაზე და შევკრებთ მათ რეალურ ნაწილებს, მივიღებთ ნაპირისკენ ფრონტალურად მიმართული ტალღური მოძრაობის სიჩქარის პოტენციალის ასიმპტოტურ დამოკიდებულებას.

ზუსტი (1.52) ამოხსნიდან გამომდინარე ცხადია, თუ რა დიდ მათემატიკურ სირთულეებთან გვაქვს საქმე თვით იმდენად გამარტივებული პირობის მქონე ამოცანის გადაწყვეტისას, როგორც სრეტენსკ-მიშის ამოცანაა. აქვე აღვნიშნავთ, რომ სრეტენსკ-მიშის ამოცანაზე უფრო ზოგადი ამოცანის გადაწყვეტისას, მონოგრაფიის 2 თავში ჩვენ მიერ, ნამდვილი ცვლადის ფუნქციებში, გაცილებით უფრო იოლი გზით მღებულის ასიმპტოტური ამოხსნები, ფსკერის მცირე ქანობის შემთხვევაში, ნებისმიერი მუდმივის სიზუსტით ემთხვევა ზემოთმოყვანილ ასიმპტოტურ ამოხსნებს.

გარდა ამისა, ჩვენი ამოხსნების სისწორეს ადასტურებს სტოკერის ამოცანის ზუსტი ამოხსნაც, რომელიც შეეხება პერიოდული ტალღების კუთხით მოსვლას ვერტიკალურ. კედელთან - „ქარაფთან“ (სტოკერი, 3.5.3 „Three-Dimensional Waves Against a Vertical Cliff“), რომლის წინ წყლის სიღრმე პრაქტიკულად უსასრულოა ოკეანის ზედაპირზე ტალღის სიგრძესთან შედარებით.

სტოკერი ამ კერძო ამოცანას ხსნის დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში, რომელშიც უგანზომილებო Z ღერძი ემთხვევა ნაპირის ხაზს; X ღერძი მიმართულია ნაპირიდან ღია ზღვისკენ, ხოლო y ღერძი, კედელის სიბრტყეში, ვერტიკალურად ზემოთაა მიმართული წყლის შეუმფოთებელი ზედაპირიდან. ჩვენი ამოხსნების სტოკერის ზუსტ ამოხსნებთან შედარების გაიოლების მიზნით,

ქვემოთ, ჩვენ მიერ, სტოკერის შედეგები გადაყვანილია დეკარტის ისეთ კოორდინატთა სისტემაში, რომელშიც განზომილების მქონე x ღერძი ემთხვევა ნაპირის ხაზს, z ღერძი ტრადიციულად მიმართულია ვერტიკალურად ზემოთ, ხოლო y ღერძი ზღვისკენაა მიმართული. მაშინ, ასეთ კოორდინატთა სისტემაში, სტოკერის ზუსტი ამოხსნა სიჩქარის პოტენციალისთვის ღებულობს სახეს:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, t) = & A \left[\varphi_1(y, z) \cos k_1 x + \frac{k_2}{2k_0} \varphi_2(y, z) \sin k_1 x \right] \cos \sigma t - \\ & - A \left[\varphi_1(y, z) \sin k_1 x - \frac{k_2}{2k_0} \varphi_2(y, z) \sin k_1 x \right] \cos \sigma t - \\ & - A \left[\varphi_1(y, z) \sin k_1 x - \frac{k_2}{2k_0} \varphi_2(y, z) \cos k_1 x \right] \sin \sigma t \end{aligned} \quad (1.56)$$

რომელშიც $\varphi_1(y, z)$ და $\varphi_2(y, z)$ ფუნქციები იანგარიშება დამოკიდებულებებით:

$$\varphi_1(y, z) = e^{k_0 z} \cos k_2 y ; \quad (1.57)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(y, z) = & i e^{k_0 z} \int_{-\infty}^{k_0 z} e^{-\mu} H_0^{(1)} \left(i k_1 \sqrt{y^2 + \mu^2} \right) d\mu + \\ & + i H_0^{(1)} \left(i k_1 \sqrt{y^2 + z^2} \right) - \frac{2k_0}{k_2} e^{k_0 z} \sin k_2 y. \end{aligned} \quad (1.58)$$

(1.56)-(1.58) გამოსახულებებში A ნებისმიერი მუდმივია; $H_0^{(1)}(y, z)$ არის ჰანკელის ნულოვანი რიგის პირველი გვარის სპეციალური ფუნქცია; t დროა, $\sigma = 2\pi / \tau$ - ტალღურ რხევათა წრიული სიხშირე; τ - პერიოდი, i - კომპლექსური ერთეული; k_0 ; k_1 და k_2 მუდმივი ტალღური რიცხვებია, რომლებიც გამოითვლება ტოლობებით:

$$k_0 = \frac{\sigma}{g} = \frac{2\pi}{\lambda_0}; \quad k_1 = k_0 \sin \alpha_0; \quad k_2 = k_0 \cos \alpha_0, \quad (1.59)$$

სადაც α_0 კუთხეა, მოცემული უსასრულობაში, ტალღების თავდაპირველად სწორხაზოვან ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის; λ_0 ტალღის სიგრძეა ასევე მოცემული უსასრულობაში (ვერტიკალური კედლიდან დიდ მანძილზე) ტალღის გავრცელების მიმართულებით.

თუ გავითვალისწინებთ ჰანკელის ფუნქციის ასიმპტოტურ სახეს არგუმენტის დიდი მნიშვნელობებისთვის (ვატსონი) დავრწმუნდებით, რომ სტოკერის მიერ მიღებული (1.56) ამონახსნის რეალური ნაწილი, (1.59) აღნიშვნების გათვალისწინებით, როცა $y \rightarrow \infty$, ანუ ნაპირიდან შორ მანძილზე მიისწრაფის მნიშვნელობისკენ:

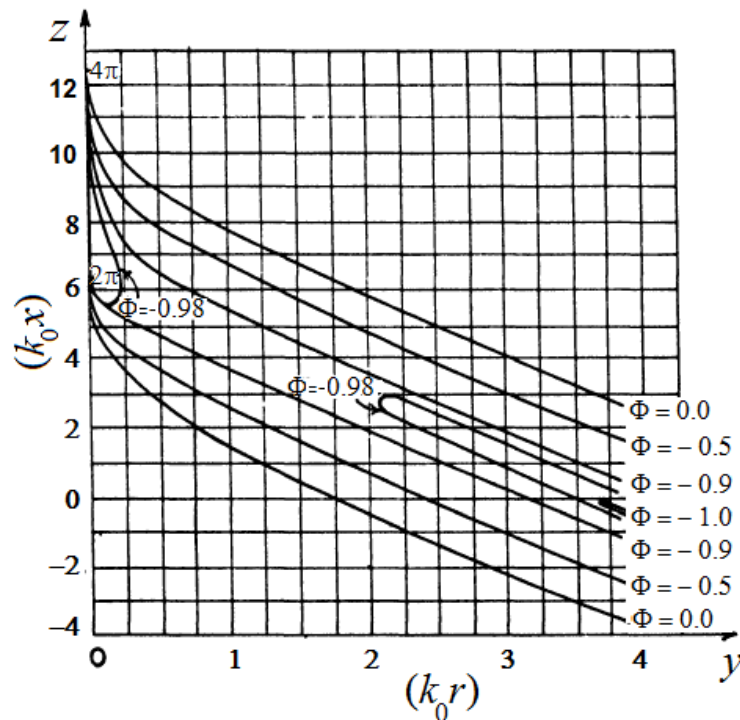
$$\varphi = Ae^{k_0 z} \cos(\sigma t + k_0 \sin \alpha_0 x + k_0 \cos \alpha_0 y). \quad (1.60)$$

რომელის თანახმად, ვინაიდან $\eta = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -i \frac{\sigma}{g} \varphi$, როცა $z = 0$, ნაპირიდან შორს პერიოდული ტალღების ქიმები სწორხაზოვანია და α_0 კუთხით მიისწრაფიან ნაპირისკენ.

ნაპირთან მიახლოებისას, როცა $y \rightarrow 0$ და $z \rightarrow 0$, (1.57) და (1.58) გამოსახულებებიდან პირველი მიისწრაფის 1-სკენ, ხოლო მეორე უსასრულობისკენ (რადგან, როცა $z \rightarrow 0$ და $y \rightarrow 0$ ჰანკელის ფუნქცია $H_0^{(1)}(y, z) \rightarrow \infty$) და, შესაბამისად, ნაპირის ხაზთან (1.56) ამონახსნაც მიისწრაფის უსასრულობისკენ. ეს ნიშნავს, რომ ვერტიკალურ კედელთან ადგილი აქვს ტალღების მსხვერევასა და მათი ენერგიის შთანთქმას (რის გამოც, ამ ამოცანაში, არ განიხილება ვერტიკალური კედლიდან ტალღების არეკვლის ეფექტი).

სტოკერს თავის მონოგრაფიაში მოჰყავს (1.56) ამოხსნის რიცხვითი რელიაზაცია იმ შემთხვევისთვის, როცა უსასრულობაში, ნაპირისკენ მიმართული რეგულარული ტალღები 30° -იან კუთხეს ადგენს ნაპირის ხაზთან (ნახ.1.5.).

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ტალღის ზედაპირის ვერტიკალური კოორდინატი η მხოლოდ მუდმივით განსხვავდება თავისუფალ ზედაპირზე პოტენციალის მნიშვნელობისგან, შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ ნახ.1.5-ზე ასახულია ტალღების რეფრაქციული სურათი ორ მეზობელ კვანძურ წირს ($\eta = 0$) შორის, რომლის თანახმად ტალღური ზედაპირის ღრმულის ყველა დონის წირი მრუდდება (ექვემდებარება რეფრაქციას) და ფრონტალურად უახლოვდება ნაპირის ხაზს (z ღერძს, ჩვენ აღნიშვნებში - $(k_0 x)$ ღერძს).



ნახ.1.5. ვერტიკალური კედლისკენ $\alpha_0 = 30^\circ$ კუთხით მიმართული ტალღის ღრმულის ეფვიპოტენციალები (სტოკერი, ნახ.5.3.2; $\sigma = \pi / 2$; $A = 1$; $\lambda_0 = 6,28$ მ, $k_0 = 1$ მ⁻¹).

უნდა აღინიშნოს, რომ ანალიზურ სახემდე დაყვანილია დახრილ ზედაპირებთან ტალღური რხევების ამოხსნათა ძალზე მცირე რაოდენობა. ეს ამოხსნები ეკუთვნით რელეის, კირხჰოფს, ლამბს, მაკ-დონალდს, კელანდს, გურრეს, კოჩინს და ძირითადად მოიცავს ორგანზომილებიან მდგარ ტალღებს შემოზღუდულ მართკუთხა და წრიული კვეთის ჭურჭელში და ტოლფერდა სამკუთხა არხებში, რომელთა გვერდები სიმეტრიის ღერძთან ადგენს 30° ; 45° და 60° -იან კუთხეებს (ლამბი, კოჩინი, გურრე). ამ ამოხსნებს არ აქვს განსაკუთრებულობა ნაპირის ხაზზე, რაც საშუალებას იძლევა განისაზღვროს ფერდობზე, ნაპირის ხაზს ზევით ტალღის აცურების სიმაღლე.

განსაკუთრებით უნდა გამოვყოთ სტოქსის ის ამოხსნა, რომელიც შეეხება სანაპირო ფერდობის გასწვრივ ე.წ. „კიდურა“ ტალღების გავრცელებას (კოჩინი [1], ლამბი). ამ ნაპირგასწვრივი ტალღების ქიმები სანაპირო ხაზთან ადგენს მართ კუთხეს, ხოლო მათი ამპლიტუდა ექსპონენციალურად მცირდება ზღვის მიმართულებით. დეტალურად ამ ტიპის ტალღები განიხილება მე-4 თავში.

ხშირ შემთხვევაში, გადაულახავმა მათემატიკურმა სირთულეებმა, რაც დაკავშირებულია წრფივი და არაწრფივი სამი და ორგანზომილებიანი ტალღური განტოლებების ამოხსნასთან, განაპირობა ე.წ. **ევოლუციური თეორიის** შემუშავება. ამ თეორიაში ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკის განტოლებები, სხვადასხვა გარდაქმნებისა და გასაშუალოების პროცედურის გამოყენების შედეგად, დაიყვანება უფრო ნაკლები განზომილების მქონე **ევოლუციურ განტოლებამდე**.

მხოლოდ სენ-ვენანის, ბუსინესკის, კორტევეგ - დე ვრიზის, კადომცევ - ფეტციაშვილის, შრედინგერის და სხვათა ევოლიციური განტოლებების გამოყენების საფუძველზე გახდა შესაძლებელი ტალღური ჰიდრომექანიკის მრავალი, უაღრესად მნიშვნელოვანი პრობლემის გადაჭრა. კერძოდ, შეიქმნა გრძელი ტალღების საანგარიშო მეთოდები, რომლებიც განსაკუთრებით ფართოდ გამოიყენება თავთხელ სანაპირო არეებში ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა დაპროექტებისას.

ამჟამად ტალღური ჰიდროდინამიკის ამოცანათა გადასაწყვეტად ფართოდ იყენებენ **სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებათა** (ე.წ. **სიგ**) და მათემატიკური ფიზიკის კერძოწარმოებულებიანი განტოლებების ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებზე დაყვანის პირდაპირ მეთოდებს. უნდა აღინიშნოს აგრეთვე ტალღების დიფერენციალური გაანგარიშების მოდელი შემუშავებული პელინოვსკის [3] მიერ.

ტალღური მექანიკის ამოცანების ამოსახსნელად **სიგ-მეთოდი** პირველად გამოიყენა სტოკერმა. შემდეგ ამ მეთოდმა ასახვა ჰპოვა შოუს, ფრიდმანის, ბენის, ხვანგის, ლისა და სხვათა შრომებში. **სიგ-მეთოდის** არსი (რიცხო) მდგომარეობს გრინის მეორე ინტეგრალური ფორმულის გამოყენებაში, რომელიც ერთმანეთს უკავშირებს სიჩქარის პოტენციალის მნიშვნელობებს წყლის შემომფარგვლელ მყარ საზღვრზე სიჩქარის პოტენციალთან წყლის შიგნით არსებულ წერტილებში. შიგა წერტილის წყლის შემომსაზღვრელ ზედაპირისკენ მისწრაფების შედეგად გრინის მეორე ინტეგრალური ფორმულა დაიყვანება სასაზღვრო წერტილებში ტალღური მოძრაობის პოტენციალის განმსაზღვრელ ფრედჰოლმის ინტეგრალურ განტოლებაზე, რაც ფაქტობრივად ამცირებს გადასაწყვეტი ამოცანის

განზომილებას. საჭიროების შემთხვევაში, წყლის მასის შიგნით არსებულ წერტილებში სიჩქარის პოტენციალის საპოვნელად გრინის მეორე ფორმულის ხელმეორედ გამოყენებას მივყავართ განსაზღვრული ინტეგრალის გაანგარიშებამდე.

სიგ-მეთოდი ნაყოფიერი აღმოჩნდა ტალღური მოძრაობის სხვადასხვა ამოცანების ამოსახსნელად, მაგრამ მისი რეალიზება შესაძლებელია მხოლოდ ელექტრონულად, რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით და „თქმაც არ შეიძლება ამ მეთოდით რაიმე ანალიზური შედეგის მიღებაზე“ (რიცცო).

სიგ-მეთოდისგან განსხვავებით ხშირ შემთხვევაში ცხად ანალიზურ შედეგებთან მივყავართ კერძოწარმოებულიანი განტოლებების ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებზე დაყვანის პირდაპირ მეთოდს, რაზეც, კერძოდ, დაფუძნებულია წინამდებარე მონოგრაფიის ძირითადი შედეგები.

ამ მეთოდს „უჭირავს შუალედური ადგილი ამოცანის ზუსტ და რიტცისა და გალიორკინის მიახლოებით ამოხსნებს შორის“. იგი შეიმუშავა ნობელის პრემიის ლაურეატმა, აკადემიკოსმა ლეონიდ კანტოროვიჩმა 1933 წელს [1,2]. მეთოდის არსი მდგომარეობს საწყისი, - კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალურ განტოლებებიდან ერთ-ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის გამორიცხვაში რიტც-გალიორკინის პირდაპირი მეთოდის გამოყენებით. შედეგად, მცირდება გადასაწყვეტი ამოცანის განზომილება და ამით მარტივდება მისი ამოხსნა. კანტოროვიჩის მეთოდის ორჯერადი გამოყენების გზით შესაძლებელია სამგანზომილებიანი ამოცანის დაყვანაც ერთგანზომილებიანი განტოლების ამოხსნაზე (ბისტროვი).

რაც შეეხება უშუალოდ რიტც-გალიორკინის პირდაპირ მეთოდს, იგი მათემატიკის მრავალ სახელმძღვანელოსა თუ საცნობარო ლიტერატურაშია მოყვანილი (კანტოროვიჩი [2], კრასნოვი და სხვ), მაგრამ ამ მეთოდის გამოყენება საშუალებას იძლევა მივიღოთ ამოცანის მხოლოდ რაოდენობრივი (რიცხვითი) შედეგები, იმ დროს, როდესაც კანტოროვიჩის მეთოდის გამოყენებით ვღებულობთ ამოცანის ანალიზურ ამოხსნასაც, რომელიც, ჩვეულებრივ, ძალზე ახლოსაა ზუსტ ამოხსნასთან. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ კანტოროვიჩის

მეთოდით მარტივი ანალიზური ამოხსნების მიღება მნიშვნელოვნადაა დამოკიდებული საბაზისო ფუნქციების წარმატებით შერჩევაზე.

ტალღურ ჰიდრომექანიკაში კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდი პირველად გამოიყენა ბერკჰოფმა 1976 წელს. შემდეგ ამ მეთოდით ისარგებლეს სხვა მკვლევარებმაც (ევანგელისტი, დიატლოვი).

ავტორი სრულიად დამოუკიდებლად მივიდა ტალღურ ჰიდრომექანიკაში კანტოროვიჩის მეთოდის გამოყენების იდეასთან (გაგოშიძე, [5, 7, 8]) და მხოლოდ შემდგომ გაეცნო ბერკჰოფის ნაშრომს. ამით უნდა აიხსნას ის გარემოება, რომ დახრილ ზედაპირებზე წყლის ტალღების გავრცელების ავტორისეული მათემატიკური მოდელი პრიციპულად და ვფიქრობთ, მნიშვნელოვანი უპირატესობით განსხვავდება ბერკჰოფის ანალოგიური მოდელისგან.

ბერკჰოფი ამოცანას ხსნის დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში და, კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდის შესაბამისად, სიჩქარეთა ველის პოტენციალს წარმოგვიდგენს ორი ფუნქციის ნამრავლის სახით:

$$\varphi(x, y, z, t) = f(x, y, z) \cdot \phi(x, y, t), \quad (1.61)$$

რომელთაგან $f(x, y, z)$ -ს ირჩევს საბაზისო ფუნქციად და ანიჭებს მას მნიშვნელობას:

$$f(x, y, z) = \frac{\cosh(z + H)}{\cosh kH} z^{2n}, \quad (1.62)$$

სადაც $k(x, y)$ და $H(x, y)$ შესაბამისად ტალღური რიცხვი და წყლის ცვალებადი სიღრმეა; Z - ვერტიკალური კოორდინატი; ხარისხის მაჩვენებელი n დებულობს მნიშვნელობებს $n = 0; 1; 2 \dots$

მაგრამ ბერკჰოფის მიერ შერჩეული საბაზისო ფუნქცია ზუსტად არ აკმაყოფილებს დახრილ ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობას, რაშიც ადვილად დავრწმუნდებით, თუ სიჩქარეთა ველის პოტენციალს, წარმოდგენილს (1.61) და (1.62) გამოსახულებებით, ჩავსვამთ დახრილი ფსკერის წყალუქონადობის სასაზღვრო პირობაში

$$\frac{d\varphi}{dz} + \frac{dH}{dx} \cdot \frac{d\varphi}{dx} + \frac{dH}{dy} \cdot \frac{d\varphi}{dy} = 0, \quad \text{როცა } z = -H(x, y). \quad (1.63)$$

სწორედ ამის გამო, ბერკჰოფის ევოლუციური განტოლება $\phi(x, y, t)$ ფუნქციის მიმართ ფაქტობრივად მოიცავს ტალღებს წყლის ისე მცირედ ცვალებად სიღრმეებზე, (რასაც აღნიშნავს იაკოვლევიც), სადაც პრაქტიკული მიზნებისთვის სავსებით დამაკმაყოფილებელი სიზუსტით „მუშაობს“ ზემოთ განხილული სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდი.

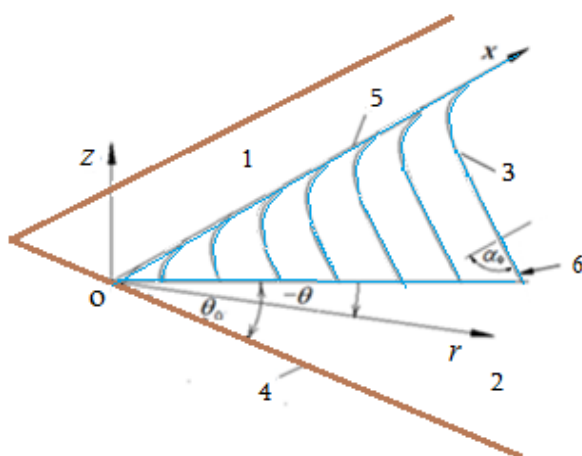
მონოგრაფიის მეორე თავში, ჩვენ მიერ ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში შერჩეული საბაზისო ფუნქცია ზუსტად აკმაყოფილებს დახრილ ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობას, ხოლო ევოლუციური განტოლება ერთდროულად სამართლიანია, როგორც მცირე დახრილობის, ასევე ციცაბო და უარყოფითი დახრილობის წყალქვეშა ფერდობებისთვის, ანუ სანაპირო ფერდობებისთვის, რომელთა დახრის კუთხე ჰორიზონტთან ნებისმიერია და იცვლება 0-დან 180°-მდე ფარგლებში. ამით, ჩვენი მოდელი, განსხვავებით ბერკჰოფისა და სხივურ-ენერგეტიკული მოდელებისგან, საშუალებას იძლევა ავსახოთ ნაპირთან ტალღების მოსვლის რეფრაქციული სურათი მაშინაც კი, როცა ნაპირთან წყლის სიღრმე პრაქტიკულად უსასრულოა.

თავი 2

ტალღების რეფრაქცია ნებისმიერი კუთხით დახრილ სანაპირო ფერდობთან

2.1. სანაპირო ფერდობთან ტალღური მოძრაობის ევოლუციური განტოლების გამოყვანა

ვთქვათ, ზღვის დიდი სიღრმეებიდან რაიმე კუთხით დახრილი სანაპირო ფერდობისკენ მიემართება პერიოდული ტალღები (ნახ. 2.1). ამოცანა მდგომარეობს წყლის მიერ დაკავებული სივრცის ნებისმიერ წერტილში, უსასრულოდ ნაპირამდე, ამ ტალღების ყველა მახასიათებელი კომპონენტის - ამპლიტუდის, ტალღის სიგრძის, სიხის ნაწილაკების სიჩქარეთა ველისა და რეფრაქციული სურათის განსაზღვრაში, თუ ცნობილია უსასრულობაში (ღრმა წყალზე) ტალღების საწყისი მიმართულება, ამპლიტუდა და სიგრძე (ან პერიოდი).



ნახ. 2.1. სანაპირო ფერდობზე ტალღების რეფრაქციის საანგარიშო სქემა.

1 - სანაპირო ფერდობი; 2 - ზღვა; 3 - ტალღური ზედაპირის ქიმები; 4 - ფსკერი; 5 - ნაპირის ხაზი; 6 - ტალღების თავდაპირველი მიმართულება ნაპირიდან შორ მანძილზე.

ამ კლასიკური მოცანის ამოსახსნელად, ტალღურ ჰიდრომექანიკაში პირველად გამოიყენება კოორდინატთა ცილინდრული x, r, θ სისტემა (ნახ. 2.1), რომელშიც x ღერძი ემთხვევა უსასრულო განფენილობის სანაპირო ხაზს; რადიუს-ვექტორი r სათავეს იღებს $x=0$ წერტილში (რომლის მდებარეობა ნაპირზე ნებისმიერია) და ნაპირის ხაზის მართობულადაა მიმართული ზღვის დიდი სიღრმეებისკენ; პოლარული θ კუთხე ღებულობს მნიშვნელობებს 0-დან $-\theta_0$ -მდე, ანუ ზღვის შეუშფოთებელი ზედაპირიდან (რომლის განტოლებაა

$\theta = 0$) დახრილ ფსკერამდე (რომელის განტოლებაა $\theta = -\theta_0$); θ_0 არის სანაპირო ფერდობის სიბრტყის ჰორიზონტთან დახრის კუთხე.

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნებს

$$x = x; \quad y = r \cos \theta; \quad z = r \sin \theta \quad (2.1)$$

და გამოვიყენებთ დიფერენციალურ გამოსახულებებში ცვლადების შეცვლის მეთოდს (ბრონშტეინი და სემენდიაევი), მარტივი გარდაქმნების შემდეგ ლაპლასის (1.10) განტოლება და (1.14) და (1.13) სასაზღვრო პირობები შესაბამისად მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0 ; \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{g}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}, \quad \text{როცა } \theta = 0; \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 0, \quad \text{როცა } \theta = -\theta_0, \quad (2.4)$$

სადაც φ ტალღური შემფოთებების პოტენციალია.

გარდა (2.3) და (2.4) სასაზღვრო პირობებისა, რომლებიც სრულდება სითხის თავისუფალ ზედაპირსა და დახრილ ფსკერზე, x ღერძის გასწვრივ საჭიროა დაკმაყოფილდეს ამოცანის ერთგვაროვნების პირობა, ხოლო ნაპირიდან შორ მანძილებზე, როცა $r \rightarrow \infty$ ამოცანის ამონახსნი უნდა ასახავდეს მონოქრომატულ სწორქიმიან ტალღებს, მიმართულს ნაპირისკენ გარკვეული კუთხით. ეს უკანასკნელი პირობა შეესაბამება პოტენციალის თეორიაში ცნობილ ზომერფელდის ე.წ. **გამოსხივების პირობას**, რომელიც მოითხოვს სინათლის გამოსხივებისას უსასრულოებაში სასრული ამპლიტუდის მქონე ელექტრო-მაგნიტური ტალღების არსებობას.

ამოცანის ამოხსნა იწყება t დროსა და x ღერძის მიმართ ერთგვაროვანი პერიოდული პოტენციალის წარმოდგენით სამი ფუნქციის ნამრავლის სახით:

$$\varphi = f(r, \theta) \cdot \psi(r) \cdot \exp i(\sigma t + k_1 x), \quad (2.5)$$

სადაც i წარმოსახვითი ერთეულია; $\sigma = 2\pi/\tau$ - ტალღურ რხევათა მუდმივი სიხშირე; τ -პერიოდი; k_1 - X ღერძის გასწვრივ ტალღის სიგრძის მუდმივი λ_1 გეგმილის შესაბამისი ტალღური რიცხვია, $k_1 = 2\pi/\lambda_1$.

პოტენციალის (2.5) ნამრავლის სახით წარმოდგენის შედეგად (2.2) $\div$ (2.4) ამოცანა დაიყვანება შემდეგი სახის სასაზღვრო ამოცანაზე:

$$f \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \left(\frac{f}{r} + 2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} - k_1^2 f \right) \psi = 0; \quad (2.6)$$

$$\sigma^2 f = \frac{g}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}, \quad \text{როცა } \theta = 0; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0, \quad \text{როცა } \theta = -\theta_0. \quad (2.8)$$

(2.2) $\div$ (2.4) სისტემის ასეთი ფორმით ჩაწერა აადვილებს მისგან არატალღური კოორდინატის გამორიცხვას თუ (2.6) $\div$ (2.8) განტოლებათა სისტემაში f ფუნქციას მივიჩნევთ საბაზისო ფუნქციად და ვისარგებლებთ კანტოროვიჩის [1] პირდაპირი მეთოდით.

კერძოდ, მივიჩნიოთ, რომ საბაზისო f ფუნქციას აქვს სახე:

$$f(r, \theta) = \cosh kr(\theta + \theta_0), \quad (2.9)$$

სადაც $k = k(r)$ ცვლადი ტალღური რიცხვია. ეს საბაზისო ფუნქცია, სხვა შესაძლო საბაზისო ფუნქციათა შორის, ყველაზე მეტად მიესადაგება ამოცანის სასაზღვრო პირობებს: - მისი საშუალებით ზუსტად კმაყოფილდება დახრილ ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის (2.8) პირობა, ხოლო თავისუფალ ზედაპირზე (2.7) დინამიკური პირობის საფუძველზე მიიღება დისპერსიული დამოკიდებულება ტალღურ $k(r)$ რიცხვსა და მუდმივ σ სიხშირეს შორის;

$$\sigma^2 = gk \tanh kr\theta_0 \quad (2.10)$$

თუ შევადარებთ (2.10)-ს ბრტყელ ჰორიზონტალურ ფსკერზე წყლის ზედაპირული ტალღების გავრცელების ცნობილ დისპერსიულ (1.19) დამოკიდებულებას, დავრწმუნდებით, რომ იგი, დიდი r -ის შემთხვევაში, როცა

$r \rightarrow \infty$, ისევე როგორც (1.19) დამოკიდებულება ღრმა წყალზე, როცა $H \rightarrow \infty$, მიისწრაფვის ტოლობისკენ

$$\sigma^2 = gk_0, \quad (2.11)$$

სადაც $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ - λ_0 სიგრძის შესაბამისი ტალღური რიცხვია, მოცემული ნაპირიდან შორ მანძილზე, ტალღის გავრცელების მიმართულებით.

ერთი და იგივე სახემდე დაიყვანება აგრეთვე (2.10) და (1.19) დისპერსიული დამოკიდებულებები მეორე ზღვრულ შემთხვევაშიც, როცა ტალღები ვრცელდება მეტად მცირე დახრილობის მქონე სანაპირო ფერდობზე, კერძოდ, როცა (2.10)-ში $r\theta_0 \approx H$ და, ამასთან ერთად $kH \rightarrow 0$. ამ შემთხვევაშიც როგორც (2.10), ასევე (1.19) დამოკიდებულებები გვაძლევს:

$$\sigma^2 = gk^2 H. \quad (2.12)$$

(2.10) და (1.19) დისპერსიულ დამოკიდებულებებს შორის სხვაობა თავს იჩენს მხოლოდ ჰორიზონტთან ფსკერის დახრის დიდი კუთხეების შემთხვევაში.

გარდა ზემოთ ჩამოთვლილისა, აღვნიშნავთ, რომ სწორედ (2.9) საბაზისო ფუნქციას მიეყვარათ „გამოსხივების“ პირობის დაკმაყოფილებამდე, ანუ უსასრულობაში ნაპირისკენ გარკვეული კუთხით მიმართული სწორხაზოვანი ქიმებისა და მუდმივი ამპლიტუდის მქონე რეგულარული ტალღების არსებობამდე.

საბაზისო ფუნქციის ამგვარად შერჩევის შემდეგ არატალღური θ კოორდინატის გამორიცხვას (2.6) განტოლებიდან ვაწარმოებთ კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდის გამოყენებით. ამისთვის (2.6) განტოლებას ვამრავლებთ ბაზისურ (2.9) ფუნქციაზე და შემდეგ ვაინტეგრებთ მას პოლარული θ კუთხით $\theta = -\theta_0$ -დან $\theta = 0$ საზღვრებში, ანუ ვაინტეგრებთ გამოსახულებას

$$\int_{-\theta_0}^0 \left[f^2 \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \left(\frac{f^2}{r} + 2f \frac{\partial f}{\partial r} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(\frac{f}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{f}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} + f \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - k_1^2 f^2 \right) \psi \right] d\theta = 0 \quad (2.13)$$

სადაც $f = \cosh kr(\theta + \theta_0)$.

(2.13) –ის ინტეგრირების პროცედურა დაიყვანება ცხრილის რამდენიმე ინტეგრალის მოძებნაზე, რის შემდეგაც ვღებულობთ $\psi(r)$ ფუნქციის მიმართ შემდეგი სახის მეორე რიგის ცვლადკოეფიციენტებიან დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} + \frac{2}{1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0}} \left(\theta_0 \coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr} \right) \left(\frac{dk}{dr} r + k \right) \right] \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left\{ k^2 - k_1^2 + \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0}} \times \right. \\ \times \left(\theta_0 \coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr} \right) \left(\frac{dk}{dr} r + k \right) + \frac{1}{1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0}} \left[\left(\theta_0^2 + \frac{1}{2k^2 r^2} - \frac{\theta_0 \coth 2kr\theta_0}{kr} + \frac{\theta_0^2}{3} \cdot \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} \right) \times \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{dk}{dr} r + k \right)^2 + \left(\theta_0 \coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr} \right) \frac{d}{dr} \left(\frac{dk}{dr} r + k \right) \right] \right\} \psi = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

(2.14) განტოლებაში, ცვალებადი ტალღური რიცხვი k და მისი წარმოებულები განისაზღვრება გამომდინარე (2.10) დისპერსიული დამოკიდებულებიდან, ტალღურ რხევათა სიხშირის მუდმივობის ($\sigma = const$) გათვალისწინებით

$$\frac{dk}{dr} = - \frac{2k^2 \theta_0}{\sinh 2kr\theta_0 + 2kr\theta_0} . \quad (2.15)$$

ევოლუციური (2.14) განტოლება წარმოადგენს ძირითად ერთგანზომილებიან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამოხსნა, ნებისმიერი θ_0 კუთხით დახრილი სანაპირო ფერდობის შემთხვევაში, საშუალებას გვაძლევს (2.5)÷(2.9) და (2.15) დამოკიდებულებების საფუძველზე განვსაზღვროთ სამგანზომილებიანი მონოქრომატული ტალღების სიჩქარეთა ველის ϕ პოტენციალი ნებისმიერ წერტილში.

ზოგადი სახით (2.14) განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით, მაგრამ იგი საშუალებას გვაძლევს ასიმპტოტურადაც გავაანალიზოთ ტალღების მოძრაობის რეფრაქციული სურათი ნაპირიდან, როგორც შორ, ასევე ახლო მანძილებზე და ანალიზურად განვსაზღვროთ ტალღის

სიმაღლისა და სიგრძის ცვლილება (ტრანსფორმაციის კოეფიციენტები) ზღვაზე პერიოდული ტალღური მოძრაობის მთელ დიაპაზონში - უსასრულოდ და ნაპირამდე (გარდა უშუალოდ ნაპირზე ტალღების მსხვერვის ძალზე ვიწრო უბნებისა).

აქვე საჭიროა აღინიშნოს, რომ ჩვენ მიერ შემოღებული ცნებები „შორი“ და „ახლო“ (ან „დიდი“ და „მცირე“) მანძილების შესახებ ისეთივე ფარდობითია, როგორც კლასიკურ ტალღურ ჰიდრომექანიკაში ცნებები „დიდი“ და „მცირე“ სიღრმეებზე: - ეს მანძილები (სიღრმეები) ფასდება მხოლოდ $r\theta_0$ ნამრავლის (ან H სიღრმის) შედარებით ნაპირისკენ მიმართული ტალღის λ სიგრძესთან. ამ ფარდობითობის გამო ტალღები აღიწერება ერთი და იგივე ასიმპტოტური დამოკიდებულებებით, როგორც ციცაბო ფერდობის სიახლოვეს, ასევე ნაპირიდან შორსაც, თუ ვიხილავთ ჰორიზონტთან ძალზე მცირედ დახრილი ფსკერის შემთხვევას. მეორე მხრივ, ამავე მიზეზით, სანაპირო ხაზის უშუალო სიახლოვეს, როგორც ციცაბო, ასევე მცირედ დახრილ ნაპირებთან ტალღური მოძრაობა აისახება გრძელი ტალღებისთვის დამახასიათებელი ერთი და იგივე განტოლებების საფუძველზე. ქვემოთ ეს ასიმპტოტური შემთხვევები ცალ-ცალკეა განხილული.

2.2. ტალღური მოძრაობის ასიმპტოტურობა ნაპირიდან დიდ მანძილზე ან ციცაბო ფერდობის მისადგომებთან

„დიდს“ ვუწოდებთ r მანძილს, რომელზეც ჰიპერბოლური ფუნქციების ასიმპტოტური ქცევის შესაბამისად, სანაპირო ფერდობის დახრის ნებისმიერი θ_0 კუთხის შემთხვევაში სრულდება შემდეგი მიახლოებითი ტოლობები:

$$\tanh kr\theta_0 \approx 1; \quad \coth 2kr\theta_0 \approx 1; \quad 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0 \approx 0. \quad (2.16)$$

იგივე მიახლოებითი ტოლობები შეიძლება შესრულდეს $r\theta_0$ ნამრავლის დიდი მნიშვნელობებისთვისაც, ე.ი. იმ შემთხვევაშიც, როცა ვიხილავთ ტალღებს ციცაბოდ დახრილი სანაპირო ფერდობების მისადგომებთან.

ზემოთ, (2.10) დისპერსიული გამოსახულების ანალიზის საფუძველზე, ჩვენ დავადგინეთ, რომ დიდი r ის (ან $r\theta_0$ -ის) შემთხვევაში, ანუ როცა სრულდება

(2.16) ასიმპტოტური ტოლობები, ცვლადი $k(r)$ ტალღური რიცხვი მიისწრაფვის მუდმივი k_0 სიდიდისკენ (რომელიც არის უსასრულობაში $k_0 = \frac{\sigma^2}{g}$ ტოლობით განსაზღვრული ტალღური რიცხვი) ისე, რომ ნაპიროდან დიდ მანძილებზე ან ციკაბო ფერდობის მისადგომებთან სრულდება მიახლოებითი ტოლობები:

$$k \approx k_0, \quad \frac{dk}{dr} \approx 0. \quad (2.17)$$

(2.16) და (2.17) ასიმპტოტური გამოსახულებების გათვალისწინებით ძირითადი (2.14) ევოლუციური განტოლება დაიყვანება შედეგი სახის მუდმივ კოეფიციენტებიან დიფერენციალური განტოლებაზე.

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + 2k_0\theta_0 \frac{d\psi}{dr} + [k_0^2(1+\theta_0^2) - k_1^2]\psi = 0, \quad (2.18)$$

რომლის ერთ-ერთ ამონახსნს, რომელიც პასუხობს უსასრულობიდან ნაპირისკენ მიმართულ ტალღებს, აქვს სახე:

$$\psi = C \cdot e^{-k_0 r \theta_0} \cdot e^{ik_2 r}, \quad (2.19)$$

სადაც C მანორმირებელი მუდმივაა, ხოლო k_2 განისაზღვრება ტოლობით

$$k_2 = (k_0^2 - k_1^2)^{1/2} \quad (2.20)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ k_2 ტალღური რიცხვია, რომელიც შეესაბამება ტალღის სიგრძეს, მოცემულს უსასრულობაში, სანაპირო ხაზის მართობული მიმართულებით.

კავშირი $k_1; k_2$ და k_0 ტალღურ რიცხვებს შორის, გარდა (2.20)-ისა, გამოისახება დამოკიდებულებებით

$$k_1 = k_0 \sin \alpha_0; \quad k_2 = k_0 \cos \alpha_0, \quad (2.21)$$

სადაც α_0 კუთხეა ტალღების ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის, მოცემული აგრეთვე უსასრულობაში, (რომელსაც შემდგომ მოსვლის კუთხესაც ვუწოდებთ).

(2.19) ამოხსნისა და (2.5) და (2.9) აღნიშვნების გათვალისწინებით ტალღური მოძრაობის პოტენციალის რეალური ნაწილი, ნაპირიდან შორ მანძილებზე (ან ციკაბო ფერდობის მისადგომებთან), ღებულობს სახეს:

$$\varphi = C \cdot e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \cosh k_0 r (\theta + \theta_0) \cos(\sigma + k_1 x + k_2 r) \quad (2.22)$$

მიღებული ასიმპტოტური ამოხსნა ინარჩუნებს ტალღური მოძრაობის სამგანზომილებიან სტრუქტურას; იგი აკმაყოფილებს ყველა ზემოთ ჩამოთვლილ სასაზღვრო პირობას, ე.წ. „გამოსხივების პირობის“ ჩათვლით. ამაში ადვილად დავრწმუნდებით თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $C = 2a_0 g / \sigma$ და ვისარგებლებთ (1.12) სასაზღვრო პირობით, რომლის თანახმად

$$\eta = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \text{როცა } \theta = 0. \quad (2.23)$$

მაშინ, (2.22)-ის ჩასმით (2.23)-ში, მივიღებთ წყლის ზედაპირის ტალღური მოძრაობის ამსახველ განტოლებას

$$\eta = a_0 \cdot (1 + e^{-2k_0 r \theta_0}) \cdot \sin(\sigma + k_1 x + k_2 r), \quad (2.24)$$

სადაც a_0 ტალღის ამპლიტუდაა მოცემული უსასრულობაში. როცა $r \rightarrow \infty$ ან $r \theta_0 \rightarrow \infty$ (2.24) დამოკიდებულება მართლაც მიისწრაფვის გამოსახულებისკენ

$$\eta = a_0 \cdot \sin(\sigma + k_1 x + k_2 r), \quad (2.25)$$

რაც მიგვითითებს უსასრულობაში სწორქიმიანი პროგრესული ტალღების არსებობაზე, რომლებიც ნაპირისკენ გარკვეული კუთხით არიან მიმართული.

მეორე მხრივ, (2.24)-ის თანახმად, ციკაბო ნაპირთან მიახლოებისას, ტალღის ამპლიტუდა მიისწრაფის გაორებისკენ, მაგრამ უნდა გვახსოვდეს, რომ (2.24) ასიმპტოტური ამონახსნია და ამიტომ მისი გამოყენება მაშინ, როცა არგუმენტი ღებულობს მცირე მნიშვნელობებს, შესაძლოა არაკორექტული აღმოჩნდეს¹.

¹ ასიმპტოტური ფორმულებით სარგებლობისას, მათი გამოყენების არე შესაძლოა დადგინდეს მხოლოდ ამ ფორმულებით მიღებული შედეგების შედარებით არსებულ ზუსტ ამოხსნებთან (რა თქმა უნდა, თუკი არსებობს ასეთი ზუსტი ამოხსნები). ამასთან ასიმპტოტური ფორმულები, რომლებიც როგორც წესი პასუხობს არგუმენტის დიდ მნიშვნელობებს, ხშირად ვარგისი აღმოჩნდება არგუმენტის მცირე მნიშვნელობისთვისაც (ნიკიფოროვი და უვაროვი [1]).

კოორდინატთა შერჩეულ სისტემაში სითხის ნაწილაკების სიჩქარის ნაპირგასწვრივი, რადიალური (ნაპირის ხაზისადმი ორთოგონალურად მიმართული) და ტანგენციალური (რადიუს-ვექტორის მიერ შემოწერილი რკალის მხები მიმართულების) მდგენელები შესაბამისად განისაზღვრება ტოლობებით:

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}. \quad (2.26)$$

თუ (2.25)-ში ჩავსვამთ სიჩქარეთა ველის პოტენციალის (2.22) გამოსახულებას და მოვახდენთ მის გაწარმოებას ასიმპტოტური გამოსახულებების გაწარმოების წესით (გაწარმოებას ექვემდებარება მხოლოდ ტალღის ფაზა და არა ამპლიტუდა. (სტოკერი, ფედორუკი)), მივიღებთ ნაპირიდან შორ მანძილზე ან ციცაბო ფერდობის მისადგომებთან ტალღური მოძრაობით განპირობებული წყლის ნაწილაკების სიჩქარეთა განმსაზღვრელ ასიმპტოტურ ფორმულებს:

$$v_x = -a_0 \cdot \frac{2gk_1}{\sigma} e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \cosh k_0 r (\theta + \theta_0) \sin \gamma; \quad (2.27)$$

$$v_r = -a_0 \cdot \frac{2gk_2}{\sigma} e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \cosh k_0 r (\theta + \theta_0) \sin \gamma; \quad (2.28)$$

$$v_\theta = a_0 \cdot \frac{2gk_2}{\sigma} e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \sinh k_0 r (\theta + \theta_0) \cos \gamma, \quad (2.29)$$

სადაც γ აღნიშნავს ტალღის ფაზას:

$$\gamma = \sigma t + k_1 x + k_2 r. \quad (2.30)$$

როცა ტალღები შორი მანძილიდან ფრონტალურად მიემართება ნაპირისკენ (2.27)÷(2.29) გამოსახულებებში სრულდება ტოლობები $k_1 = 0$; $k_2 = k_0 = \sigma^2 / g$, რის გამოც, სიჩქარეთა ველის ნაპირგასწვრივი მდგენელი $v_x = 0$. ტალღების ნაპირგასწვრივი მოძრაობისას კი, ხდება პირიქით - სიჩქარეთა რადიალური მდგენელი $v_r = 0$, რადგან $k_2 = 0$ და $k_1 = k_0$.

ნაპირიდან დაშორებით, უშუალოდ დახრილ ფსკერზე, როცა $\theta = -\theta_0$, (2.29) ფორმულის შესაბამისად სიჩქარის ნორმალური მდგენელი $v_\theta = 0$, ხოლო (2.27) და (2.28) ფორმულები იღებს სახეს:

$$v_x = -a_0 \cdot \frac{2gk_1}{\sigma} e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \sin \gamma ; \quad (2.31)$$

$$v_r = -a_0 \cdot \frac{2gk_2}{\sigma} e^{-k_0 r \theta_0} \cdot \sin \gamma , \quad (2.32)$$

რაც მიგვითითებს ნაპირთან ტალღის მიახლოებისას წყლის ნაწილაკების სიჩქარის როგორც ნაპირგასწვრივი, ასევე ნაპირისადმი მართობული მდგენელების ინტენსიურ ზრდაზე.

2.3. ტალღების ასიმპტოტურობა ნაპირიდან ახლო მანძილზე ან მცირედ დახრილ სანაპირო ფერდობზე

2.3.1. ძირითადი ასიმპტოტური განტოლება

„ახლო“ მანძილებს ვუწოდებთ სანაპირო ხაზიდან ისეთ დაშორებებს, რომლებზეც სრულდება შემდეგი მიახლოებითი ტოლობები:

$$\tanh kr\theta_0 \approx kr\theta_0; \quad \coth 2kr\theta_0 \approx \frac{1}{kr\theta_0}; \quad \frac{2kr\theta}{\sinh 2kr\theta_0} \approx 1. \quad (2.33)$$

(2.33) ასიმპტოტური ტოლობების დასახასიათებლად ტერმინი „ახლო“ ბრჭყალებშია ჩასმული იმის გამო, რომ ეს ე.წ. ახლო მანძილები, თუ განვიხილავთ ძალზე მცირედ დახრილ ფერდობებს ($\theta_0 \ll 1$), რეალურად შეიძლება მნიშვნელოვნადაც იყოს დაშორებული ნაპირის ხაზიდან. ნებისმიერ შემთხვევაში, როცა $kr\theta_0 \ll 1$ ძირითად (2.14) განტოლებაში შემავალი k და $\left(\frac{dk}{dr}r + k\right)$ სიდიდეები, ტალღური მოძრაობის სიხშირის მუდმივობის გამო, (2.10)

დამოკიდებულების საფუძველზე განისაზღვრება ფორმულებით:

$$k \approx \left(\frac{k_0}{r\theta_0}\right)^{1/2}; \quad \left(\frac{dk}{dr}r + k\right) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{k_0}{r\theta_0}\right)^{1/2}, \quad (2.34)$$

სადაც k_0 უსასრულობაში მოცემული ტალღური რიცხვია. მაშინ, (2.33) და (2.34) მიახლოებითი ტოლობების საფუძველზე, ძირითადი (2.14) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left(\frac{k_0}{r\theta_0} - k_1^2 \right) \cdot \psi = 0 \quad (2.35)$$

(2.35) დიფერენციალური განტოლება განეკუთვნება გადაგვარებულ ჰიპერგეომეტრიულ განტოლებათა ჯგუფს და მისი ამოხსნა გამოსახება ჰიპერგეომეტრიული ფუნქციების მეშვეობით, რომელთა გაანალიზებაც კი დიდ სირთულეებთანაა დაკავშირებული. ჩვენ კი დაინტერესებული ვართ ელემენტარულ ფუნქციებში ამოხსნების ცხადი სახით მიღებით, რომელთა ანალიზი გაცილებით იოლია, ვიდრე სპეციალური ფუნქციებისა. ამისათვის მივმართოთ (2.35) ცვლად კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნას ვეტცელ-კრამერს-ბრიულენის ე.წ. WKB მეთოდით, რომელიც უზრუნველყოფს ამოხსნების თანაბარ ასიმპტოტურობას იმ შემთხვევაშიც კი, როცა დიფერენციალურ განტოლებას ნულ წერტილში (ანუ, ჩვენს შემთხვევაში ნაპირის ხაზზე) გააჩნია განსაკუთრებულობა - მეორე რიგის პოლუსი.

2.3.2. WKB მეთოდის არსი

WKB მეთოდი დეტალურად მათემატიკისა და ელემენტარულ ნაწილაკთა ფიზიკის მრავალ კურსშია განხილული, მათ შორის მეთიუზ-უოკერის, ფრიმენის, ნიკიფოროვ-უვაროვის [1,2], ფედორუკის და სხვათა მათემატიკურ შრომებში. რამდენადმე შეცვლილი ფორმით, იგი განიხილება აგრეთვე უიხემის ცნობილ მონოგრაფიაში “წრფივი და არაწრფივი ტალღები”.

WKB მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში:

ვთქვათ, მოცემული გვაქვს მეორე რიგის ცვლადკოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლება

$$y'' + p(r)y' + q(r)y = 0 \quad (2.36)$$

თუ მოვახდენთ ჩასმას

$$y = u \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \int p(r) dr\right] \quad (2.37)$$

მაშინ (2.36) განტოლება დაიყვანება u ფუნქციის მიმართ მეორე რიგის ორწევრა განტოლებაზე

$$u'' + Q(r)u = 0, \quad (2.38)$$

სადაც

$$Q(r) = q - \frac{p^2}{4} - \frac{p'}{2}. \quad (2.39)$$

შემოაქვთ აგრეთვე აღნიშვნა

$$u = \exp[i\beta(r)], \quad (2.40)$$

და წრფივი (2.38) განტოლება დაყავთ $\beta(r)$ ფუნქციის მიმართ შემდეგი სახის არაწრფივ განტოლებაზე:

$$-(\beta')^2 + i\beta'' + Q = 0, \quad (2.41)$$

რომელის ამოხსნა ხორციელდება თანდათანობითი მიახლოების წესით: ჯერ, როგორც მცირე სიდიდეს, უგულველყოფენ β'' -ს. ეს დასაშვებია, თუ Q -ს ცვლილება ტალღის სიგრძეზე, (რომელიც მიახლოებით უდრის $1/\sqrt{Q}$ -ს) მცირეა Q -თან შედარებით, ანუ სრულდება პირობა

$$|\beta''| \approx \frac{1}{2} \left| \frac{Q'}{\sqrt{Q}} \right| \ll |Q|. \quad (2.42)$$

მაშინ, პირველი მიახლოებით, (2.41)-ის ამოხსნა გვაძლევს

$$\beta \approx \pm \int \sqrt{Q} dr \quad (2.43)$$

ხოლო, მეორე მიახლოებით

$$\beta \approx \pm \int \sqrt{Q} dr + \frac{i}{4} \ln Q, \quad (2.44)$$

რომელის საფუძველზე, (2.38) განტოლების ამოხსნა დებულობს სახეს (მეთიუზი და უოკერი):

$$u \approx \frac{1}{Q^{1/4}} \tilde{C}_{1,2} \exp(\pm i \int \sqrt{Q} dr), \quad (2.45)$$

სადაც $\tilde{C}_{1,2} = C_{1,2} \exp\left(\mp i \frac{\pi}{4}\right)$ (ან, რაც იგივეა, $\tilde{C}_{1,2} = C_{1,2} \exp\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \mp i \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$)

მანორმირებული მუდმივებია.

(2.38) განტოლების (2.45) მიახლოებით ამოხსნას ეწოდება WKB ამოხსნა.

2.3.3. WKB ამოხსნები მცირედ დახრილი ფსკერის შემთხვევაში

იმ შემთხვევაში, როცა არ კმაყოფილდება (2.42) პირობა, ხშირად ხერხდება (2.38) განტოლების ისე გარდაქმნა, რომ შესაძლებელი შეიქმნეს ამ გარდაქმნილი განტოლების WKB მეთოდით ამოხსნა. კერძოდ, ასეთ ვითარებასთან გვაქვს საქმე (2.35) განტოლების ამოხსნისას: (2.35) განტოლება მასში (2.37) ჩასმის განხორციელებით, ანუ (2.35)-ში

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{r}} u \quad (2.46)$$

გამოსახულების ჩასმით, დაიყვანება ორწევრა განტოლების სახეზე:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{1}{4r^2} + \frac{k_0}{r\theta_0} - k_1^2 \right) \cdot u = 0, \quad (2.47)$$

რომელიც მოიცავს მეორე რიგის პოლუსს $r=0$ წერტილში. $r=0$ წერტილის მიდამოში (ანუ სანაპირო ხაზის მახლობლად) არ სრულდება WKB მეთოდის გამოყენების (2.42) პირობა და ამიტომ მიმართავენ შემდეგ ხერხს (ნიკიფოროვი და სხვ.[2]): შემოაქვთ აღნიშვნა $u = e^{S/2} v(s)$ და დამოუკიდებელ ცვლადს ცვლიან გამოსახულებით $r = e^{S/2}$, რის შემდეგ (2.47) განტოლება დაიყვანება თითქმის მუდმივკოეფიციენტებიან განტოლებაზე, რომლის მიმართ უკვე დასაშვებია WKB მეთოდის გამოყენება. გარდაქმნილი განტოლების WKB მეთოდით ამოხსნისა და თავდაპირველ ცვლადებზე უკან დაბრუნებისას ირკვევა, რომ (2.47) ტიპის განტოლების WKB მეთოდით ამოხსნა უშუალოდაცაა შესაძლებელი, თუ განტოლების კოეფიციენტს წინასწარ შევამცირებთ $\frac{1}{4r^2}$ სიდიდით ანუ, თუ (2.47)-ის ნაცვლად WKB მეთოდს გამოვიყენებთ შემდეგი სახის შემოკლებული, ე.წ. „მოდიფიცირებული“ განტოლების ამოხსნელად:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{k_0}{r\theta_0} - k_1^2 \right) \cdot u = 0. \quad (2.48)$$

ასეთი მოდიფიცირების გათვალისწინებით $\psi(r)$ ფუნქციის მიმართ ჩაწერილი (2.35) განტოლების WKB ამოხსნა ღებულობს სახეს

$$\psi = C_{1,2} \left(\frac{k_0 r}{\theta_0} - k_1^2 r^2 \right)^{1/4} \exp i \left(\pm \int \sqrt{\frac{k_0}{r \theta_0} - k_1^2} dr - \frac{\pi}{4} \right), \quad (2.49)$$

სადაც “+” ნიშანი ინტეგრალის წინ პასუხობს ნაპირისკენ მიმართულ ტალღებს, ხოლო “-” ნიშანი - ნაპირიდან ზღვისკენ მიმართულ არეკლილ ტალღებს. არეკლილი ტალღები შემდგომში არ განიხილება, რადგან სტოკერის თანახმად, ვუშვებთ რა ამოხსნებში განსაკუთრებული წერტილის არსებობას სანაპირო ხაზზე, ამით შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ ნაპირზე ხდება ტალღების მსხვრევა და მათი ენერგიის სრული შთანთქმა, რის გამოც, ფაქტობრივად არ ხდება ნაპირიდან ტალღების არეკვლა.

(2.5) აღნიშვნისა და (2.49) WKB ამოხსნის შესაბამისად სიჩქარეთა ველის პოტენციალი მცირედ დახრილ ფერდობებზე, სანაპირო ხაზის სიახლოვეს მიიღებს სახეს:

$$\varphi = C \left(\frac{k_0 r}{\theta_0} - k_1^2 r^2 \right)^{-1/4} \exp i \left(\sigma + k_1 x + \beta(r) - \frac{\pi}{4} \right), \quad (2.50)$$

სადაც $\beta(r)$ აღნიშნავს ტალღის ფაზის r რადიუს-ვექტორზე დამოკიდებულ ნაწილს

$$\beta(r) = \sqrt{\frac{k_0 r}{\theta_0} - k_1^2 r^2} + \frac{k_0}{\theta_0 k_1} \arcsin k_1 \sqrt{\frac{r \theta_0}{k_0}}. \quad (2.51)$$

(2.23), (2.50) და (2.51) დამოკიდებულებების საფუძველზე. C მუდმივის შესაბამისი ნორმირებისა და ამოხსნების ნამდვილი ნაწილის გამოყოფის შემდეგ მივიღებთ მცირე სიღრმეებზე წყლის ტალღური ზედაპირის ამსახველ ასიმპტოტურ დამოკიდებულებას:

$$\eta = \frac{a}{\left(\frac{k_0 r}{\theta_0} - k_1^2 r^2 \right)^{1/4}} \sin \left(\sigma + k_1 x + \beta(r) - \frac{\pi}{4} \right), \quad (2.52)$$

სადაც შემოღებულია აღნიშვნა

$$a = C \cdot \sigma / g = \text{const} \quad (2.53)$$

(2.52) დამოკიდებულებით შესაძლოა აიგოს ტალღების რეფრაქციის მიახლოებით სურათი ნაპირის სიახლოვეს და (2.26) და (2.50) ტოლობების

საფუძველზე განისაზღვროს სითხის ნაწილაკთა ნაპირგასწვრივი და ფრონტალური მდებენელები:

$$v_x = -\frac{agk_1}{\sigma} \sin\left(\sigma + k_1 x + \beta(r) - \frac{\pi}{4}\right), \quad (2.54)$$

$$v_r = -\frac{ag}{\sigma\sqrt{r}} \cdot \sqrt{\frac{k_0}{r\theta_0} - k_1^2} \sin\left(\sigma + k_1 x + \beta(r) - \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.55)$$

სიჩქარის ტანგენციალური მდებენელი $v_\theta = 0$, რადგან, როცა θ_0 მცირე სიდიდეა $\cosh kr(\theta + \theta_0) \approx 1$.

ტალღების ნაპირითან ფრონტალურად მისვლის შემთხვევაში, ზემოთ მოყვანილ დამოკიდებულებებში უნდა მივიჩნიოთ, რომ $k_1 \rightarrow 0$. მაშინ, (2.51)-ის თანახმად, $\beta(r)$ მიისწრაფის მნიშვნელობისკენ

$$\beta(r) = 2\sqrt{\frac{k_0 r}{\theta_0}}, \quad (2.56)$$

ხოლო სიჩქარის პოტენციალის (2.50) გამოსახულება ღებულობს სახეს

$$\varphi = C_4 \sqrt{\frac{\theta_0}{k_0 r}} \exp i\left(\sigma + 2\sqrt{\frac{k_0 r}{\theta_0}} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.57)$$

(2.57) გამოსახულების რეალური ნაწილი, ნებისმიერი მუდმივის სიზუსტით ემთხვევა სრეტენსკის ამოცანის ზუსტი ამოხსნის ასიმპტოტურ წარმოდგენას, რომელიც ჩვენ მიერ მოყვანილი და კომენტირებული იყო 1 თავში (იხ.(1.54) და (1.55) დამოკიდებულებები).

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ WKB ამოხსნებით სარგებლობა დაკავშირებულია მათში შემავალი ნებისმიერი მუდმივის ნორმირებასთან უსასრულობაში (ღრმა წყალზე) მოცემული ტალღის პარამეტრების, კერძოდ სიმაღლის და სიგრძის (ან ტალღის სიგრძის ნაცვლად, პერიოდის ან სიხშირის) მეშვეობით. ეს კი შესაძლებელია, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მხოლოდ (2.14) ზოგადი განტოლების რიცხვითი ან ასიმპტოტური ამოხსნის საფუძველზე. უშუალოდ (2.14) განტოლების მიმართ WKB ასიმპტოტური მეთოდის გამოყენება მართლაც იძლევა ამის საშუალებას. მისი გამოყენების შედეგად, შეგვიძლია თვალი

ვადევნოთ სამგანზომილებიანი ტალღების ამპლიტუდის ცვლილებას ტალღებით დაკავებული სივრცის მთელ დიაპაზონში - უსასრულოებიდან ნებისმიერი კუთხით დახრილი სანაპირო ფერდობის თითქმის ნაპირის ხაზამდე.

რაც შეეხება (2.43) ტოლობით ტალღის $\beta(r)$ ფაზის განსაზღვრას სანაპირო ფერდობით შემოსაზღვრული წყლის ნებისმიერ წერტილში, ეს მარტივად ხორციელდება $\int \sqrt{Q} dr$ გამოსახულების რიცხვითი ინტეგრირებით ან ნებისმიერი კომპიუტერული მათემატიკური პროგრამის გამოყენებით.

გარდა ზემოთთქმულისა, WKB მეთოდის გამოყენება უშუალოდ (2.14) განტოლების ამოსახსნელად საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ სანაპირო ფერდობებთან ტალღური მოძრაობისათვის დამახასიათებელი ისეთი ნიუანსები, რომელთა ასახვა ვერ ხერხდება სხვა, პრაქტიკულად ვარგისი თეორიული მოდელის ფარგლებში.

2.4. ტალღურ მოძრაობათა პარამეტრები და რეფრაქციული სურათის აგების მეთოდი ნებისმიერად დახრილ სანაპირო ფერდობთან

2.4.1. ტალღის სიმაღლის ცვალებადობა უსასრულოებიდან ნაპირამდე

WKB მეთოდით ზოგადი (2.14) განტოლების ამოსახსნელად გადავწეროთ იგი 2.3.2 პუნქტში მოყვანილი აღნიშვნების შესაბამისად:

$$\psi'' + p(r)\psi' + q(r)\psi = 0, \quad (2.58)$$

სადაც $p(r)$ და $q(r)$ კოეფიციენტები იანგარიშება დამოკიდებულებებით:

$$p(r) = \frac{1}{r} + \frac{\int_{-\theta_0}^0 \frac{\partial f^2}{\partial r} d\theta}{\int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta} = \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \ln \int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta; \quad (2.59)$$

$$q(r) = k^2 - k_1^2 + \frac{\int_{-\theta_0}^0 f \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} d\theta}{\int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta} + \frac{1}{2r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \ln \int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta; \quad (2.60)$$

რომლებშიც, (2.9) აღნიშვნის შესაბამისად, საბზისო ფუნქცია $f = \cosh kr(\theta + \theta_0)$.

თუ გამოვიყენებთ (2.37) ჩასმას, რომელიც ჩვენს შემთხვევაში ღებულობს სახეს

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\frac{\sinh 2kr\theta_0}{4kr} + \frac{\theta_0}{2} \right)^{-1/2} \cdot u, \quad (2.61)$$

მაშინ (2.58) განტოლების ამოხსნა დაიყვანება ორწევრა (2.38) განტოლების ამოხსნაზე u ფუნქციის მიმართ, რომელშიც ცვლადი $Q(r)$ კოეფიციენტი, (2.39), (2.59) და (2.60) აღნიშვნების შესაბამისად, განისაზღვრება ტოლობით:

$$Q = k^2 - k_1^2 + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial}{\partial r} \ln \int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta \right)^2 - \frac{\int_{-\theta_0}^0 \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 d\theta}{\int_{-\theta_0}^0 f^2 d\theta} \quad (2.62)$$

(2.62) გამოსახულებაში შემავალი წევრების ინტეგრირებისა და რიგი გარდაქმნების გამოყენების შედეგად ვღებულობთ

$$Q = k^2 - k_1^2 + \frac{1}{4r^2} - \frac{k^2 \theta_0^2}{\left(1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} \right)^3} \left[1 - \frac{\coth 2kr\theta_0}{kr\theta_0} + \frac{1}{2(kr\theta_0)^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} - \left(1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} \right)^{-1} \cdot \left(\coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr\theta_0} \right)^2 \right]. \quad (2.63)$$

ამრიგად, განსაზღვრული გვაქვს რა (2.58) განტოლებაში შემავალი ყველა სიდიდე, (2.5) აღნიშვნის საფუძველზე შეგვიძლია ჩავწეროთ პოტენციალის შემდეგი გამოსახულება

$$\varphi = \frac{C_0 \sqrt{2} \sqrt{k} \cosh kr(\theta + \theta_0)}{(\sinh 2kr\theta_0 + 2kr\theta_0)^{1/2}} \cdot \frac{1}{Q^{1/4}} \exp i \left(\sigma t + k_1 x + \int \sqrt{Q} dr \right), \quad (2.64)$$

სადაც Q იანგარიშება (2.63) დამოკიდებულებით.

(2.64) წარმოადგენს WKB ამოხსნას ტალღური მოძრაობისას სიჩქარეთა ველის პოტენციალისთვის, რომელიც მოიცავს წყლის მიერ დაკავებულ მთელ სივრცეს - უსასრულოდ დან ნებისმიერი კუთხით დახრილ სანაპირო ფერდობამდე.

(2.64) გამოსახულებაში მამრავლი ექსპონენტის წინ ასახავს ამპლიტუდის ცვლილებას ნაპირთან ტალღის მიახლოებისას. იგი, გარდა ზოგიერთი ზღვრული შემთხვევისა (რაზეც ქვემოთ გვექნება საუბარი), ექვემდებარება ზუსტ ანალიზურ განსაზღვრას სითხის მიერ დაკავებული სივრცის ნებისმიერ წერტილში. კერძოდ, მასში შემავალი ცვლადი ტალღური რიცხვი k დგინდება (2.10) დისპერსიული დამოკიდებულების საფუძველზე, ანუ გამომდინარე შემდეგი ტრანსცენდენტული განტოლებიდან

$$\frac{k}{k_0} = \frac{1}{\tanh\left(\frac{k}{k_0} \cdot k_0 r \theta_0\right)}, \quad (2.65)$$

სადაც $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\sigma^2}{g}$ უსასრულობაში მოცემული ტალღური რიცხვია. (2.65)

განტოლება ადვილად იხსნება ნიუტონის მეთოდის გამოყენებით. იგი იხსნება ალგებრულადაც, თუ თავდაპირველად დამოუკიდებელ ცვლადად მივიჩნევთ

საძიებელ $\frac{k}{k_0}$ ფარდობას და განვსაზღვრავთ ჩვენი ამოცანის არგუმენტს - ერთი

დამოუკიდებელი ცვლადის მომცველ $k_0 r \theta_0$ უგანზომილებო კომპლექსს.

$\frac{k}{k_0} = f(k_0 r \theta_0)$ მრუდი, აგებული „Excel“ ელექტრონული პროგრამით,

წარმოდგენილია ქვემოთ, 3.2.4.2.-ში მოყვანილ ნახ. 2.2 ა)-ზე¹.

(2.64)-ში C_0 მუდმივის ნორმირებისას მიზანშეწონილია უსასრულობაში, სითხის თავისუფალ ზედაპირზე, ანუ როცა $\theta = 0$ და $r \rightarrow \infty$, მამრავლი ექსპონენტის წინ მიისწრაფოდეს ერთისკენ. მაშინ ეს მამრავლი პირდაპირ გამოხატავს ტალღის ამპლიტუდის (ან სიმაღლის) ცვლილების კანონზომიერებას, ანუ ტრანსფორმაციის კოეფიციენტს.

კერძოდ, თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას

$$C_0 = (\cos \alpha_0)^{1/2} (g / \sigma \sqrt{2}) \cdot a_0, \quad (2.66)$$

¹ გარდა „Excel“ პროგრამისა, ყველგან ქვემოთ, მიღებული შედეგების რაოდენობრივი შეფასებისა და გრაფიკული ილუსტრაციის მიზნით გამოყენებულია „Mathcad 15“ კომპიუტერული პროგრამაც.

სადაც a_0 ტალღის ამპლიტუდაა მოცემული უსასრულობაში (ნაპირიდან შორ მანძილზე), ხოლო α_0 წარმოადგენს ტალღის მოსვლის კუთხეს, ანუ კუთხეს ტალღის ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის, ასევე მოცემულს უსასრულობაში, რომელიც შეიძლება იღებდეს მნიშვნელობებს $0 \leq \alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ ფარგლებში, მაშინ ტალღის ამპლიტუდის (ან სიმაღლის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი, გამომდინარე (2.23), (2.64) და (2.63) დამოკიდებულებებიდან მიიღებს სახეს:

$$K_a = \frac{a}{a_0} = \frac{(k/k_0) \cdot (\cos \alpha_0)^{1/2}}{(1 + 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0)^{1/2}} \cdot \left\{ \left(\frac{k}{k_0} \right)^2 - \sin^2 \alpha_0 + \frac{\theta_0^2}{4(kr\theta_0)^2} - \frac{(k/k_0)^2 \theta_0^2}{(1 + 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0)^3} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\coth 2kr\theta_0}{kr\theta_0} + \frac{1}{2(kr\theta_0)^2} - \frac{2kr\theta_0}{3 \sinh 2kr\theta_0} - \left(1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} \right)^{-1} \left(\coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr\theta_0} \right)^2 \right] \right\}^{-1/4} \quad (2.67)$$

(2.67)-ში შემავალი ჰიპერბოლური ფუნქციების ასიმპტოტურობის გათვალისწინებით (იხ. (2.16), (2.33) და (2.34) დამოკიდებულებები) ადვილად დავრწმუნდებით, რომ K_a მართლაც მიისწრაფის ერთისკენ, როცა $r \rightarrow \infty$. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ WKB მეთოდის შესაბამისად, (2.67)-ში შემავალი წევრი

$\frac{\theta_0^2}{4(kr\theta_0)^2}$ უზუღვებელყოფილ უნდა იქნას $kr\theta_0$ -ის მცირე მნიშვნელობისთვის.

მაშინ, ვთქვათ თუ განვიხილავთ მეტად მცირედ დახრილ სანაპირო ფერდობებს - $\theta_0^2 \ll 1$; $r\theta_0 \approx H$, სადაც H წყლის სიღრმეა, (2.67) დაიყვანება სახეზე:

$$K_a = \frac{(k/k_0) \cdot (\cos \alpha_0)^{1/2}}{(1 + 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0)^{1/2}} \cdot \left[(k/k_0)^2 - \sin^2 \alpha_0 \right]^{-1/4}, \quad (2.68)$$

რაც ზუსტად ემთხვევა რეფრაქციისას ტალღის ამპლიტუდის (სიმაღლის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტს, განსაზღვრულს (1.51) დამოკიდებულებით სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდის გამოყენებით (კრილოვი[2]). ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ (1.51)-ში შევიტანთ $\tilde{C}$ -ის (1.49) მნიშვნელობას და

გავითვალისწინებთ ტოლობებს $\tilde{C} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{k_0}{k}$; $\tilde{H} = \frac{H}{\lambda} = \frac{r\theta_0}{\lambda} = \frac{kr\theta_0}{2\pi}$, რის გამოც

$$\sinh(4\pi\tilde{H}/\tilde{C}) = \sinh 2kr\theta_0$$

2.4.2. ნაპირისკენ სხვადასხვა კუთხით მიმართული ტალღების თავისებურებათა გამოკვლევა

გადავწეროთ ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის ზოგადი
(2.67) გამოსახულება კომპაქტური სახით:

$$K_a = \frac{a}{a_0} = \frac{h}{h_0} = M(\cos \alpha_0)^{1/2} \cdot \left[(k/k_0)^2 + (R - N)\theta_0^2 - \sin^2 \alpha_0 \right]^{-1/4}, \quad (2.69)$$

სადაც შემოღებულია აღნიშვნები

$$M = (k/k_0) \cdot (1 + 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0)^{-1/2}; \quad (2.70)$$

$$R = \frac{1}{4 \cdot (kr\theta_0)^2}; \quad (2.71)$$

$$N = \frac{(k/k_0)^2}{(1 + 2kr\theta_0 / \sinh 2kr\theta_0)^3} \left[1 - \frac{\coth 2kr\theta_0}{kr\theta_0} + \frac{1}{2(kr\theta_0)^2} - \right. \\ \left. - \frac{2kr\theta_0}{3 \sinh 2kr\theta_0} - \left(1 + \frac{2kr\theta_0}{\sinh 2kr\theta_0} \right)^{-1} \cdot \left(\coth 2kr\theta_0 - \frac{1}{2kr\theta_0} \right)^2 \right] \quad (2.72)$$

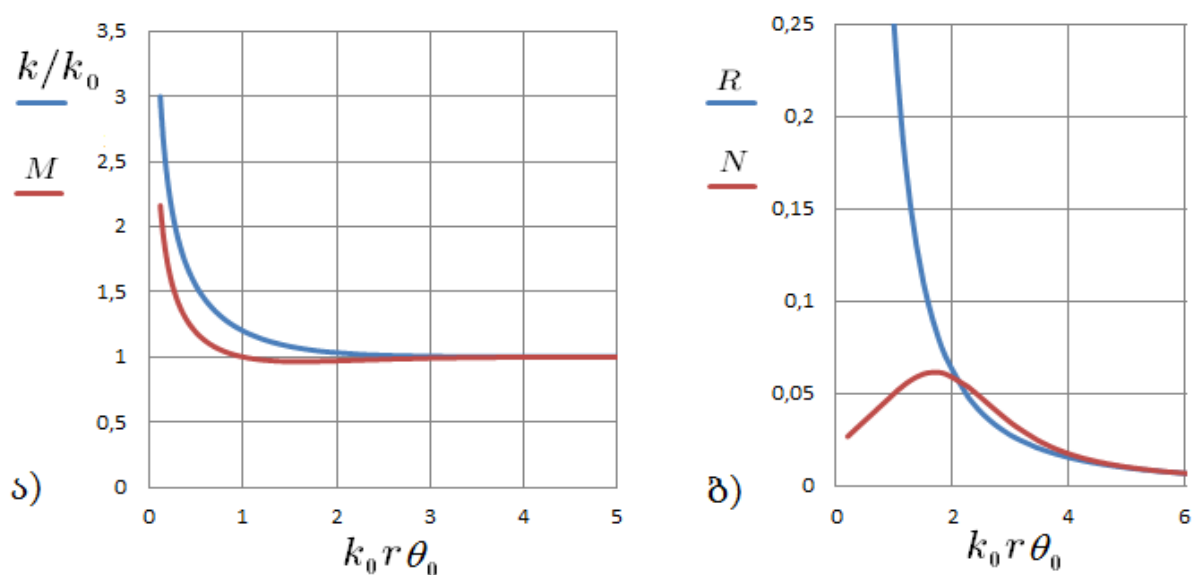
ამ აღნიშვნებში ტალღურ რიცხვთა ფარდობა $\frac{k}{k_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ იანგარიშება (2.65)

ტრანსცენდენტული განტოლებით. M , R და N კოეფიციენტები და აგრეთვე
ტალღურ რიცხვთა ფარდობა k/k_0 დამოკიდებულია მხოლოდ უგანზომილებო
 $k_0 r \theta_0$ კოორდინატზე და დამოუკიდებელი პარამეტრების სახით არ მოიცავენ
სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის θ_0 და ტალღების მოსვლის α_0
კუთხეებს (ნახ 2.2.).

დამოუკიდებელი პარამეტრებად α_0 და θ_0 კუთხეები ფიგურირებს მხოლოდ
(2.61) აღნიშვნაში შემავალი u ფუნქციის მიმართ ჩაწერილ შრედინგერის ტიპის
განტოლებაში

$$u'' + k_0^2 \left[(k/k_0)^2 + (R - N)\theta_0^2 - \sin^2 \alpha_0 \right] \cdot u = 0, \quad (2.73)$$

რომელიც მიიღება (2.58) განტოლებიდან (2.61); (2.63) და (2.70)÷(2.72) აღნიშვნების გათვალისწინებით



ნახ.2.2. სანაპირო ფერდობთან ტალღების ტრანსფორმაციისა და რეფრაქციის განმსაზღვრელ პარამეტრთა მრუდები

(2.73) განტოლების ანალიზური ამოხსნა (აქ მხედველობაში გვაქვს მხოლოდ ასიმპტოტური ამოხსნა, რადგან სირთულის გამო (2.73) განტოლების ზუსტი ამოხსნა შეუძლებელია) დამოკიდებულია კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული კოეფიციენტის ნიშანზე, რაც განისაზღვრება (2.73) განტოლებაში ცვლადი ორწევრის -

$$V(r) = (k/k_0)^2 + (R - N)\theta_0^2 \quad (2.74)$$

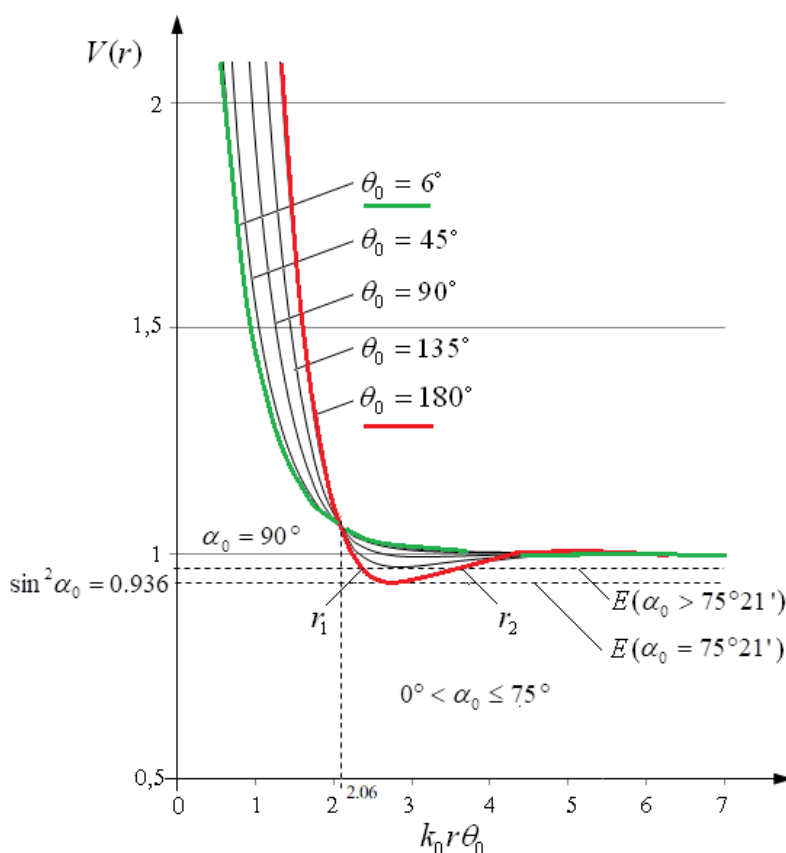
შედარებით დამოუკიდებელი პარამეტრის -

$$E = \sin^2 \alpha_0 \quad (2.75)$$

მნიშვნელობასთან.

(2.73) განტოლებაში $V(r)$ და E ფუნქციები შეესაბამება კვანტური მექანიკის შრედინგერის განტოლებაში ელემენტარული ნაწილაკის პოტენციურ და სრულ ენერგიებს, მაგრამ მათ გააჩნიათ ამ ენერგიების საწინააღმდეგო ნიშნები. ამის გამო, როცა ქვემოთ შევხებით წყლის ტალღების მიერ „პოტენციური ორმოების“ გავლას, უნდა ვიგულისხმოთ, რომ ეს შეესაბამება შრედინგერის განტოლებაში ელემენტარული ნაწილაკის მიერ „პოტენციური ბარიერის“ დამღევას.

ნახ. 2.3.-ზე წარმოდგენილია $V(r) = f(k_0 r \theta_0)$ მრუდები, აგებული (2.74) დამოკიდებულებების საფუძველზე (2.70)÷(2.72) აღნიშვნების გათვალისწინებით.



ნახ.2.3. $V(r)$ ფუნქციის გრაფიკები სანაპირო ფერდობის დახრის სხვადასხვა კუთხეების შემთხვევაში. $V(r)$ მრუდების გადაკვეთა $E = \sin^2 \alpha_0$ ჰორიზონტალურ წრფეებთან განსაზღვრავს მობრუნების r_1 და r_2 წერტილების ადგილმდებარეობასა და „პოტენციური ორმოების“ განივ გაზომვებს.

ნახ.2.3.-ის თანახმად, $0^\circ < \theta_0 \leq 45^\circ$ დიაპაზონში, $V(r)$ მრუდები არ ეშვება ერთეულ დონეზე დაბლა და არ ხდება მათი გადაკვეთა $E = \sin^2 \alpha_0$ ჰორიზონტალურ წრფეებით. ეს ნიშნავს, რომ უსასრულოდ ტალღების მოსვლის ნებისმიერი $0^\circ \leq \alpha_0 < 90^\circ$ კუთხეების შემთხვევაში, თუ სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხე $\theta_0 \leq 45^\circ$, ტალღები უწყვეტი ქიმებით აღწევენ ნაპირს.

სანაპირო ფერდობის 45° -ზე მეტად დახრის შემთხვევაში $V(r)$ მრუდებს უჩნდება ე.წ. “პოტენციური ორმოები”: - მრუდები ჯერ ეშვება ერთეულ დონეზე დაბლა, ხოლო შემდეგ, მიაღწევენ რა მინიმალურ მნიშვნელობებს, თანდათან იწევენ ზევით და ასიმპტოტურად მიისწრაფიან ერთეული დონის წრფისკენ. ზოგი

მათგანი, კერძოდ $90^\circ \leq \theta_0 \leq 180^\circ$ კუთხეების შესაბამისი $V(r)$ მრუდები, ასეთი მისწრაფებისას კვეთს ერთეულოვან დონეს და შემდეგ კვლავ ეშვება ერთეულოვანი დონისკენ.

“პოტენციური ორმოების” მაქსიმალური სიღრმე მცირეა და მათი ნიშნული არ ეშვება $V(r) = 0,936$ ნიშნულზე დაბლა. ეს ხდება მაშინ, როცა ფერდობის დახრის კუთხე ჰორიზონტთან $\theta_0 = 180^\circ$ ე.ი. როცა ჩვენ მიერ განხილული ამოცანა ასახავს ტალღურ მოძრაობას მყარი საფარით ნახევრად გადახურული ზღვის ზედაპირზე. ამ შემთხვევაში „პოტენციური ორმოს“ გაბარიტები ყველაზე უფრო დიდია $V(r)$ მრუდების სხვა „ორმოებთან“ შედარებით; მისი ფსკერი დაშორებულია სანაპირო ხაზიდან უგანზომილებო $k_0 r \theta_0 = 2,75$ მანძილზე და სხვა „ორმოებთან“ შედარებით ყველაზე მეტად არის მიწეული ნაპირისკენ. აქედან გამომდინარე, ცხადია თუ რატომაც საჭირო WKB ამოხსნაში $R = 1/4 \cdot (k_0 r \theta_0)^2$ წევრის შენარჩუნება, როცა $k_0 r \theta_0 > 2$ -ზე, მითუმეტეს რომ $k_0 r \theta_0$ -ის 2-ზე მეტი მნიშვნელობებისთვის სხვაობა R და N ფუნქციებს შორის სწრაფად მცირდება და მისწრაფის ნულისკენ (ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად R და N ფუნქციების ნულისკენ მისწრაფებისგან განსხვავებით, რაც ხდება $k_0 r \theta_0$ -ის გაცილებით დიდ მნიშვნელობებზე (იხ. ნახ.2.2.ბ)).

$k_0 r \theta_0$ -ის დიდი მნიშვნელობებისას R წევრის გაუთვალისწინებლობა WKB ამოხსნებში იწვევს „პოტენციური ორმოების“ სიღრმის, სიგანის და ადგილმდებარეობის ცვლილებას, რაც განაპირობებს რეფრაქციული სურათის მნიშვნელოვან ცდომილებას.

დავუბრუნდეთ შრედინგერის (2.73) განტოლებას და ჩავიწეროთ იგი კანონიკური სახით:

$$u'' + k_0^2 [V(r) - E] \cdot u = 0. \quad (2.76)$$

ვინაიდან (2.76)-ში $V(r) > 0$ და $E > 0$, ცხადია, ტალღური მოძრაობის შესანარჩუნებლად უსასრულობიდან ნაპირამდე უნდა სრულდებოდეს უტოლობა

$$E < V(r). \quad (2.77)$$

$E = \sin^2 \alpha_0$ -ის გატოლებით $V(r)$ ფუნქციის ყველაზე უფრო მინიმალურ მნიშვნელობასთან – 0,936-თან, ვლუბულობთ მოსვლის α_0 კუთხის იმ ზღვრულ მნიშვნელობას - $\alpha_0 \approx 75^\circ$ (უფრო ზუსტად $\alpha_0 = 75^\circ 21'$), რომელზე ნაკლები კუთხით ნაპირისკენ მიმართული ტალღის ქიმები წყვეტის გარეშე აღწევენ ნაპირს, როგორც არ უნდა იყოს სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის θ_0 კუთხე (რომლის მნიშვნელობები იცვლება $0 < \theta_0 \leq 180^\circ$ ფარგლებში).

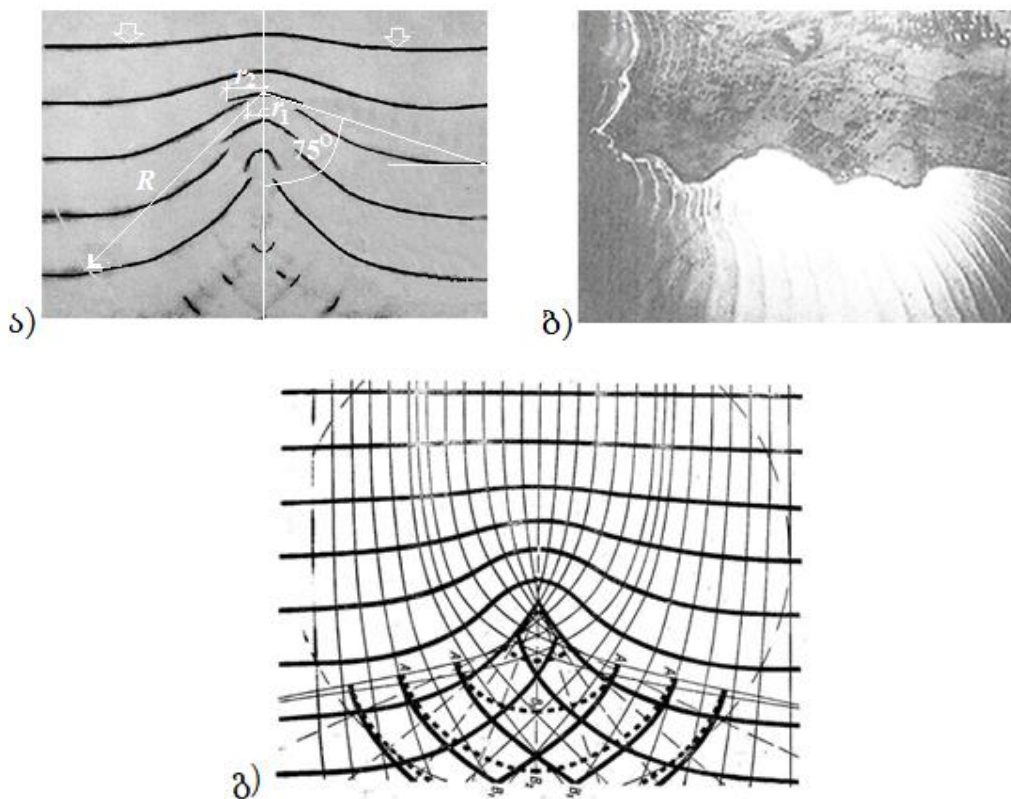
წერტილები, სადაც სრულდება ტოლობა $E = V(r)$ კვანტურ მექანიკაში იწოდება მობრუნების წერტილებად (ბომი, ლანდუ-ლიფშიცი, ფედორუკი). ჩვენს შემთხვევაში, ნახ.2.3.-დან გამომდინარე, ასეთი წერტილების რიცხვი უდრის 2-ს და ფიქსირდება მხოლოდ მაშინ, როცა $\alpha_0 > 75^\circ$. აღვნიშნოთ ისინი r_1 და r_2 –ით ($r_1 < r_2$). მათ შორის მოთავსებულ არეში, ანუ როცა $r_1 < r < r_2$, სრულდება უტოლობა $E > V(r)$ და ტალღა ვარდება „პოტენციურ ორმოში“, სადაც ხდება მისი ქიმის წყვეტა, ამპლიტუდის განულება და ფაზის წანაცვლება. გამოდის რა „პოტენციური ორმოდან“ ტალღა, წანაცვლებული ფაზით, კვლავ განაგრძობს გამრუდებას (რეფრაქციას) და ფრონტალურად მიისწრაფის ნაპირისკენ, სადაც საბოლოოდ იმსხვრევა. ნათქვამი შეეხება ტალღებს, რომელთა მოსვლის კუთხე უსასრულობაში აკმაყოფილებს პირობას $75^\circ 21' \leq \alpha_0 < 90^\circ$ და, ამასთან ერთად, სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხე θ_0 აჭარბებს 45° –ს.

როცა $\alpha_0 = 90^\circ$, გვაქვს მობრუნების მხოლოდ ერთი - r_1 წერტილი, მეორე მდებარეობს უსასრულობაში. როგორც ცნობილია (სრეტენკი, სტოკერი), როცა $\alpha_0 = 90^\circ$ ირღვევა ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობის პირობა. ამ შემთხვევაში, გარდა უსასრულობაში არსებული ნაპირგასწვრივი ტალღებისა, დახრილ ნაპირთან იგივე სასაზღვრო პირობებს აკმაყოფილებს სტოქსის ტიპის ნაპირგასწვრივი ტალღებიც, რომელთა ამპლიტუდა მოცემულია არა უსასრულობაში, არამედ ნაპირის ხაზზე და რომელიც ექსპონენციალურად მცირდება ნაპირიდან ზღვის მიმართულებით (კოჩინი [1], ლამბი).

ტალღების გავრცელების ზემოთ აღწერილი სურათის მათემატიკური ფორმულირება დიდ სირთულეებთანაა დაკავშირებული, რადგან მობრუნების წერტილებსა და შედარებით ვიწრო და მცირე სიღრმის „პოტენციური ორმოების“ ფარგლებში ირღვევა WKB მეთოდის გამოყენების (2.42) პირობა. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა მივმართოთ ამოცანის ამოხსნის უფრო ზუსტ ხერხებს. ეს კი უაღრესად რთული მათემატიკური პრობლემაა, რომლის შესახებ მხოლოდ გაკვრიტაა ნახსენები კვანტური მექანიკის ისეთ ფუნდამენტურ ნაშრომებშიც კი, როგორიცაა ლანდაუ-ლიფშიცისა და ბომის მონოგრაფიები. ასიმპტოტური მეთოდებისადმი მიძღვნილ საცნობარო ლიტერატურაში (ფედორუკი) მოყვანილია ფორმულები, რომელებიც პასუხობს ელემენტარული ნაწილაკის მიერ „პოტენციური ბარიერის“ გავლას, როცა მობრუნების წერტილები ერთმანეთთან ახლოს არიან განლაგებული. ეს ფორმულები მიგვითითებს, რომ „პოტენციური ბარიერის“ გავლისას ნაწილაკ-ტალღის ფაზა განიცდის ნახტომისებრ წანაცვლებას $\approx \pi / 4$ -ის ტოლი სიდიდით. ეს შედეგი შეიძლება განზოგადდეს წყლის ზედაპირზე არსებული ტალღების შემთხვევაზეც, როცა ტალღები ვარდებიან ე.წ. „პოტენციურ ორმოში“. აქედან გამომდინარე, როცა უსასრულობაში ტალღების მოსვლის კუთხე $\alpha_0 > 75^\circ$, ხოლო სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხე $\theta_0 > 45^\circ$, ტალღის ამპლიტუდის საანგარიშოდ მობრუნების r_2 წერტილის მარჯვნივ და r_1 წერტილის მარცხნივ, რომელთა ადგილმდებარეობის დადგენა შესაძლებელია გრაფიკულად, ნახ. 2.3-ზე მოყვანილი $V(r) = f(k_0 r \theta_0)$ მრუდებისა და $E = \sin^2 \alpha_0$ წრფეების თანკვეთის წერტილებით, ჩვენ შეგვიძლია ვისარგებლოთ WKB (2.69) ამოხსნით. ამასთან უნდა გავითვალისწინოთ, რომ $r < r_1$ არეში ტალღის ფაზა წანაცვლებულია $\approx \pi / 4$ სიდიდით $r > r_2$ არეში ტალღის საწყის ფაზასთან შედარებით.

ტალღების წყვეტის ამგვარი სურათი, რომელიც ჩვენი თეორიის თანახმად ხდება θ_0 და α_0 კუთხეების დიდი მნიშვნელობისას, პოულობს შესანიშნავ დადასტურებას სტოკერის მონოგრაფიასა და ჰოდგინსის ნაშრომში მოყვანილი

ფოტოსურათების სახით, რომლებზეც აღბეჭდილია წყლის ტალღების რეფრაქცია ლაბორატორიულ პირობებსა და ღია ზღვის სანაპირო არეებში (ნახ.2.4 ა,ბ)).



ნახ. 2.4. ტალღების რეფრაქციის სურათები: ა) კედლის საათის მრგვალი საფარი მინის თავზე (სტოკერი, ნახ. 5.6.1); ბ) ოკეანის სანაპირო ზოლში (ჰოდგინსი და სხვ., ნახ. 2.5); გ) პირსონის თეორიული დიაგრამა, აგებული ა) შემთხვევისთვის სხივურ - ენერგეტიკული მეთოდის გამოყენებით (სტოკერი [2], ნახ.5.6.2)

ადარებს რა ტალღების რეფრაქციის ფოტოსურათს, გამოსახულს ნახ. 2.4 ა) -ზე, სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდით ნაანგარიშებ თეორიულ დიაგრამას (ნახ.2.4 გ), რომელიც ჩვენ მიერ გადმოღებულია სტოკერის მონოგრაფიის ნახ.5.6.2-დან), სტოკერი აღნიშნავს, რომ „ეს სურათები უმეტესწილად შესანიშნავად შეესაბამება ერთმანეთს, როგორც ზოგადად, ასევე დეტალებში, მაგრამ სურათის ცენტრში აღინიშნება მნიშვნელოვანი განსხვავება . . . ეს განსხვავება ვლინდება თეორიულ დიაგრამებზე ტალღის ქიმების წაწვეტებაში, რაც არ აღინიშნება (ლაბორატორიულ) ჭურჭელში საათის მინის თავზე“ და აგრეთვე „ტალღების ფაზის ძვრაში“, რაც ხდებოდა ექსპერიმენტში (ნახ.2.4ა) , მაგრამ არ აღინიშნება თეორიულ დიაგრამაზე (ნახ.2.4 გ).

სტოკერი პირველი განსხვავების მიზეზს ხედავს რეფრაქციის სურათის ასაგებად სხივურ-ენერგეტიკული მეთოდის გამოყენების უსაფუძვლოებაში მაშინ, როცა ტალღები ზემოდან ევლებიან კედლის საათის საფარ მინას (სტოკერი, გვ.164), ხოლო მეორე განსხვავების მიზეზს, ანუ ლაბორატორიულ პირობებში „ტალღების ფაზათა ძვრის“ მიზეზს უკომენტაროდ უვლის გვერდს. მეორე განსხვავების მიზეზი კი შეიძლება სავსებით იქნეს ახსნილი ჩვენ მიერ შემუშავებული მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.

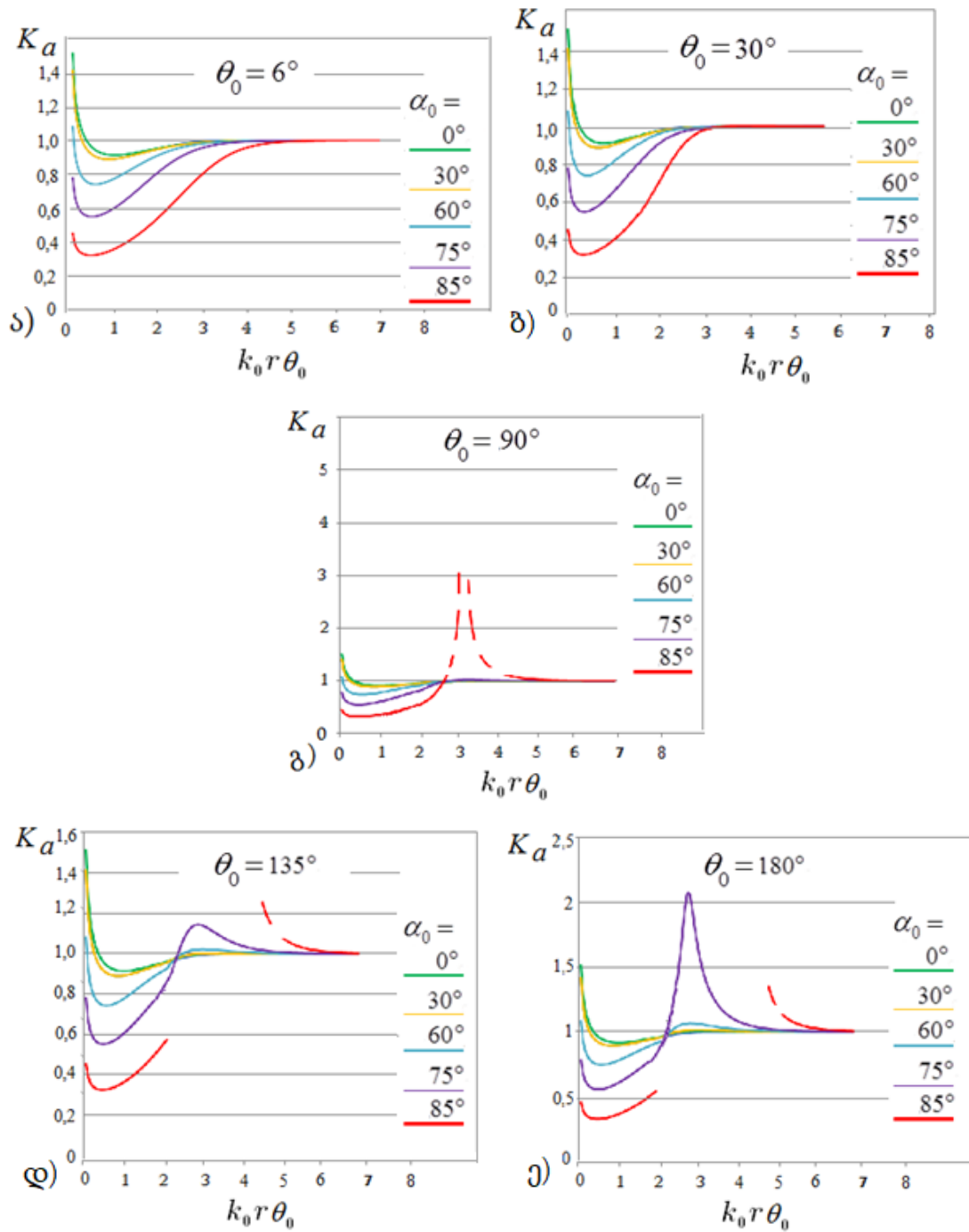
მართლაც, ნახ.2.4 ა)-ზე მრგვალი საათის მინის ორივე მხარეს აღბეჭდილი ტალღების წყვეტისა და წანაცვლების სურათი სხვას არაფერს ასახავს, თუ არა ტალღების მიერ „პოტენციური ორმოების“ გავლას. ჩვენი თეორიის თანახმად პირსონის ექსპერიმენტში „პოტენციური ორმოების“ წარმოქმნა განპირობებულია იმით, რომ ბრტყელი ტალღებით კედლის საათის მრგვალი საფარი მინის გარსდენისას, α_0 კუთხე ტალღის ქიმებსა და საათის მრგვალი დამცავი მინის ზედაპირს შორის აუცილებლად გაირბენს 75° -ზე მეტ მნიშვნელობებს, რომელთა დროს, თუ გვერდითი ზედაპირის დახრილობა ჰორიზონტთან აჭარბებს 45° -ს, (რაზე მეტი კუთხეც, დიდი ალბათობით, მართლაც უნდა ჰქონოდა ექსპერიმენტში გამოყენებულ ძველი კედლის საათის მრგვალ საფარ მინას ჩამაგრების წრიულ კონტურთან) ცენტრიდან გარკვეულ მანძილებზე აუცილებლად წარმოიქმნება „პოტენციური ორმოები“.

რეალურ პირობებში „პოტენციური ორმოების“ წარმოქმნის შესაძლებლობაზე მეტყველებს სტოკერის მონოგრაფიაში მოყვანილი მეორე ფოტოსურათიც (სტოკერი, ნახ.5.6.5), რომელიც ასახავს „თვითმფრინავიდან გადაღებულ ადელფებულ ზღვის ზედაპირს ორაკოკის ნაპირებთან“. აი, როგორ აღწერს სტოკერი ამ სურათს (სტოკერი, გვ. 168): „ფოტოსურათის მარჯვენა კიდეში ტალღები უპირატესად მობრუნებული არიან ნაპირის ხაზისადმი 45° -იანი კუთხით (ამ ტალღების მოსვლის კუთხე უსასრულოებაში, თუ გავითვალისწინებთ ტალღების რეფრაქციას, რა თქმა უნდა აჭარბებს 45° -ს. (შ.გ.)), ისინი მეტადრე წყვეტილი არიან, ვიდრე უწყვეტი; ასეთი ტალღები იწოდება მოკლექიმიან ტალღებად. ნაპირამდე დაახლოებით გზის ნახევარ მანძილზე ჩანს, თუ ეს

ტალღები როგორ სწორდებიან ნაპირის პარალელურად (ეს რა თქმა უნდა მიგვითითებს, რომ წყლის სიღრმეებმა იკლეს), ტალღის ქიმები გრძელდება და, როგორც ჩანს, აღარ განიცდიან წყვეტას, თუმცა მათი მიკუთვნება რომელიმე, ერთი გარკვეული ტალღისადმი შეუძლებელია“. ამ აღწერიდან ჩანს, რომ ტალღების წყვეტა და ფაზათა წანაცვლება აღინიშნება ღრმა წყალზე, მაგრამ ნაპირიდან არც თუ ისე დიდ მანძილზე, ე. ი. ციცაბოდ დახრილ ფერდობთან, რაც კარგად პასუხობს ჩვენს თეორიაში “პოტენციური ორმოების” წარმოქმნის პირობებს.

ასევე ხდება ჰოდგინსის, ლე-ბლონდისა და ჰანტლის ნაშრომში მოყვანილ ტალღების რეფრაქციის აეროფოტოსურათზეც (ნახ. 2.4. ბ)): სურათის მარცხენა კიდეში, იქ სადაც კუთხე ტალღების ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის აჭარბებს 75° -ს, ტალღური ზედაპირის ქიმები წყვეტილია, ხოლო მარჯვენა კიდეში, სადაც ეს კუთხე მცირეა 75° -ზე, ტალღები, ექვემდებარება რა რეფრაქციას, უწყვეტი ქიმებით აღწევენ ნაპირს.

დავუბრუნდეთ ახლა ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის საანგარიშო (2.69) დამოკიდებულებას. ამ დამოკიდებულების საფუძველზე ქვემოთ, ნახ. 2.5-ზე მოყვანილია ტრანსფორმაციის K_a კოეფიციენტების WKB მეთოდის მოთხოვნათა შესაბამისად აგებული მოდიფიცირებული მრუდები. მათი აგებისას (2.69) -ში, $V(r)$ მრუდთა წნულის გადაკვეთის $k_0 r \theta_0 = 2.06$ წერტილის მარცხნივ (ნახ.2.3.), $0 \leq k_0 r \theta_0 \leq 2.06$ დიაპაზონში, უგულველყოფილია მეორე რიგის პოლუსის მომცველი R წევრი და შენარჩუნებულია იგი $k_0 r \theta_0 > 2.06$ მნიშვნელობებისათვის. ამავე დიაპაზონებში უგულველყოფილი და შენარჩუნებულია აგრეთვე N მრავალწევრის მნიშვნელობებიც: - პირველ უბანზე, როგორც $(k/k_0)^2$ თან შედარებით ძალზე მცირე სიდიდე, ხოლო მეორე - $k_0 r \theta_0 > 2.06$ უბანზე, - როგორც შენარჩუნებულ R - თან შედარებით დიდი სიდიდე. შემდგომ, საანგარიშო დამოკიდებულებების ამგვარ მოდიფიცირებას ვუწოდებთ $(R - N)$ მოდიფიცირებას.



ნახ. 2.5. ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტები
სხვადასხვა კუთხით დახრილ სანაპირო ფერდობებზე

ნახ. 2.5-ზე მოყვანილი შემთხვევების გარდა, სხვა θ_0 და α_0 კუთხეებისთვის K_a კოეფიციენტების განსაზღვრას (2.69) დამოკიდებულებით მივყავართ შემდეგ დასკვნებამდე:

1. რაოდენობრივი თვალსაზრისით, მცირედ დახრილ ფერდობებზე ტალღის ამპლიტუდის სიდიდე ნაპირთან მიახლოებისას ძირითადად დამოკიდებულია ნაპირის ხაზიდან მისი ქიმის $k_0 r \theta_0$ ფარდობით დაშორებაზე და უმნიშვნელოა დამოკიდებული ფერდობის დახრისა და უსასრულობაში ტალღის მოსვლის კუთხეებზე. ასეთ შემთხვევაში ტალღის ამპლიტუდა, ნაპირთან მიახლოებისას, ჯერ ოდნავ მცირდება, ხოლო შემდეგ, უშუალოდ ნაპირის ხაზთან, მიისწრაფის უსასრულობისკენ (ტალღა იმსხვრევა);

2. განსაკუთრებული რელიეფურობით ტალღის მოსვლისა და სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხეები, როგორც დამოუკიდებელი პარამეტრები, გავლენას ახდენენ ფერდობზე ტალღების მოძრაობის თვისებებზე (ქცევაზე), კერძოდ:

ა) როცა ფერდობის დახრის კუთხე არ აჭარბებს 90° -ს, ხოლო ტალღების მოსვლის კუთხე უსასრულობაში ნაკლები ან ტოლია 45° -ზე, ტალღის ამპლიტუდა, ნაპირთან მიახლოებისას ჯერ მცირდება გარკვეულ მინიმუმამდე, ხოლო შემდეგ, უშუალოდ ნაპირის ხაზთან, ძლიერ მატულობს და მიისწრაფის უსასრულობისკენ.

ბ) მოსვლის კუთხის ზრდასთან ერთად იზრდება ტალღური ზედაპირის ჩაღრმავება: როცა $\alpha_0 = 75^\circ$ და $\theta_0 = 30^\circ$ უსასრულობაში მოცემული ტალღის ამპლიტუდა ნაპირიდან $k_0 r \theta_0 = 0,4$ უგანზომილებო მანძილზე კლებულობს 45%-ით;

3. ციცაბო ფერდობების შემთხვევაში იცვლება ნაპირისკენ ტალღების მოძრაობის ხასიათი: ტალღის ამპლიტუდა, მოცემული უსასრულობაში, ჯერ მატულობს (თუმცა უმნიშვნელოდ), შემდეგ მცირდება, ხოლო ნაპირთან ახლოს კვლავ იწყებს მატებას და მიისწრაფის უსასრულობისკენ. ამას ადგილი აქვს უკვე მაშინ, როცა $\alpha_0 = 60^\circ$ და $\theta_0 = 90^\circ$. სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხის შემდგომ ზრდასთან ერთად (ე.ი. კიდული ფერდობის შემთხვევაში) იგივე ხდება მოსვლის კუთხეების უფრო მცირე მნიშვნელობების დროსაც. უფრო მეტიც, როცა ფერდობის დახრის კუთხე $\theta_0 = 135^\circ$ და ტალღები ფრონტალურად მიისწრაფიან ნაპირისკენ ($\alpha_0 = 0^\circ$), მათ ზედაპირზე თვდაპირველად წარმოიქმნება ორი

მაქსიმუმი, რომელთაგან პირველი აჭარბებს, ხოლო მეორე რამდენადმე მცირეა უსასრულობაში მოცემულ ტალღის ამპლიტუდასთან შედარებით. ფერდობის დახრის კუთხის ზღვრული მნიშვნელობისას ($\theta_0 = 180^\circ$) ეს მეორე მაქსიმუმიც აჭარბებს ტალღის ამპლიტუდას უსასრულობაში: როცა $\theta_0 = 180^\circ$ და $\alpha_0 = 0^\circ$, პირველი მაქსიმუმი, რომელიც დაშორებულია ნაპირიდან უგანზომილებო $k_0 r \theta_0 = 3,25$ მანძილზე, მეტია უსასრულობაში ტალღის ამპლიტუდაზე 0,6%-ით, ხოლო მეორე, დაშორებული ნაპირიდან $k_0 r \theta_0 = 1$ მანძილით - 1,4% -ით. ეს ეფექტი მატულობს უსასრულობაში ტალღების მოსვლის კუთხეების ზრდასთან ერთად. კერძოდ, როცა $\alpha_0 = 60^\circ$ და $\theta_0 = 180^\circ$ პირველი მაქსიმუმი, დაშორებული ნაპირიდან $k_0 r \theta_0 = 2,75$ მანძილზე, აჭარბებს ტალღის ამპლიტუდას უსასრულობაში 6,2%-ით, ხოლო მეორე - 6,3%-ით - $k_0 r \theta_0 = 1,2$ უგანზომილებო მანძილზე;

4. როცა უსასრულობაში ტალღების მოსვლის კუთხე $\alpha_0 > 75^\circ$ და ფერდობის დახრის კუთხე $\theta_0 > 45^\circ$, იმისდა მიხედვით თუ რამდენად და როგორ იცვლება თანაფარდობა ამ კუთხეებს შორის, ნაპირიდან გარკვეულ მანძილებზე ხდება ტალღების წყვეტა და მათი ფაზის ნახტომისებრი ძვრა, რაზეც ზემოთ გვექონდა საუბარი.

ეს დასკვნები საკმაოდ კარგად შეესაბამება სხვადასხვა კუთხით დახრილ ფერდობებთან ტალღური მოძრაობის განტოლებების არსებული კერძო ზუსტი ამოხსნების შედეგებს.

სტოკერი თავის მონოგრაფიაში, განიხილავს რა სანაპირო ფერდობებთან ტალღების რეფრაქციის „კერძო“ ამოხსნებს, წერს (სტოკერი, გვ.98 -100): „ამოცანა პროგრესული ტალღების შესახებ, როცა ფერდობის დახრის კუთხე მართი კუთხის რაციონალური ჯერადია - $\theta_0 = P\pi/2n$, სადაც $P/2n$ -ზე ნაკლები კენტი რიცხვია შეისწავლა ლევიმ . . . ეს თეორია გამოდგება მაშინაც, როცა $\theta_0 > \pi/2$ ე.ი. როცა სანაპირო ფერდობი გადაიქცევა კიდულ კლდედ. ასეთი ნაპირის კერძო შემთხვევა, როცა $\theta_0 = 135^\circ$, ანუ $P = 3$ და $n = 2$, რიცხულად ამოხსნა ისააკსონმა.

აღმოჩნდა, რომ აღნიშნება ყოველ შემთხვევაში ერთი საინტერესო განსხვავება ამოცანის ამოხსნებს შორის მცირედ დახრილ და კიდული ფერდობებისთვის.

მცირედ დახრილი ფერდობებისთვის დადგენილ იქნა, რომ ნაპირისკენ პროგრესული ტალღების მოძრაობისას ტალღის ამპლიტუდა ჯერ მცირდება უსასრულობაში ტალღის ამპლიტუდასთან შედარებით, ხოლო შემდეგ მატულობს და ხდება ძალიან დიდი ნაპირის ხაზზე. ეს მოვლენა მრავალჯერ იქნა შემოწმებული მდგარი ტალღებისთვისაც . . . კიდული ფერდობების შემთხვევაში, როცა $\theta_0 = 135^\circ$, აღმოჩნდა, რომ ხდება საწინააღმდეგო მოვლენა: ნაპირისკენ მიმავალი ტალღის პირველი მაქსიმუმი დაახლოებით 1%-ით აჭარბებს ტალღის ქიმს უსასრულობაში . . . განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს კიდული ფერდობის ზღვრული შემთხვევა, როცა θ_0 აღწევს 180° -ის ტოლ მნიშვნელობას და ამოცანა გადადის ე.წ. „დოკის“ ამოცანაში: - წყალს, გარკვეულ საზღვრამდე, გააჩნია თავისუფალი ზედაპირი, ხოლო შემდეგ დაფარულია მყარი ჰორიზონტალური სიბრტყით. ამ შემთხვევაში, ლევის ამოხსნები იმდენად რთულდება, რომ როცა P და n დიდი რიცხვებია და $\theta_0 \rightarrow \pi$ ამოხსნების განხილვა უიმედოდ გვესახება“ .

შემდეგ, აღწერს რა სამგანზომილებიანი ტალღების ზუსტ კერძო ამოხსნებს 90° , 45° , 6° -ით დახრილ სანაპირო ფერდობებისთვის, სტოკერი აღნიშნავს, რომ ამ “სამ შემთხვევაში ყველაზე შესანიშნავ და მნიშვნელოვან შედეგად მიჩნეული უნდა იყოს შემდეგი: ტალღების სიგრძეები და მათი ამპლიტუდები ძალიან მცირედ იცვლება უსასრულობაში მათ მნიშვნელობებთან შედარებით მანამ, სანამ ტალღები მიუახლოვდებიან ნაპირს დაახლოებით ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილზე. ნაპირთან ახლოს ტალღის ამპლიტუდა იზრდება ისე, როგორც ეს ჩვენი თეორიითაა გათვალისწინებული. საინტერესოა, რომ პროგრესული ტალღის ამპლიტუდა ნაპირთან ახლომდებარე წერტილებში მცირდება (როცა $\theta_0 = 6^\circ - 10^\circ$ -ით)¹ უსასრულობაში მის მნიშვნელობასთან შედარებით, მაგრამ უშუალოდ ნაპირთან იგი უსასრულოდ იზრდება, რაც დასტურდება მრავალი ექსპერიმენტით. ნათქვამი ვრცელდება ვერტიკალურ კედელთან, როგორც

¹ როცა $\theta_0 = 6^\circ$ და ტალღები ფრონტალურად მიდიან ნაპირისკენ, ჩვენი ამოხსნის თანახმად, ტალღის ამპლიტუდა კლებულობს 8,7%-ით ნაპირიდან ფარდობით $k_0 r \theta_0 = 1$ მანძილზე.

სამგანზომილებიან (ამპლიტუდის 2%-ით შემცირებით)¹, ასევე ორგანზომილებიან ტალღურ მოძრაობებზე“.

სანაპირო ფერდობებზე ტალღების გავრცელების ცალკეული ზუსტი ამოხსნის სტოკერის ამ აღწერილობას, როგორც ვხედავთ, საკმაოდ კარგად უახლოვდება ჩვენ მიერ მიღებული შედეგები, როგორც რაოდენობრივი, ასევე თვისობრივი თვალსაზრისით.

2.4.3. რეფრაქციული სურათის აგების მეთოდი და მაგალითები

სანაპირო ფერდობებთან, ნაპირის ხაზისადმი კუთხით მიმართული პერიოდული ტალღების რეფრაქციული სურათის ჩამოყალიბებაში გადამწყვეტ როლს თამაშობს ე.წ. ფაზური ფუნქცია (ინტეგრალი)

$$\beta(r) = \frac{1}{\theta_0 \sin \alpha_0} \int \sqrt{(k/k_0)^2 + (R-N)\theta_0^2 - \sin^2 \alpha_0} d(k_0 r \theta_0) , \quad (2.78)$$

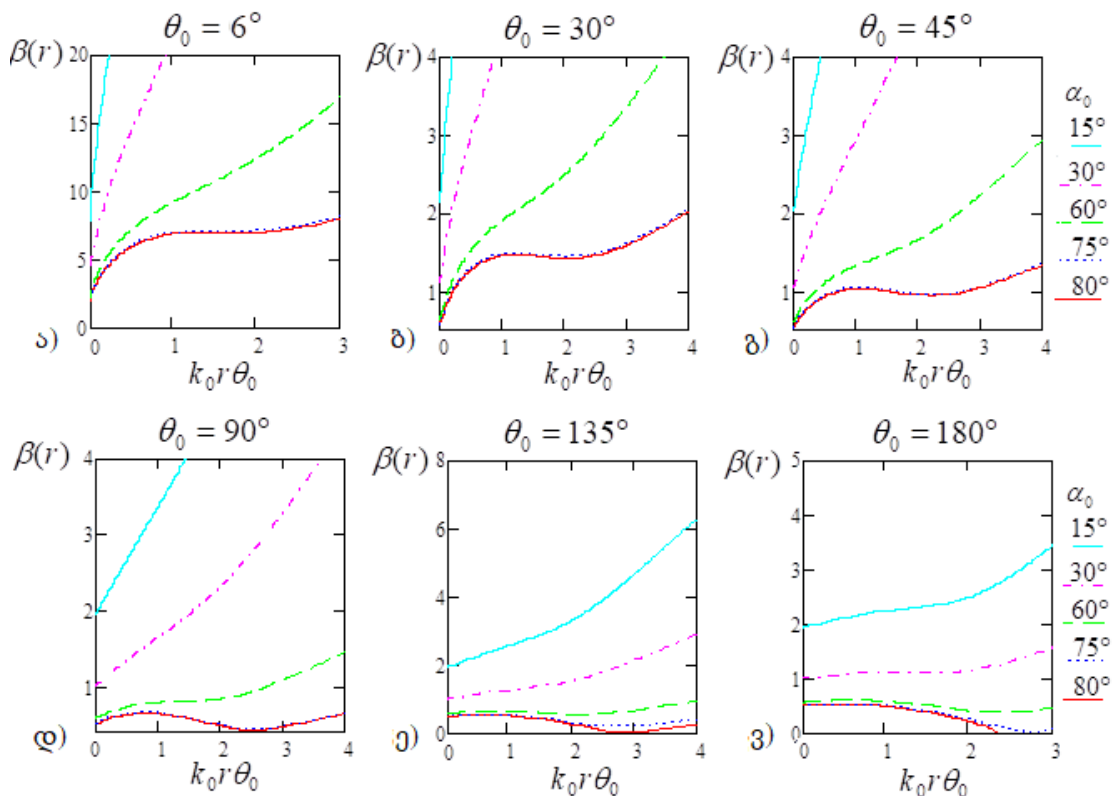
რომელიც θ_0 -ის, $\sin \alpha_0$ -ისა და $k_0 r \theta_0$ -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის იანგარიშება 3.2.4.2-ში მოყვანილი ფორმულების საფუძველზე. მოდიფიცირების გარეშე, აღნიშნული დამოკიდებულებით აგებული $\beta(r) = f(\theta_0, \alpha_0, k_0 r \theta_0)$ მრუდები მოყვანილია ნახ.2.6-ზე. ეს მრუდები ფაქტობრივად ასახავს ტალღური ზედაპირის საკვანძო წირების (ან ქიმების) მოხაზულობას გეგმაში, ანუ განსაზღვრავს ტალღების რეფრაქციული სურათის კონტურს.

ვიდრე კონკრეტულ მაგალითებზე წარმოვადგენდეთ ტალღური მოძრაობის რეფრაქციული სურათებს, დავიყვანოთ საანგარიშო დამოკიდებულებები პრაქტიკული სარგებლობისთვის მოსახერხებელ სახეზე. კერძოდ, თუ გავითვალისწინებთ, რომ თავისუფალ ზედაპირზე პოლარული კუთხე $\theta = 0$ და $\frac{g}{\sigma}$ მამრავლის შემოტანით წესრიგში მოვიყვანთ პოტენციალის

¹ სტოკერის ეს შედეგი, რომელიც შეესაბამება ვერტიკალურ კედელთან ტალღების მოსვლას 30°-იანი კუთხით, წარმოდგენილია პირველ თავში, ნახ. 1.5-ზე. ჩვენი, (2.69) დამოკიდებულებით ნაანგარიშები ამპლიტუდები ახლოა სტოკერის ამ ნახაზიდან დადგენილ ამპლიტუდების მნიშვნელობებთან, ხოლო საკვანძო და დონის წირების მოხაზულობა (იხ. ქვემოთ, ნახ.2.9. ბ)) თითქმის ზუსტად ემთხვევა ნახ. 1.5-ზე წარმოდგენილ სტოკერის რეფრაქციული სურათს.

ამპლიტუდის განზომილებას, (2.64) დამოკიდებულების რეალური ნაწილი მიიღებს სახეს:

$$\varphi = a_0 K_a \frac{g}{\sigma} \cdot \frac{\cosh[K_\lambda k_0 r(\theta + \theta_0)]}{\cosh K_\lambda k_0 r \theta_0} \cos \gamma, \quad (2.79)$$



ნახ.2.6. ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციითა მრუდები სანაპირო ფერდობის დახრისა და ტალღების მოსვლის სხვადასხვა θ_0 და α_0 კუთხეებისათვის.

სადაც a_0 არის ნაპირიდან დიდ მანძილზე მოცემული ამპლიტუდა;

$K_a = \frac{a}{a_0} = \frac{h}{h_0}$ ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი, რომელიც

განისაზღვრება მოდიფიცირებული (2.69) დამოკიდებულებით, ან ნახ. 2.5-ზე მოყვანილი მრუდებით. (შეგახსენებთ, რომ (2.69) დამოკიდებულების მოდიფიცირება გამოიხატება მასში $(R-N)\theta_0^2$ წევრის უგულველყოფაში, როცა $k_0 r \theta_0 \leq 2.06$ და ამ წევრის შენარჩუნებაში, როცა $k_0 r \theta_0 > 2.06$);

$K_\lambda = \frac{k}{k_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ ტალღურ რიცხვთა ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი,

განსაზღვრული (2.65) დამოკიდებულებით ან ნახ.2.2.ა)-ზე მოყვანილი მრუდით; γ აღნიშნავს ტალღური მოძრაობის ფაზას:

$$\gamma = \sigma t + k_1 x + k_0 \int \sqrt{V(r) - E} dr = \sigma t + k_1 x + \sin \alpha_0 \beta(r), \quad (2.80)$$

სადაც k_1 და k_0 უსასრულობაში მოცემული ან სიხშირის მეშვეობით განსაზღვრული ტალღური რიცხვებია:

$$k_1 = k_0 \sin \alpha_0; \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\sigma^2}{g} = \frac{4\pi^2}{g\tau^2}; \quad (2.81)$$

λ_0 –ტალღის სიგრძეა, მოცემული უსასრულობაში ტალღის გავრცელების მიმართულებით; τ - ტალღურ რხევათა მუდმივი პერიოდი; $E = \sin^2 \alpha_0$, ხოლო $V(r)$ იანგარიშება (2.74) დამოკიდებულებით ან ნახ.2.3-ის მეშვეობით.

წყლის ნაწილაკების სიჩქარეთა ველის კომპონენტები იანგარიშება, პოტენციალის (2.79) გამოსახულების ასიმპტოტური გაწარმოების საფუძველზე. კერძოდ:

ა) ნაპირის ხაზის – x ღერძის გასწვრივ

$$v_x = -a_0 K_a \sqrt{gk_0} \sin \alpha_0 \cdot \frac{\cosh[K_\lambda k_0 r(\theta + \theta_0)]}{\cosh K_\lambda k_0 r \theta_0} \sin \gamma; \quad (2.82)$$

ბ) ნაპირის ხაზის მართობულად, ზღვისკენ მიმართული r რადიუს-ვექტორის გასწვრივ

$$v_r = -a_0 K_a \sqrt{gk_0} \sqrt{V(r) - E} \cdot \frac{\coth[K_\lambda k_0 r(\theta + \theta_0)]}{\coth K_\lambda k_0 r \theta_0} \sin \gamma; \quad (2.83)$$

გ) ტანგენციალური, - პოლარული θ კუთხის ცვლილების მიმართულებით

$$v_\theta = -a_0 K_a \sqrt{gk_0} \cdot \frac{\sinh[K_\lambda k_0 r(\theta + \theta_0)]}{\cosh K_\lambda k_0 r \theta_0} \sin \gamma; \quad (2.84)$$

ამ ფორმულებით სარგებლობისას განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს მათი მაქსიმალური მნიშვნელობები განსაზღვრული დახრილ ფსკერზე, ($\theta = -\theta_0$) და

წყლის თავისუფალ ზედაპირზე ($\theta = 0$), როცა $|\sin \gamma| = 1$. ამ სიჩქარეების განსაზღვრისას ტალღის ფაზა არ თამაშობს არსებით როლს.

რეფრაქციულ სურათს, ანუ ნაპირთან ტალღური ზედაპირის რელიეფს ვაგებთ ტალღური შემფოთებების ვერტიკალური კოორდინატის საანგარიშო ფორმულის საფუძველზე –

$$\eta = a_0 K_a \sin(\sigma t + k_1 x + \sin \alpha_0 \beta(r)) , \quad (2.85)$$

რომელიც მიიღება პოტენციალის (2.79) გამოსახულების ჩასმით (2.23) სასაზღვრო პირობაში.

რეფრაქციული სურათის ასაგებად (2.85) დამოკიდებულებაში η -ს უნდა მიენიჭოს ფიქსირებული მნიშვნელობა $\nabla \eta$, (რაც ტალღის ზედაპირის შერჩეული იზოწირის ნიშნულია, ათვლილი ზღვის ნულოვანი დონიდან) და განისაზღვროს ნაპირგასწვრივი X კოორდინატი. ამასთან, ვინაიდან $k_1 = k_0 \sin \alpha_0$, (2.85)-დან მივიღებთ

$$x = \frac{(-1)^n}{k_0 \sin \alpha_0} \arcsin \frac{\nabla \eta}{a_0 K_a} - \frac{\sigma t}{k_0 \sin \alpha_0} - \frac{\beta(r)}{k_0} + \frac{n\pi}{k_0 \sin \alpha_0} . \quad (2.86)$$

(2.86)-ით რეფრაქციული სურათის აგებისას უნდა დაფიქსირდეს t დრო. კერძოდ, ზოგადობის დაურღვევლად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ $\sigma t = 0$ ან $\sigma t = \pi/2$ და სხვადასხვა მთელი $n = 0, \pm 1, \dots$ რიცხვებისა (n კვანძურ წირთა რაოდენობაა) და $\nabla \eta$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის ($\nabla \eta > 0$ - ტალღის თხემისთვის, $\nabla \eta < 0$ - ტალღის ღრმულისთვის და $\nabla \eta = 0$ ტალღის კვანძური წირებისთვის) (2.65) და (2.78) დამოკიდებულებებით განვსაზღვროთ $\nabla \eta$ დონის შესაბამისი X კოორდინატები.

ყველა ზემოთმოყვანილ დამოკიდებულებაში მოცემულად ითვლება:

ა) სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის θ_0 კუთხე;

ბ) კუთხე α_0 ტალღის ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის ნაპირიდან დიდ მანძილზე; გ) ასევე, ნაპირიდან დიდ მანძილზე მოცემული ტალღის ამპლიტუდა a_0 ან სიმაღლე $h_0 = 2a_0$;

დ) ტალღურ რხევათა პერიოდი (τ), ან სიხშირე (σ), ან უშუალოდ ტალღის საწყისი სიგრძე – λ_0 , მოცემული უსასრულობაში ტალღის გავრცელების მიმართულებით.

აქვე აღვნიშნავთ, რომ „დიდ მანძილებად“ საკმარისია მივიჩნიოთ მანძილები, რომლებიც დაშორებულია ნაპირის ხაზიდან უგანზომილებო $k_0 r \theta_0 = 5$ მანძილზე, ან $6 \div 7$ ტალღის სიგრძეზე.

მაგალითი 1. ვთქვათ ნაპირისკენ, რომლის დახრის კუთხე ჰორიზონტთან $\theta_0 = 6^\circ = 0,105$ რად, უსასრულობიდან $\alpha_0 = 60^\circ$ -იანი კუთხით ქიმებსა და ნაპირის ხაზს შორის, მიემართება პერიოდული ტალღები, რომელთა სიგრძე $\lambda_0 = 60$ მ-ს (ეს სიგრძე იცვლება ტალღის ნაპირთან მიახლოებასთან ერთად); ამპლიტუდა ნაპირიდან შორს $a_0 = 1,5$ მ-ს (რაც ასევე იცვლება ნაპირთან ახლოს). საჭიროა განისაზღვროს ამ ტალღური მოძრაობით გამოწვეული სიჩქარეთა მნიშვნელობები ფსკერის $H = 3,82$ მ ჩაღრმავების იზობატზე და აიგოს ტალღური ზედაპირის რეფრაქციული სურათი.

ვინაიდან გვაქვს მცირედ დახრილი სანაპირო ფერდობი $H = r \theta_0$, ამიტომ $3,82$ მ-იანი იზობატი მდებარეობს ნაპირის ხაზიდან $r = 3,82 / 0,105 = 36,4$ მ მანძილზე.

ვსარგებლობთ პ. 2.4.3.-ში მოყვანილი ფორმულებით, რისთვისაც წინასწარ ვსაზღვრავთ მათში შემავალ მუდმივ პარამეტრებს:

$$\sin \alpha_0 = \sin 60^\circ = 0,866; \quad E = \sin^2 \alpha_0 = 0,75; \quad k_0 = 2\pi / \lambda_0 = 6,28 : 60 = 0,105 ;$$

$$k_1 = k_0 \sin \alpha_0 = 0,0906; \quad 1/k_0 \sin \alpha_0 = 11,03. \quad 1/k_0 = 9,55;$$

ასევე, x ღერძის მიმართ ამოცანის ერთგვაროვნების გამო, მთელ ტალღურ ზედაპირზე - უსასრულობიდან ნაპირამდე უცვლელი რჩება ნაპირგასწვრივი

$$\text{ტალღის სიგრძე } \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{6,28}{0,0906} = 69,3\text{მ.}$$

3,82 მ-იანი იზობატი ნაპირის ხაზიდან დაშორებულია უგანზომილებო $k_0 r \theta_0 = 0,105 \cdot 3,82 = 0,4$ მანძილზე, რომელსაც (2.65), მოდიფიცირებული (2.69) და (2.74) დამოკიდებულებების, ან ნახ. 2.2.ა), ნახ.2.5.ა) და ნახ.2.3.-ზე წარმოდგენილი მრუდების თანახმად შეესაბამება ტალღურ რიცხვთა ტრანსფორმაციის K_λ კოეფიციენტის, ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის K_a კოეფიციენტისა და $V(r)$ ფუნქციის შემდეგი მნიშვნელობები:

$$K_\lambda = \frac{k}{k_0} = 1,69; \quad K_a = \frac{a}{a_0} = 0,75; \quad V(r) = 2,89.$$

მაშინ, თუ გამოვიყენებთ (2.82), (2.83) და (2.84) დამოკიდებულებებს, როცა $\sin \gamma = 1$; $\cos \gamma = -1$ და $\theta = -\theta_0$ მივიღებთ, რომ 3,82 მ იზობატზე ნაპირგასწვრივი სიჩქარის მაქსიმალური მნიშვნელობა

$$v_x = \frac{-a_0 K_a \sqrt{gk_0} \cdot \sin \alpha_0}{\cosh K_\lambda k_0 r \theta_0} = \frac{-1,5 \cdot 0,75 \sqrt{9,8 \cdot 0,105} \cdot 0,866}{\cosh(1,69 \cdot 0,4)} = -0,8 \text{ მ/წმ};$$

ნაპირის ხაზისკენ მართობულად მიმართული ფსკერული სიჩქარის მნიშვნელობა

$$v_r = \frac{-a_0 K_a \sqrt{gk_0} \cdot \sqrt{V(r) - E}}{\cosh K_\lambda k_0 r \theta_0} = \frac{-1,5 \cdot 0,75 \cdot 1,014 \sqrt{2,89 - 0,866^2}}{1,24} = -1,35 \text{ მ/წმ};$$

ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელი $v_\theta = 0$.

„-“ ნიშანი მიგვითითებს, რომ სიჩქარეთა კომპონენტებს აქვთ ნაპირგასწვრივი X ღერძისა და r რადიუს-ვექტორის საწინააღმდეგო მიმართულებები, როცა იზობატის თავზე გადის ტალღის ქიმი, ხოლო ტალღის ფსკერის გავლის შემთხვევაში v_x -ის და v_r -ის ნიშნები დადებითი ხდება, ე.ი. ამ შემთხვევაში წყლის ნაწილაკთა სიჩქარეები ნაპირიდან ზღვისკენ არიან მიმართული.

(2.86) დამოკიდებულებით რეფრაქციული სურათის აგებისას გვჭირდება მხოლოდ ტრანსფორმაციის K_a კოეფიციენტისა და ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციითა მნიშვნელობები. მათ ვადგენთ (2.69) და (2.78) დამოკიდებულებების ან ნახ.2.5.ა) და ნახ.2.6.ა) -ზე მოყვანილი მრუდების მეშვეობით სხვადასხვა $k_0 r \theta_0$ -სთვის. ანგარიშს ვაწარმოებთ დროის იმ მომენტისთვის, როცა $\sigma t = 0$. ვირჩევთ იზოწირებს: $\nabla \eta = 0$; $\nabla \eta = \pm 0,5$; $\nabla \eta = \pm 1,2$ და $\nabla \eta = \pm 1,5$ მ-ს, როცა $n = -2$; -1 და 0 -ს, ანუ ვაგებთ ტალღური ზედაპირის რელიეფის ტოპოგრაფულ სურათს ტალღის ერთი სიგრძის ფარგლებში. სურათი მეორდება პერიოდულად n რიცხვის ყოველი გაორმაგებისას.

აგების პროცედურა მარტივია: პირველ რიგში (2.78) დამოკიდებულების, ან ნახ. 2.6.ა)-ზე მოყვანილი წყვეტილი მწვანე მრუდის საშუალებით ვადგენთ ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციის მნიშვნელობებს სხვადასხვა $k_0 r \theta_0$ უგანზომილებო მანძილებისთვის. (ჩვენ მიერ შერჩეულ $k_0 r \theta_0 = 0,4$ წერტილში $\beta(r) = -3,83$). შემდეგ, (2.86) დამოკიდებულებაში მივიჩნევთ რა $\nabla \eta = 0$,

$$x_n^{\text{ფ}} = -\frac{\beta(r)}{k_0} + \frac{n\pi}{k_0 \sin \alpha_0} \quad (2.87)$$

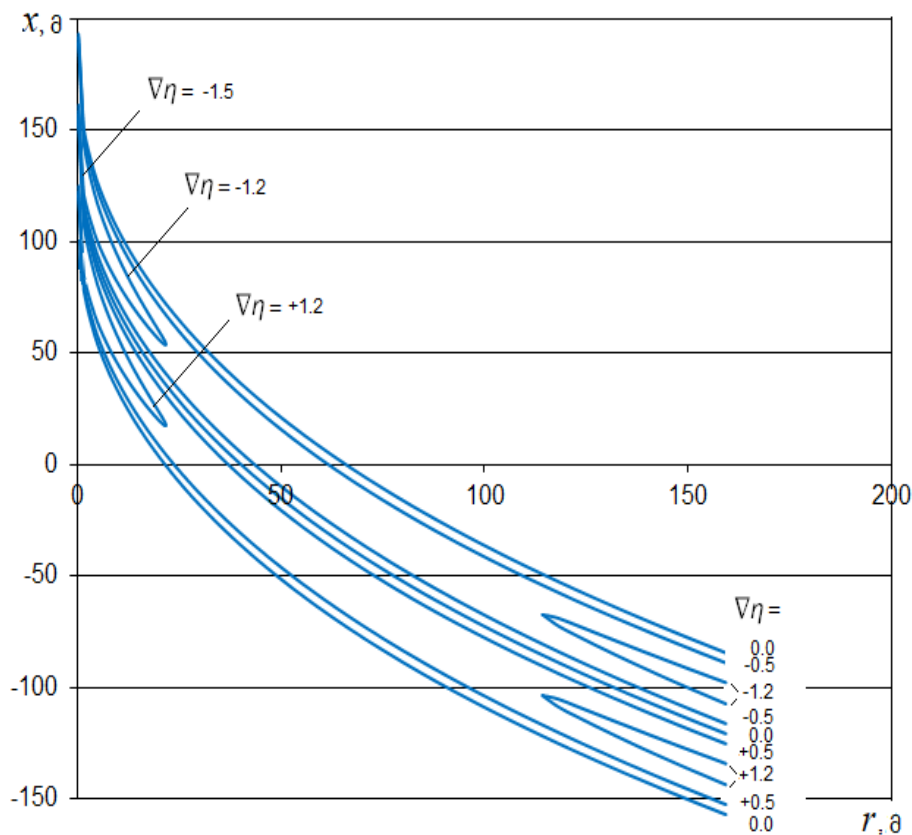
ფორმულით, ტალღის საწყისი $\lambda_0 = 60$ მ სიგრძის ფარგლებში, $n = 0$; -1 ; -2 მნიშვნელობებისთვის ვაგებთ საკვანძო წრების ($\nabla \eta = 0$) კონტურს ნაპირგასწვრივ x და ზღვისკენ მიმართულ r კოორდინატებში.

ამის შემდეგ $\nabla \eta$ -ს ვანიჭებთ მნიშვნელობებს $\nabla \eta = \pm 0,5$ მ; $\nabla \eta = \pm 1,2$ მ და $\nabla \eta = \pm 1,5$ მ) და თითოეული მათგანისთვის ვსაზღვრავთ ნაპირგასწვრივ x კოორდინატებს:

$$x_n = x_n^{\text{კვ}} + \arcsin \frac{\nabla \eta}{a_0 K_a}. \quad (2.88)$$

ნახ. 2.7.-ზე მოყვანილია განხილული მაგალითის შესაბამისი ტალღის ზედაპირის რელიეფი (რეფრაქციის სურათი), რომელიც მოიცავს ერთი ტალღის

ბორცვსა და ღრმულს, განთავსებულს შესაბამისად $n = -2; -1$ და $n = 0$ ნომრთან საკვანძო ($\nabla \eta = 0$) წირებს შორის



ნახ. 2.7. ტალღის რელიეფი მცირედ დახრილ სანაპირო ფერდობთან; $a_0 = 1,5$ მ; $\lambda_0 = 60$ მ; $\alpha_0 = 60^\circ$; $\theta_0 = 6^\circ$; $\sigma t = 0$.

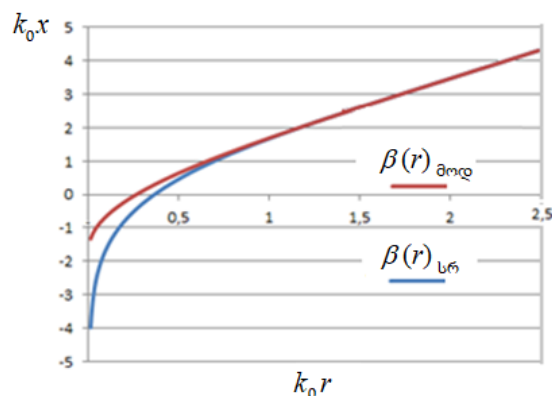
მაგალითი 2. (სტოკერის ამოცანა). ვთქვათ, უსასრულობიდან შვეული კლდისკენ ($\theta_0 = \pi/2 = 90^\circ$), $\alpha_0 = 30^\circ$ -იანი კუთხით მიემართება რეგულარული ტალღები, რომელთა ამპლიტუდა ნაპირიდან შორ მანძილზე $a_0 = 1$ მ-ს; ტალღის სიგრძე უსასრულობაში ტალღის გავრცელების მიმართულებით $\lambda_0 = 6,28$ მ-ს, რომელის შესაბამისი ტალღური რიცხვი $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = 1 \text{ მ}^{-1}$. საჭიროა აიგოს კლდის მახლობლად ტალღების φ პოტენციალის რეფრაქციული სურათი ტალღის ერთი ღრმულის ფარგლებში.

სტოკერის ამოცანაში ტალღური რიცხვს $k_0 = 1 \text{ მ}^{-1}$ შეესაბამება ტალღურ რხევათა სიხშირე $\sigma = \sqrt{gk_0} = 3,13 \text{ წმ}^{-1}$; პერიოდი $\tau = 2\pi/\sigma = 2 \text{ წმ}$ და

ნაპირგასწვრივი მუდმივი ტალღური რიცხვი $k_1 = k_0 \sin 30^\circ = 0,5 \text{ მ}^{-1}$, რომლის შესაბამისი ტალღის სიგრძე, გაზომილი ნაპირის ხაზის (ჩვენთან X ღერძის) პარალელურად, ზღვის ზედაპირის ნებისმიერ კვეთში $\lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = 12,57 \text{ მ-ს}$.

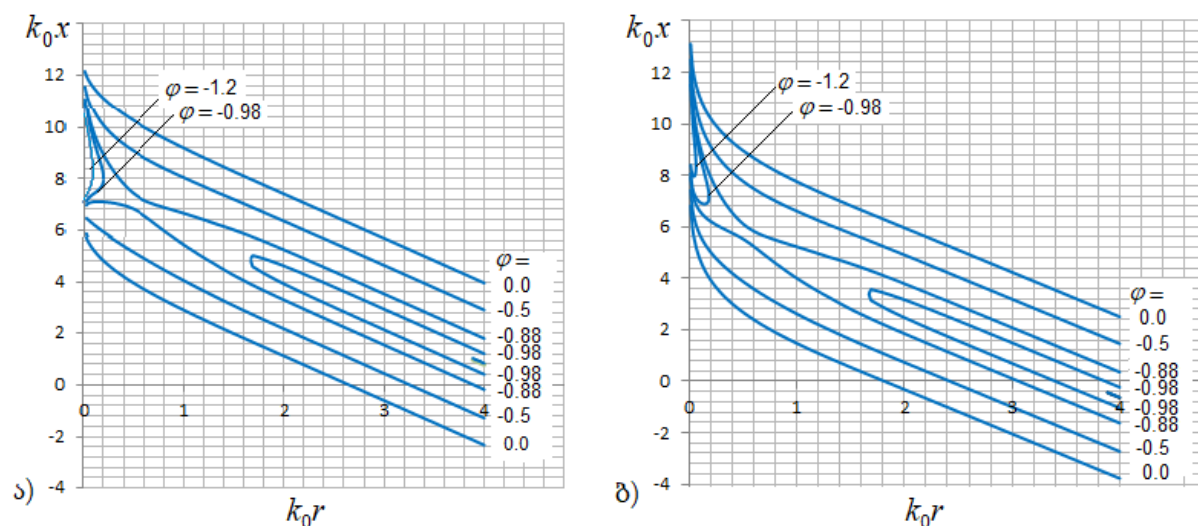
თუ გავითვალისწინებთ, რომ წყლის ზედაპირზე, სადაც $\theta = 0$ ტალღური მოძრაობის პოტენციალის (2.79) გამოსახულება მხოლოდ ნებისმიერი მუდმივითა და $\frac{\pi}{2}$ -ის ტოლი ფაზით განსხვავდება ტალღური ზედაპირის η კოორდინატის (2.85) გამოსახულებისგან, შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ წყლის ზედაპირზე φ პოტენციალის რეფრაქციული სურათი ფაქტობრივად ემთხვევა (იმეორებს) ტალღური η ზედაპირის რეფრაქციულ სურათს. ამიტომ, დროის იმ მომენტისთვის, როცა $\sigma t = \frac{\pi}{2}$, φ პოტენციალის რეფრაქციული სურათის აგებასთან დაკავშირებული გამოთვლები სრულდება ზუსტად ისეთივე თანმიმდევრობით და იმავე დამოკიდებულებებით, როგორც წინა მაგალითში.

წინა მაგალითისგან განსხვავებით, ჩვენ აქ განვიხილავთ სტოკერის ამოცანის ამოხსნის ორი ვარიანტს. პირველი შეესაბამება (2.78) -ში ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციის $R-N$ მოდიფიცირებას, ანუ (2.78)-ში $(R-N)\theta_0^2$ წევრის უგულველყოფას, როცა $k_0 r \theta_0 \leq 2,06$ და მის შენარჩუნებას, როცა $k_0 r \theta_0 > 2,06$. ნახ.2.8.-ზე ეს ვარიანტი წითელ ფერშია წარმოდგენილი. ლურჯი ფერის $\beta(r)$ მრუდი შეესაბამება მოდიფიცირების გარეშე (2.78) -ის სრული სახით ნაანგარიშებ მნიშვნელობებს.



ნახ. 2.8. ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციის მოდიფიცირებული და სრული მრუდები აგებული სტოკერის ამოცანისთვის (2.78) დამოკიდებულების საფუძველზე

ნახ. 2.9-ზე მოყვანილია ვერტიკალურ კედელთან უსასრულობიდან $\alpha_0 = 30^\circ$ -იანი კუთხით მოსული ტალღის ერთი ღრმულის რეფრაქციული სურათები (ექვიპოტენციალები)



ნახ. 2.9. ტალღის ღრმულის ექვიპოტენციალები ვერტიკალურ კედელთან

აგებული (2.86) ფორმულით, როცა $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; $\alpha_0 = 30^\circ$; $\sigma t = \frac{\pi}{2}$; $a_0 = 1$ მ; $\lambda_0 = 6,28$ მ;

რეფრაქციული სურათები აგებულია შემდეგი ორი დასაშვები ვარიანტისთვის:

ა) ვარიანტი შეესაბამება, (2.86) ფორმულაში როგორც ფაზური $\beta(r)$ ფუნქციის, ასევე ტრანსფორმაციის K_a კოეფიციენტის $(R - N)$ მოდიფიცირებას;

ბ) ვარიანტში, (2.86)-ში $(R - N)$ მოდიფიცირებას ექვემდებარება მხოლოდ ტრანსფორმაციის K_a კოეფიციენტი, ხოლო ფაზური $\beta(r)$ ფუნქცია მოდიფიცირების გარეშე შენარჩუნებული.

თუ ამ ვარიანტებს შევადარებთ ნახ. 1.5-ზე მოყვანილ სტოკერის სურათს, აგებულს პრაქტიკული მიზნებისათვის საკმაოდ რთული $(1.56) \div (1.58)$ დამოკიდებულებებით, ადვილად დავრწმუნდებით მათ როგორც თვისობრივ, ასევე რაოდენობრივ მსგავსებაში. ნათქვამი განსაკუთრებით ეხება ნახ. 2.9. ბ)-ზე მოყვანილ ტალღის ღრმულის რეფრაქციულ სურათს ვერტიკალურ კედელთან და საშუალებას გვაძლევს კიდევ ერთხელ გავუსვათ ხაზი მიღებული შედეგების სიზუსტეს.

თავი 3

ტალღები ცვალებადი სიგანის აკვატორიებში

3.1. არსებული ამოხსნების მოკლე მიმოხილვა

ცვალებადი სიგანის აკვატორიებში სითხის ტალღური მოძრაობისადმი ინტერესი განპირობებულია ჰიდროტექნიკური ნაგებობების დაპროექტებისას ტალღურ მოძრაობათა გათვალისწინების აუცილებლობით მდინარეთა ზღვაში შესართავ აკვატორიებში, სრუტეებში, მთის წყალსაცავებსა თუ წყალსაგდებ და წყალმიმღებ ნაგებობათა გარდამავალ უბნებზე.

მიუხედავად იმისა, რომ პირველი შედეგი სეიშური რხევების შესახებ ცვალებადი სიგანის არხებში მიღებულ იქნა ჯერ კიდევ გრინის მიერ, 1837 წელს (ლამბი, სრეტენსკი [2]), ტალღური მოძრაობათა შესწავლა არაპრიზმატულ კალაპოტებში დღემდე იწვევს ინტერესს როგორც პრაქტიკული, ასევე თეორიული თვალსაზრისით. აკვატორიის სიგანის ცვლილების გათვალისწინებით ტალღების გაანგარიშების ამჟამად არსებული მეთოდები ძირითადად მოიცავს გრძელტალღოვან მოძრაობებს სხვადასხვა კონფიგურაციის ბუნებრივ თუ ხელოვნურ წყალსატევებსა და წყალსატარებში. ზოგ მათგანში კალაპოტის კონფიგურაციის გარდა გათვალისწინებულია ისეთი ფაქტორებიც, როგორიცაა სეისმურობა, მეწყერული მოვლენები, წყლის დინება, სიბლანტე, სტრატეფიკაცია და ა.შ (პეროლი, მაკაროვი, მამრამე, ჯინჯიხაშვილი, გველესიანი, მასსი და სხვ.).

ნაშრომები, სადაც განიხილება დისპერსიული - წყლის სიღრმის თანაზომადი ან უფრო მცირე სიღრმის ტალღების გავრცელება შევიწროებად აკვატორიებში, შედარებით მცირეა და ძირითადად ეყრდნობა ენერგეტიკული ბალანსის განტოლებებს, რომლებშიც გამოიყენება ჰორიზონტალური ფსკერის მქონე წყლის ზედაპირზე ორგანოზომილებიანი ტალღური მოძრაობის ამსახველი კლასიკური თეორიის შედეგები (ევანგელისტი, მასსი, კანტარაჟი და სხვ.). რიცხვითი მეთოდებით არაპრიზმატულ წყალსაცავებში მეწყერული და სეისმური წარმოშობის დაუმყარებელ ტალღურ მოძრაობათა გამოსათვლელად, ქართველ მეცნიერ-მკვლევარებს მამრამეს, მუზაევს, გველესიანს, ჯინჯიხაშვილსა და

ხელიძეს გამოყენებული აქვთ რიცხვითი მეთოდები. ამასთან მუზაევს [1] პერიოდული ტალღების საანგარიშოდ შევიწროებად და კლებადი სიღრმის წყალსაცავებში პირველად, მაგრამ ხელოვნურად შემოჰყავს კალაპოტის სიგანის შევიწროების მახასიათებელი პარამეტრი.

ჩვენთვის განსაკუთრებით აღსანიშნავია პულინისა და ჯუბერტის პუბლიკაცია, რომელშიც ტალღური ჰიდროდინამიკის ზოგადი განტოლებების საფუძველზე, კორექტულად არის დასმული და გადაწყვეტილი არხის შევიწროებად უბნებში ტალღების გავრცელების ამოცანა. მათი კვლევა ვრცელდება კონფუზიურულად შევიწროებად მოკლე არხზე, რომელიც სათავით ებჯინება პრიზმატულ არხს. თეორიულად ამოცანის გადასაწყვეტად პულინი და ჯუბერტი იყენებენ სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებათა ამოხსნის (სიგ) მეთოდს, რის გამოც მათი შედეგები, გამოხატული არასაკუთრივი ინტეგრალებისა და უსასრულო მწკრივების სახით, ექვემდებარება მხოლოდ რიცხვით რეალიზაციას. ამავე დროს, მათივე ლაბორატორიული კვლევები გვიჩვენებს, რომ არხის კონფუზიურული ნაწილის საწყის უბანზე ჯერ ხდება ტალღის ამპლიტუდის კლება არხის საწყის - პრიზმატულ უბანზე ტალღის ამპლიტუდასთან შედარებით, რაც შემდგომ, არხის დამამთავრებელ, ვიწრო უბანზე იცვლება ტალღის ამპლიტუდის 2-ჯერ და მეტად მატებით.

უნდა აღინიშნოს, რომ ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი ნაშრომის გამოყენების არე შეზღუდულია მხოლოდ მცირე განფენილობის შევიწროებადი აკვატორიების განხილვით ან მოიცავს მხოლოდ ისეთ ჩაკეტილ წყალსატევებს, როგორიცაა ტბები და მთის წყალსაცავები, რომლებშიც ტალღის სიგრძე მნიშვნელოვნად აჭარბებს წყალსატევის სიგანეს.

ქვემოთ მოგვყავს გრძელი ტალღების თეორიისა და ენერგეტიკული ბალანსის მეთოდების საფუძველზე მიღებული ძირითადი შედეგები.

გრინის კანონის თანახმად (ლამბი, სრეტენსკი [2]), შევიწროებად არხში გრძელი ტალღების ამპლიტუდა მატულობს როგორც

$$a \sim B^{-1/2}(x) , \quad (3.1)$$

სადაც a გრძელი ტალღის ამპლიტუდაა; $B(x)$ - არხის სიგანე x კვეთში.

იგივე ფორმულა მიიღება დისპერსიული ტალღების გავრცელების შემთხვევაშიც მუდმივი სიღრმის შევიწროებად აკვატორიებში თუ ამპლიტუდების საანგარიშოდ გამოვიყენებთ ენერგეტიკული ბალანსის მეთოდს. მართლაც, თუ ენერგეტიკული ბალანსის (1.44) განტოლებაში l და l_0 -ის ნაცლად ჩავსვამთ შესაბამისად B და B_0 სიგანეებს და მუდმივი სიღრმის გამო შევკვეცთ ერთმანეთის ტოლ ჯგუფურ U და U_0 სიჩქარეებს, მივიღებთ, რომ ნებისმიერი სიგრძის ტალღის ამპლიტუდების ფარდობა B და B_0 სიგანის კვეთებში გამოისახება ტოლობით:

$$K_a = \frac{a}{a_0} = \frac{h}{h_0} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^{1/2}. \quad (3.2)$$

(3.2)-დან გამომდინარეობს, რომ ტალღის ამპლიტუდის (სიმაღლის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი არ არის დამოკიდებული ტალღის სიგრძეზე და როგორც გრძელი, ასევე მოკლე ტალღისთვის ამპლიტუდის ცვლილების კანონზომიერება იანგარიშება ერთი და იგივე - გრინის (3.1) დამოკიდებულებით. მაგრამ ამ დამოკიდებულების თანახმად, თუ ჩვენ დავსვამთ შებრუნებულ ამოცანას და შევიწროებად კვეთში მოცემული ამპლიტუდის საშუალებით განვსაზღვრავთ განიერ უბანზე ამავე ტალღის ამპლიტუდას, მივიღებთ, რომ ამპლიტუდა კლებულობს და მიისწრაფვის ნულისკენ აკვატორიის სიგანის მატებასთან ერთად. ეს ერთნაირად ეხება როგორც გრძელ, ასევე მოკლე ტალღებს, რაც არ იწვევს გაუგებრობას, როცა საკითხი ეხება მხოლოდ გრძელი ტალღების თეორიის საფუძველზე მიღებულ შედეგებს, რადგან ეს თეორია აპრიორულად შემოზღუდულია ნაპირიდან მცირედ დაშორებული უბნებისა და ვიწრო აკვატორიების განხილვით (სტოკერი). მაგრამ, როცა საკითხი ეხება დისპერსიულ (მოკლე) ტალღებს, ნაანგარიშევს (3.2) ფორმულით, მათი ამპლიტუდის განულება აკვატორიის სიგანის მატებასთან ერთად, რა თქმა უნდა, არ შეესაბამება სინამდვილეს და ეს უნდა აიხსნას მხოლოდ ენერგიის ბალანსის (2.3) განტოლებაში ორგანზომილებიანი დისპერსიული ტალღების შესაბამისი შედეგების ჩასმით. ეს ჩასმა არაკორექტულია მაშინაც, როცა გეგმაში სოლისებრი აკვატორიის გაშლის კუთხე ძალზე მცირეა, რადგან არაპრიზმატულ

აკვატორიებში დისპერსიული ტალღების განხილვისას გადამწყვეტ როლს თამაშობს ტალღური მოძრაობის სამგანზომილებიანი სტრუქტურა. ამიტომ, ცვლადი სიგანის აკვატორიებში, ტალღური მოძრაობის საანგარიშოდ, საჭიროა მივმართოთ ტალღური ჰიდროდინამიკის არა ორ, არამედ სამგანზომილებიან განტოლებებს.

3.2. ტალღების საანგარიშო მოდელი ნელცვლადი სიგანის აკვატორიაში

ნახ. 3.1-ზე წარმოდგენილი საანგარიშო სქემისათვის, ცვლადი სიგანის აკვატორიაში ტალღური მოძრაობის წრფივ სამგანზომილებიან განტოლებებს, აქვთ შემდეგი სახე (გაგოშიძე [7]):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0; \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{როცა } z = 0; \quad (3.4)$$

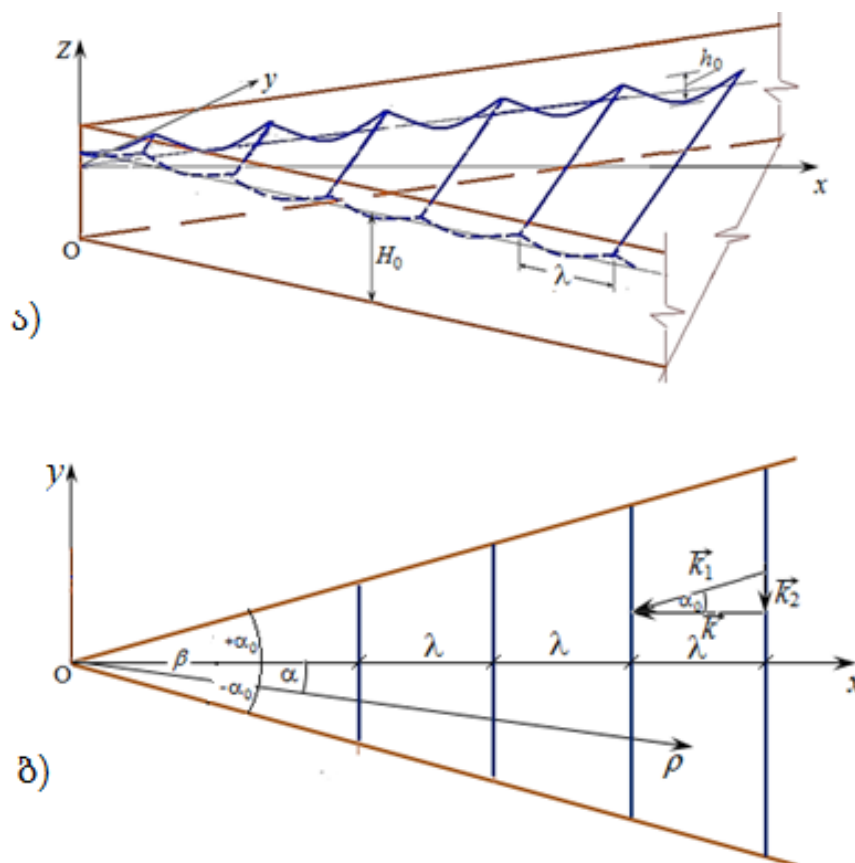
$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad \text{როცა } z = -H; \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \tan \alpha_0, \quad \text{როცა } y = \pm x \tan \alpha, \quad (3.6)$$

სადაც (3.3) არის ლაპლასის განტოლება სიჩქარეთა ველის φ პოტენციალის მიმართ; (3.4) სასაზღვრო პირობა სრულდება წყლის თავისუფალ ზედაპირზე და განსაზღვრავს კავშირს ტალღების სიხშირესა (პერიოდსა) და ტალღურ რიცხვს (ტალღის სიგრძეს) შორის; (3.5) და (3.6) ტოლობები ასახავს შესაბამისად აკვატორიის ფსკერისა და კედლების წყალგაუმტარობის, ანუ მათზე სიჩქარეთა ნორმალური მდგენლების 0-თან ტოლობის პირობებს.

(3.3)-(3.6) წრფივი განტოლებები ჩაწერილია ნახ.3.1.ა)-ზე მოყვანილი უსასრულო განფენილობის სოლისებრი აკვატორიისთვის, რომლის გაშლის პოლარული კუთხე $\beta = 2\alpha_0$; სიმეტრიის X ღერძის კოორდინატი იცვლება შევიწროებადი აკვატორიის წვეროდან $+\infty$ -მდე; ვერტიკალური Z კოორდინატი -

– H_0 დან (ჰორიზონტალური ფსკერიდან) 0-მდე, ანუ წყლის შეუშვოთებელ ზედაპირამდე, ხოლო განივი y კოორდინატი – $-\infty$ დან $+\infty$ -მდე.



ნახ. 3.1. შევიწროებად აკვანთრიაში დამყარებული ტალღური მოძრაობის საანგარიშო სქემა: ა) - სივრცითი სურათი; ბ) - გეგმა.

(3.4)÷(3.6) სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების გარდა, საჭიროა ამოცანის ამონახსნა მიისწრაფოდეს უსასრულობაში ($x \rightarrow \infty$) გარკვეული სახის ტალღების არსებობისკენ, ანუ აკმაყოფილებდნ ზემოხსენებულ „გამოსხივების“ პირობას. ეს პირობა კი, როცა სითხის მყარი ფსკერი და გვერდითი კედლები ვრცელდება უსასრულობამდე, ხოლო β კუთხე ვერტიკალურ კედლებს შორის ნაკლებია 180° -ზე ($\beta = 2\alpha_9 < \pi$ -ზე), დიფრაქციული ამოცანისგან განსხვავებით (სადაც $2\pi \geq \alpha_9 \geq \pi$), ჯერჯერობით არ არის მათემატიკურად ფორმირებული, რის გამოც, (3.3)÷(3.6) სასაზღვრო ამოცანა დღეს-დღეობით ზუსტად არაა ამოხსნილი.

ქვემოთ მოგვყავს (3.3)÷(3.6) ამოცანის ისეთი მოახლოებითი ამოხსნა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ავსახოთ სამგანზომილებიანი, ღერძულად სიმეტრიული ტალღების გავრცელება უსასრულო განფენილობის სოლისებრ აკვატორიებში და პირველად ტალღურ ჰიდროდინამიკაში შემოვიტანოთ ცნებები აკვატორიის სიგანესთან შედარებით „გრძელი“ და „მოკლე“ ტალღების შესახებ.

ინტუიციურად ჩვენ ვგრძნობთ, რომ ცვალებადი სიგანის აკვატორიებში ტალღები საჭიროებენ ასეთ შეფასებას, თუნდაც იმიტომ, რომ გრინის ზუსტი (3.1) ამოხსნა, რომელიც სამართლიანია ტალღის სიგრძესთან შედარებით აკვატორიის ვიწრო უბნებისთვის, აუცილებლად უნდა პოულობდეს თავის გაგრძელებას აკვატორიის იმ უბნებზეც, რომელთა სიგანე გაცილებით აჭარბებს მის ზედაპირზე არსებული ტალღის სიგრძეს, რა თანაფარდობაშიც არ უნდა იყოს ეს უკანასკნელი აკვატორიის სიღრმესთან შედარებით. სხვა სიტყვებით, ჩვენ მოვითხოვთ, რომ მიღებული ამოხსნები აკვატორიის სიგანის მატებასთან ერთად, განულების ნაცვლად მიისწრაფოდეს ისეთი ამოხსნებისკენ, რომლებიც პასუხობს უსასრულობაში აკვატორიის პოლუსისკენ მიმართულ სასრული ამპლიტუდის მქონე პერიოდულ ტალღებს. სწორედ ამ მოთხოვნის დაკმაყოფილებაში მდგომარეობს უსასრულობაში ჩვენ მიერ შემოღებული ე. წ. „გამოსხივების“ პირობა.

3.2.1. ძირითადი ევოლუციური განტოლების გამოყვანა

ზოგადობის დაურღვევლად რეგულარული ტალღური მოძრაობის სიჩქარეთა ველის პოტენციალი მუდმივი სიღრმის მქონე აკვატორიებში შეგვიძლია გამოვსახოთ სამი ფუნქციის ნამრავლის სახით:

$$\varphi = \psi(x, y) \frac{\cosh k(z + H_0)}{\cosh kH_0} \cdot e^{i\sigma t}, \quad (3.7)$$

სადაც k ტალღური რიცხვია; H_0 -აკვატორიის მუდმივი სიღრმე; i -კომპლექსური ერთეული; σ - ტალღური მოძრაობის მუდმივი სიხშირე.

(3.3)÷(3.6) განტოლებებში (3.7)-ის ჩასმით ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ჩვენ მიერ გადასაწყვეტი სამგანზომილებიანი ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება

ორგანზომილებიან სასაზღვრო ამოცანაზე. კერძოდ, ლაპლასის (3.3) განტოლება მიიღებს ჰელმჰოლცის ორგანზომილებიანი განტოლების სახეს ψ ფუნქციის მიმართ:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + k^2 \psi = 0; \quad (3.8)$$

ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის (3.5) პირობა კმაყოფილდება ავტომატურად; თავისუფალ ზედაპირზე (3.4) ჰიდროდინამიკური პირობა გვაძლევს წყლის ზედაპირზე წრივი ტალღური მოძრაობის ცნობილ დისპერსიულ დამოკიდებულებას:

$$\sigma^2 = gk \tanh kH_0, \quad (3.9)$$

ხოლო სოლისებრი აკვატორიის გვერდით ვერტიკალურ კედლებზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნიულთან ტოლობის (3.6) პირობა მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \tan \alpha_0, \quad \text{როცა } y = \pm x \tan \alpha_0. \quad (3.10)$$

შემდგომ განვიხილავთ მხოლოდ ღერძულად სიმეტრიულ აკვატორიებს გაშლის მცირე β კუთხით. ეს საშუალებას გვაძლევს, მივიჩნიოთ ψ ფუნქცია ნელცვლად ფუნქციად აკვატორიის განივი მიმართულებით, ხოლო ტალღური ზედაპირის ქიმები, მცირე სიმრუდის გამო, ჩავთვალოთ აკვატორიის ღერძის პერპენდიკულარულ წრფეებად, ე.ი. მივიჩნიოთ, რომ ტალღები ძირითადად მიმართულია მხოლოდ x ღერძის გასწვრივ, ხოლო y ღერძის გასწვრივ ხდება მხოლოდ ტალღის ქიმის სიმაღლის ცვლილება.

მაშინ, თუ წარმოვიდგენთ, რომ

$$\psi \sim \exp(ik_1 x \mp k_2 y), \quad (3.11)$$

სადაც k_1 და k_2 მუდმივი რიცხვებია ($k_2 \ll k_1$), ჰელმჰოლცის (3.8) განტოლების საფუძველზე მივიღებთ ე.წ. ეიკონალურ დამოკიდებულებას

$$-k_1^2 + k_2^2 + k^2 = 0, \quad (3.12)$$

რომელიც ამყარებს კავშირს k_1 და k_2 მუდმივებსა და (3.3)-ის საფუძველზე განსაზღვრულ k ტალღურ რიცხვს შორის.

თუ გავითვალისწინებთ α_0 კუთხის სიმცირეს, ეს კავშირი შეგვიძლია გამოვსახოთ აგრეთვე შემდეგი მიახლოებითი ტოლობებით:

$$k_1 \approx k, \quad k_2 \approx k\alpha_0. \quad (3.13)$$

ამოცანის ამოხსნა მნიშვნელოვნად ადვილდება ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში, რომელიც ნახ. 3.1 ბ)-ზეა მოყვანილი. ასეთ სისტემაში ჰელმჰოლცის (3.8) განტოლება და (3.10) სასაზღვრო პირობა ღებულობს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} + k^2 \psi = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = 0, \quad \text{როცა } \alpha = \pm \alpha_0, \quad (3.15)$$

სადაც k განისაზღვრება იგივე - (3.9) დისპერსიული ტოლობის საფუძველზე. ამავე დროს, აკვატორიის ნებისმიერ კვეთში შენარჩუნებულია (3.13) მიახლოებითი ტოლობები.

კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდის გამოყენებით (კანტოროვიჩი [1,2]), გამოვრიცხოთ შემდგომი განხილვიდან პოლარული α კუთხე. ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\psi = F(\rho, \alpha) \cdot f(\rho), \quad (3.16)$$

ავირჩიოთ $F(\rho, \alpha)$ საბაზისო ფუნქციად და ჩავწეროთ (3.8), (3.9) ამოცანა შემდეგი სახით:

$$F \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \left(\frac{F}{\rho} + 2 \frac{\partial F}{\partial \rho} \right) \frac{df}{d\rho} + \left(\frac{d^2 F}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2} + k^2 F \right) f = 0; \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0, \quad \text{როცა } \alpha = \pm \alpha_0. \quad (3.18)$$

კანტოროვიჩის მეთოდის შესაბამისად საბაზისო $F(\rho, \alpha)$ ფუნქცია, რომელიც გარდა იმისა, რომ უნდა აკმაყოფილებდეს (3.18) სასაზღვრო პირობას, უნდა იყოს ღერძულად სიმეტრიული და უსასრულობაში უზრუნველყოფდეს

პოლუსისკენ მიმართული განსაზღვრული (მოცემული) ამპლიტუდის მქონე ტალღების არსებობას.

ასეთი ფუნქციის შერჩევისას წარმოიქმნება დაახლოებით იგივე ხასიათის სირთულები, როგორც ვერტიკალური სოლის გარშემო ტალღების დიფრაქციული ამოცანის გადაწყვეტისას (ზოგადად, სტოკერი). ეს სირთულები შეიძლება წარმატებით იქნას დაძლეული „თუ გადავლახავთ წყვეტილი ფუნქციებისგან თავის არიდების სურვილს“ (სტოკერი) და დავუშვებთ ბაზისური ფუნქციის ან მისი წარმოებულის წყვეტადობის შესაძლებლობას.

ჩვენ შემთხვევაში, მრავალ საბაზისოდ აპრობირებულ ფუნქციათა შორის, ამ მხრივ ყველაზე შესაფერისი აღმოჩნდა ფუნქცია

$$F(\rho, \alpha) = \begin{cases} \cosh k_2 \rho (\alpha + \alpha_0), & \text{როცა } -\alpha \leq \alpha_0 \leq 0; \\ \cosh k_2 \rho (\alpha - \alpha_0), & \text{როცა } 0 \leq \alpha \leq \alpha_0, \end{cases} \quad (3.19)$$

რომელიც უწყვეტია, მაგრამ არაანალიზური, რადგან მისი წარმოებული α კუთხით, ანუ სიჩქარის განივი მდგენელი განიცდის წყვეტას აკვატორიის სიმეტრიის ღერძზე, სადაც $\alpha = 0$ და სადაც ეს სიჩქარე ღებულობს ნულის ტოლ მნიშვნელობას. სხვა ელემენტარული ფუნქციებისგან განსხვავებით, რომელებიც ასევე აკმაყოფილებს სიმეტრიულობისა და გვერდითი ვერტიკალური კედლების წყალგაუმტარობის პირობებს, (3.19) ფუნქცია პასუხობს მის მიმართ წაყენებულ ყველა მოთხოვნას და, ამასთან, უზრუნველყოფს უსასრულობაში ნულისგან განსხვავებული ამპლიტუდის მქონე პროგრესული ტალღების არსებობას.

ზემოთქმულის გათვალისწინებით გავასაშუალოთ (3.17) განტოლება კანტოროვიჩ-გალიორკინის მეთოდით სიმეტრიის ღერძიდან ზედა სექტორში. ამისთვის, გავამრავლოთ (3.17) განტოლება ბაზისურ $F_+ = \cosh k_2 \rho (\alpha - \alpha_0)$ ფუნქციაზე და გავაინტეგრროთ იგი $\alpha = 0$ -დან $\alpha = +\alpha_0$ საზღვრებში, რის შედეგად მივიღებთ მეორე რიგის ერთგანზომილებიან ცვლადკოეფიციენტთან დიფერენციალურ განტოლებას $f(\rho)$ ფუნქციის მიმართ, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \left[\frac{1}{\rho} + \frac{2}{1 + \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0}} \left(k_2 \alpha_0 \coth 2k_2 \rho \alpha_0 - \frac{1}{2\rho} \right) \right] \cdot \frac{df}{d\rho} + [k^2 + k_2^2 + \\
& + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0}} \left(k_2 \alpha_0 \coth 2k_2 \rho \alpha_0 - \frac{1}{2\rho} \right) + \frac{1}{1 + \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0}} \cdot \left(k_2^2 \alpha_0^2 + \frac{1}{2\rho^2} - \right. \\
& \left. - \frac{k_2 \alpha_0}{\rho} \coth 2k_2 \rho \alpha_0 + \frac{k_2^2 \alpha_0^2}{3} \cdot \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0} \right)] \cdot f = 0
\end{aligned} \tag{3.20}$$

აქვე აღვნიშნავთ, რომ ზუსტად იგივე - (3.20) განტოლება მიიღება (3.17)-ის გასაშუალოებით სიმეტრიის ღერძის ქვედა სექტორშიც შესაბამისი $F_- = \cosh k_2 \rho (\alpha + \alpha_0)$ საბაზისო ფუნქციის გამოყენებით. ამრიგად, (3.20) განტოლება სრულდება უსასრულო განფენილობის სოლისებრი აკვატორიის მთელი ზედაპირზე.

3.2.2. ამოხსნების ასიმპტოტურობა აკვატორიის „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებზე

გრძელტალღოვანი და ენერგეტიკული თეორიის შედეგებისგან განსხვავებით (3.20) განტოლების ამოხსნა საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ტალღური მოძრაობის პარამეტრები თანაბარცვლადი სიგანის აკვატორიის მთელ სიგრძეზე - უსასრულობიდან აკვატორიის პოლუსამდე. იმ შემთხვევაში, როცა α_0 მცირე სიდიდეა, (3.20) განტოლება ექვემდებარება ზუსტ ამოხსნას, მაგრამ აქ შემოყვანილ ცნებებზე მკაფიო წარმოდგენის შესაქმნელად უმჯობესია ჯერ (3.20)-ში მივმართოთ ასიმპტოტურ გარდაქმნებს და გავარკვიოთ ტალღური მოძრაობის ზღვრული სახე პოლუსიდან დიდი და მცირე მანძილებით დაშორებულ უბნებზე. თავდაპირველად განვსაზღვროთ, თუ რა იგულისხმება ცნებების „დიდი“ და „მცირე“ მანძილების ქვეშ. ვთქვათ, უსასრულობიდან ($\rho \rightarrow \infty$) აკვატორიის პოლუსისკენ მიემართება ტალღები, რომელთა სიგრძე $= \lambda = 2\pi/k$ გაცილებით მცირეა აკვატორიის B სიგანესთან შედარებით. მუდმივი სიღრმისა და ტალღური მოძრაობის მუდმივი სიხშირის გამო, (3.9) დისპერსიული

გამოსახულების საფუძველზე ტალღის ეს სიგრძე უცვლელი რჩება აკვატორიის მთელ ზედაპირზე. მიისწრაფის არ პოლუსისკენ, აკვატორიის შევიწროების გამო, გარკვეული კვეთიდან დაწყებული ტალღის სიგრძე სულ უფრო და უფრო მეტი ხდება აკვატორიის სიგანესთან შედარებით, ასე რომ, თავდაპირველად მოკლე ტალღა, რომელიც აკმაყოფილებდა უტოლობას $\frac{\lambda}{B} \ll 1$ თანდათან გადაიქცევა აკვატორიის სიგანესთან შედარებით გრძელ ტალღად და დააკმაყოფილებს პირობას $\frac{\lambda}{B} \gg 1$. ცვალებადი კვეთის აკვატორიის იმ უბნებს, სადაც სრულდება ეს უტოლობები შესაბამისად ვუწოდებთ „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებს ან აკვატორიებს

გაშლის მცირე კუთხის მქონე აკვატორიის სიგანე, პოლუსიდან ნებისმიერი ρ მანძილით დაშორებულ კვეთში, განისაზღვრება ფორმულით:

$$B \approx 2\rho\alpha_0 . \quad (3.21)$$

(3.21) ტოლობის საფუძველზე აკვატორიის „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებს შეესაბამება ცნებები აკვატორიის პოლუსიდან „დიდი“ და „მცირე“ მანძილების (დაშორების) შესახებ.

აკვატორიის პოლუსიდან დიდ მანძილზე ან აკვატორიის განიერ უბნებზე (3.20) განტოლებაში შემავალი ჰიპერბოლური ფუნქციები, (3.13) ტოლობების გათვალისწინებით, ღებულობს შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\frac{2k_2\rho\alpha_0}{\sinh 2k_2\rho\alpha_0} \approx \frac{kB\alpha_0}{\sinh kB\alpha_0} \approx 0; \quad \coth 2k_2\rho\alpha_0 \approx \coth kB\alpha_0 \approx 1, \quad (3.22)$$

რომელთა გათვალისწინებით (3.20) განტოლება დაიყვანება მუდმივ კოეფიციენტებიან დიფერენციალურ განტოლებაზე:

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + 2k\alpha_0^2 \frac{df}{d\rho} + k^2 f = 0 . \quad (3.23)$$

პოლუსისკენ მიმართულ ტალღებს პასუხობს (3.23) განტოლების ამოხსნის ის ნაწილი, რომელსაც აქვს სახე

$$f = C \cdot e^{-k\rho\alpha_0^2} e^{ik\rho}, \quad (3.24)$$

სადაც C მანორმირებული მუდმივაა.

(3.24) ამოხსნის საფუძველზე, (3.1), (3.16) და (3.19) გამოსახულებების მხედველობაში მიღებით, ტალღური მოძრაობის პოტენციალი აკვატორიის პოლუსიდან დიდ მანძილებზე აღიწერება ფორმულით:

$$\varphi = C \cdot e^{-k\rho\alpha_0^2} \cosh k\rho\alpha_0 (\alpha \pm \alpha_0) \frac{\cosh k(z + H_0)}{\cosh kH_0} e^{i(\sigma + k\rho)}, \quad (3.25)$$

სადაც ნიშნები „-“ , „+“ პასუხობს შესაბამისად სიმეტრიის ღერძის ზევით და ქვევით მდებარე სექტორებს.

თუ გავითვალისწინებთ კავშირს ტალღური ზედაპირის ვერტიკალურ კოორდინატსა და სიჩქარეთა ველის პოტენციალს შორის, რომელსაც აქვს სახე:

$$\eta = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \text{როცა } z = 0 \quad (3.26)$$

და შემოვიტანთ აღნიშვნას $C = h_0 g / \sigma$, (3.25) გამოსახულების რეალური ნაწილის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\eta = h_0 e^{-k\rho\alpha_0^2} \cosh k\rho\alpha_0 (\alpha \pm \alpha_0) \sin(\sigma + k\rho). \quad (3.27)$$

(3.27)-ში h_0 ტალღის სიმაღლეა, მოცემული უსასრულობაში აკვატორიის სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ. მართლაც, თუ ამოვიწერთ (3.27)-დან ტალღური მოძრაობის ორგანზომილებიან ამპლიტუდას

$$A = h_0 e^{-k\rho\alpha_0^2} \cosh k\rho\alpha_0 (\alpha \pm \alpha_0) \quad (3.28)$$

და გადავალთ ზღვარზე, როცა $\rho \rightarrow \infty$ და $\alpha \rightarrow 0$ მივიღებთ

$$\lim_{\substack{\rho \rightarrow \infty \\ \alpha \rightarrow 0}} A = \lim_{\substack{\rho \rightarrow \infty \\ \alpha \rightarrow 0}} h_0 \frac{1 + e^{-k\rho\alpha_0^2}}{2} = \frac{h_0}{2} = a_0, \quad (3.29)$$

რაც მიგვითითებს უსასრულობაში, სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ აკვატორიის პოლუსისკენ მიმართული, ნულისგან განსხვავებული a_0 ამპლიტუდის სინუსოიდალური ტალღების არსებობაზე. აკვატორიის ვერტიკალური გვერდითი კედლების გასწვრივ, სადაც $\alpha = \pm \alpha_0$ ტალღის ამპლიტუდა უსასრულობაში მიისწრაფის ნულისკენ. ადვილი შესამჩნევია, რომ პოლუსიდან შორ მანძილზე განივი მიმართულებით, ტალღა ღებულობს ბინომიალური

განაწილების ფორმას, რაც უსასრულობაში, სიმეტრიის ღერძზე, ბრტყელი იმპულსის სახით წარმოგვიდგება, რომელსაც გააჩნია სასრული სიგრძე X ღერძის მიმართულებით.

მეორე ზღვრულ შემთხვევაში, როცა ვიხილავთ აკვატორიის პოლუსიდან მცირედ დაშორებულ მანძილებს, ანუ აკვატორიის ვიწრო უბნებს, სადაც სრულდება ასიმპტოტური ტოლობები:

$$\begin{aligned} \sinh 2k_2 \rho \alpha_0 &\approx 2k_2 \rho \alpha_0 = k B \alpha_0; \\ \cosh k_2 \rho \alpha_0 &\approx 1; \\ \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0} &\approx 1; \\ \coth 2k_2 \rho \alpha_0 &\approx \frac{1}{2k_2 \rho \alpha_0} \approx \frac{1}{k B \alpha_0} \end{aligned} \quad (3.30)$$

α_0 კუთხის სიმცირის გამო (3.30) განტოლება დაიყვანება ბესელის განტოლებაზე

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{d\rho} + k^2 f = 0, \quad (3.31)$$

რომლის ამონახსნი, პოლუსისკენ მიმართული ტალღებისათვის გამოისახება ჰანკელის პირველი გვარის და ნულოვანი რიგის ფუნქციის მეშვეობით:

$$f = CH_0^{(1)}(k\rho). \quad (3.32)$$

ჰანკელის ფუნქციას გააჩნია განსაკუთრებულობა $\rho = 0$ წერტილში, რაც მიგვითითებს აკვატორიის პოლუსში ტალღის ამპლიტუდის უსასრულო ზრდაზე (ტალღების მსხვერვაზე). ამის გამო დასაშვებია უგულველვყოთ ტალღების არეკვლა აკვატორიის პოლუსში. ამასთან, თუ გავითვალისწინებთ ჰანკელის ფუნქციის ასიმპტოტურ სახეს (ნიკიფოროვი [2]) -

$$H_0^{(1)} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{k\rho}} \cdot e^{i(k\rho - \pi/4)} \quad (3.33)$$

და შემოვიფარგლებით (3.33)-ის ნამდვილი ნაწილით, C მუდმივის შესაბამისი ნორმირებისა და (3.7), (3.16), (3.19) და (3.23) დამოკიდებულებების გათვალისწინებით მივიღებთ აკვატორიის ვიწრო უბანზე ტალღური მოძრაობის პოტენციალის გამოსახულებას:

$$\varphi = a \frac{g}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{k\rho}} \cdot \frac{\cosh(z + H_0)}{\cosh kH_0} \cdot \cos(\sigma t + k\rho - \pi/4), \quad (3.34)$$

სადაც a მანორმირებული ამპლიტუდაა, რომელიც შეიძლება მოცემულად ჩაითვალოს მხოლოდ აკვატორიის ვიწრო უბნის მისადგომებთან.

(3.26) სასაზღვრო პირობის თანახმად, პოტენციალის (3.26) მნიშვნელობას შეესაბამება თავისუფალი ზედაპირის კოორდინატი, განსაზღვრული ფორმულით

$$\eta = a \cdot \frac{1}{\sqrt{k\rho}} \cdot \sin(\sigma t + k\rho - \pi/4). \quad (3.35)$$

როგორც ეს გამომდინარეობს (3.35) ფორმულიდან, პოლუსიდან შედარებით ახლო მანძილებზე ხდება ტალღის ამპლიტუდის ზრდა $(k\rho)^{-1/2}$ სიდიდის პროპორციულად. ანუ გრინის კანონის შესაბამისად.

ამგვარად, ასიმპტოტური ამოხსნების საფუძველზე პირველად გვეძლევა საშუალება, შევაფასოთ ტალღის სიგრძე აკვატორიის სიგანესთან შედარებით. კერძოდ, როცა $\lambda \leq \beta B$, ე.ი. როცა ფაქტობრივად სრულდება (3.22) მიახლოებითი ტოლობები, ტალღას შეიძლება ვუწოდოთ „მოკლე“, ხოლო აკვატორიას „განიერი“, მიუხედავად იმისა, ეს ტალღა არის თუ არა ტრადიციული გაგებით, მოკლე ან გრძელი აკვატორიაში წყლის სიღრმესთან შედარებით.

მეორე მხრივ, იმ არეში, სადაც $\lambda \geq 20\beta B$, ე.ი. სადაც ფაქტობრივად სრულდება (3.30) ტოლობები, ტალღას შეიძლება ვუწოდოთ „გრძელი“, ხოლო აკვატორიას – „ვიწრო“, თუნდაც ეს ტალღა მოკლე იყოს წყლის სიღრმესთან შედარებით.

აკვატორიის განიერ უბნებზე ტალღის სიმაღლე თითქმის არ განიცდის ცვლილებას, ხოლო ვიწრო უბანზე იგი იმატებს გრინის კანონის შესაბამისად და მიისწრაფის უსასრულობისკენ უშუალოდ პოლუსის მახლობლად (იმსხვრევა).

როცა $\alpha_0 = 0$, ასიმპტოტური (3.26) და (3.27) ამოხსნები გადადიან ორგანოზომილებიანი ტალღების ზემოთმოყვანილ კლასიკურ ამოხსნებში. ასეთი გადასვლის გამო, პრიზმატული (მუდმივი სიგანის) არხები შეგვიძლია მივიჩნიოთ განიერ აკვატორიებად.

3.3. ტალღები უსასრულო განფენილობის სოლისებურ აკვატორიებში

ზემოთ მოყვანილი ასიმპტოტური ფორმულები აღწერს ტალღური მოძრაობის სურათს აკვატორიის „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებზე, მაგრამ მათი საშუალებით არ შეიძლება განისაზღვროს ტალღის ამპლიტუდა აკვატორიის მთელ სიგრძეზე – უსასრულობიდან პოლუსამდე, რადგან ღია რჩება საკითხი ტალღების ქცევის შესახებ „განიერ“ და „ვიწრო“ უბნებს შორის არსებულ არეში. ამ საკითხის გადასაწყვეტად მივმართოთ სრული სახით ჩაწერილ (3.20) განტოლების ამოხსნას გაშლის მცირე α_0 კუთხეების შემთხვევაში.

პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ როცა $\alpha_0^2 \ll 1$, ρ -ის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის (3.20) განტოლების მესამე წევრის კოეფიციენტი მეტად მცირედ განსხვავდება მუდმივი k^2 -სგან, რის გამოც (3.20) შეიძლება შეცვლილ იქნას განტოლებით:

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \left[\frac{1}{\rho} + \frac{2}{1 + \frac{2k_2 \rho \alpha_0}{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0}} \left(k_2 \alpha_0 \coth 2k_2 \rho \alpha_0 - \frac{1}{2\rho} \right) \right] \frac{df}{d\rho} + k^2 f = 0. \quad (3.36)$$

თუ (3.36) განტოლებაში განვახორციელებთ ჩასმას

$$f = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\frac{\sinh 2k_2 \rho \alpha_0}{4k_2 \rho \alpha_0} + \frac{\alpha_0}{2} \right)^{-1/2} \cdot u, \quad (3.37)$$

მაშინ იგი დაიყვანება u ფუნქციის მიმართ მეორე რიგის ორწევრად განტოლებაზე:

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \left(k^2 + \frac{1}{4\rho^2} \right) u = 0, \quad (3.38)$$

რომელიც ზუსტად იხსნება ცილინდრულ ფუნქციათა კლასში. კერძოდ, (3.38)-ის ჩვენთვის საინტერესო ამოხსნა, რომელიც შეესაბამება აკვატორიის პოლუსისკენ მიმართულ ტალღებს, გამოისახება ჰანკელის პირველი გვარის ნულოვანი რიგის ფუნქციის მეშვეობით და აქვს სახე:

$$u = C\sqrt{\rho} \cdot H_0^{(1)}(k\rho). \quad (3.39)$$

ჰანკელის ფუნქცია არის ბესელისა და ნეიმანის ფუნქციათა კომპლექსური ჯამი:

$$H_0^{(1)}(k\rho) = I_0(k\rho) + iN_0(k\rho), \quad (3.40)$$

რომელთაგან ნეიმანის $N_0(k\rho)$ ფუნქციას გააჩნია განსაკუთრებულობა $\rho = 0$ წერტილში. ბესელისა და ნეიმანის ფუნქციები დეტალურად განიხილება სპეციალური ფუნქციებისადმი მიძღვნილ ლიტერატურაში (ვატსონი, ნიკიფოროვი [1], იანკე და სხვ). ჩვენს შემთხვევაში ისინი ასახავს წყლის ტალღურ მოძრაობას ρ რადიუს-ვექტორის გასწვრივ. კერძოდ, (3.39)-ის გათვალისწინებით ჩვენი ამოცანის ამოხსნა ψ ფუნქციის მიმართ (იხ. (3.16)) ღებულობს სახეს:

$$\psi = C \cdot \frac{2\sqrt{k_2} \cosh k_2 \rho (\alpha \mp \alpha_0) \sqrt{\rho}}{(\sinh 2k_2 + 2k_2 \rho \alpha_0)^{1/2}} \cdot H_0^{(1)}(k\rho), \quad (3.41)$$

ან, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $k_2 = k\alpha$ და $B = 2\rho\alpha_0$

$$\psi = C \cdot \frac{2\sqrt{kb} \cosh(0.5kB(\alpha \mp \alpha_0))}{(\sinh kb\alpha_0 + 2kB\alpha_0)^{1/2}} \cdot H_0^{(1)}(k\rho). \quad (3.42)$$

(3.42) გამოსახულებაში ჰიპერბოლური ფუნქციების შეუცვლელად ჰანკელის სპეციალური ფუნქცია შეიძლება შეცვლილ იქნას მისი ასიმპტოტური გამოსახულებით. ეს სავსებით დასაშვებია, რადგან α_0 -ის სიმცირის გამო უტოლობა $\rho \gg B$ სრულდება აკვატორიის ნებისმიერ კვეთში (გარდა $\rho = 0$ წერტილისა) და ჰანკელის ფუნქცია, რომლის არგუმენტია $k\rho$, გაცილებით სწრაფად ღებულობს ასიმპტოტურ მნიშვნელობებს, ვიდრე მამრავლი მის წინ. ასე რომ, თუ (3.33)-ს ჩავსვამთ (3.42)-ში და მოვახდენთ მუდმივის ნორმირებას უსასრულობაში ტალღების „გამოსხივების“ პირობიდან გამომდინარე, (3.27) აღნიშვნის საფუძველზე მივიღებთ სიჩქარის პოტენციალის საანგარიშო გამოსახულებას სოლისებრი აკვატორიის ნებისმიერ წერტილში (გარდა პოლუსთან უშუალოდ მიმდებარე წერტილებისა), რომელსაც აქვს სახე:

$$\varphi = a_0 \cdot \frac{g}{\sigma} \cdot A(kB\alpha_0) \cdot \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \cdot \cos(\sigma t + k\rho). \quad (3.43)$$

აქ $A(kB\alpha_0)$ აღნიშნავს ორგანოზომილებიანი, ანუ განივად ცვლადი ამპლიტუდის მქონე ტალღის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტს, რომელიც იანგარიშება დამოკიდებულებით (ნახ.3.2.)

$$A(kB\alpha_0) = \frac{\sqrt{2} \cosh(0.5kB(\alpha \mp \alpha_0))}{(\sinh kB\alpha_0 + kB\alpha_0)^{1/2}} ; \quad (3.44)$$

a_0 ტალღის ამპლიტუდაა მოცემული უსასრულობაში, სიმეტრიის ღერძზე (პრაქტიკულად კვეთში, სადაც $B > \lambda / a_0$). ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ ტალღური ზედაპირის კოორდინატის გამოსახულებაში, რომელსაც აქვს სახე:

$$\eta = a_0 \cdot \left(\frac{\coth 0,5kB\alpha_0}{1 + kB\alpha_0 / \sinh kB\alpha_0} \right)^{1/2} \cdot \sin(\sigma + k\rho) . \quad (3.45)$$

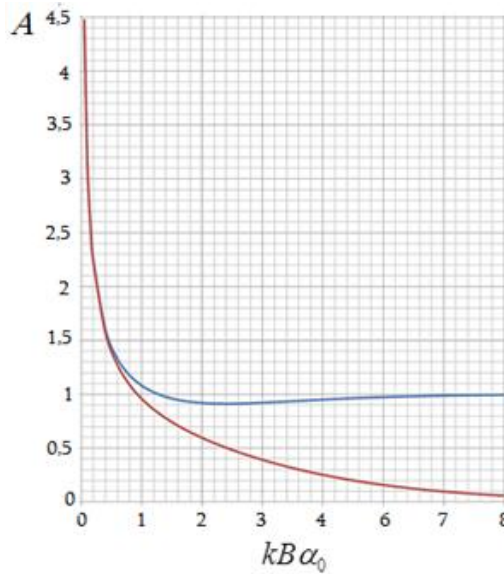
((3.45) მიიღება (3.26) პირობაში (3.43)-ის ჩასმით და α კუთხის ნულთან გატოლებით) გადავალთ ზღვარზე, როცა $kB \rightarrow \infty$. მაშინ, (3.45) ტოლობა გვაძლევს $\eta = a_0 \cdot \sin(\sigma + k\rho)$.

მეორე მხრივ, აკვატორიის შევიწროებასთან ერთად ($B \rightarrow 0$), როგორც სიმეტრიის ღერძის ($\alpha = 0$), ასევე გვერდითი კედლების ($\alpha = \pm\alpha_0$) გასწვრივ სრულდება ასიმპტოტური ტოლობები $\cosh[0,5kB(\alpha \mp \alpha_0)] \approx 1$; $\sinh kB\alpha_0 \approx kB\alpha_0$; $\coth[0,5kB(\alpha \mp \alpha_0)] \approx 2 / kB\alpha_0$ და (3.45) გამოსახულება დაიყვანება სახეზე:

$$\eta = \frac{a_0}{\sqrt{kB\alpha_0}} \cdot \sin(\sigma + k\rho) . \quad (3.46)$$

(3.46)-ის თანახმად, აკვატორიის „ვიწრო“ უბანზე ხდება ტალღების ზრდა $B^{-1/2}$ -ის პროპორციულად ანუ გრინის კანონის შესაბამისად.

ქვემოთ, ნახ.3.2-ზე მოყვანილია $A(kB\alpha_0)$ ტრანსფორმაციის კოეფიციენტების ამსახველი მრუდები, გათვლილი (3.44) ფორმულის საფუძველზე, როგორც აკვატორიის სიმეტრიის ღერძის ($\alpha = 0$), ასევე გვერდითი კედლების ($\alpha = \pm\alpha_0$) გასწვრივ.



ნახ.3.2. შევიწროებად აკვატორიაში ტალღის ამპლიტუდის (სიმაღლის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტები : — აკვატორიის სიმეტრიის ღერძზე; — გვერდითი ვერტიკალური კედლების გასწვრივ.

ნახ.3.2.-ის თანახმად, შევიწროებად აკვატორიის ვერტიკალური კედლების გასწვრივ, აკვატორიის სიგანის ზრდასთან ერთად ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი მიისწრაფის განულებისკენ, იმ დროს, როდესაც აკვატორიის სიმეტრიის ღერძზე იგი უსასრულობაში 1-სკენ მიისწრაფის.

პოტენციალის (3.43) გამოსახულება საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ სითხის ნაწილაკების სიჩქარეთა ველი სოლისებრი აკვატორიის ნებისმიერ წერტილში. კერძოდ, სიჩქარის რადიალური (პოლუსისკენ მიმართული) მდგენელი $\rho \gg B$ უტოლობის გათვალისწინებით, იანგარიშება ფორმულით:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = -\frac{a_0 g k}{\sigma} \cdot A(kB\alpha_0) \frac{\cosh k(z + H_0)}{\cosh kH_0} \sin(\sigma t + k\rho); \quad (3.47)$$

ტანგენციალური (განივი) მდგენელი –

$$v = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = \frac{a_0 g k}{\sigma} \cdot \frac{B}{2} \cdot \tanh \left[\frac{kB}{2} (\alpha \mp \alpha_0) \right] \cdot A(kB\alpha_0) \frac{\cosh k(z + H_0)}{\cosh kH_0} \cos(\sigma t + k\rho); \quad (3.48)$$

ვერტიკალური მდგენელი -

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{a_0 g k}{\sigma} \cdot A(kB\alpha_0) \frac{\sinh k(z + H_0)}{\sinh kH_0} \frac{B}{2} \cdot \cos(\sigma t + k\rho). \quad (3.49)$$

შევნიშნოთ, რომ (3.48) ფორმულის თანახმად, აკვატორიის შევიწროებასთან ერთად სითხის ნაწილაკების სიჩქარის განივი მდგენელი მიისწრაფის ნულისკენ.

მიღებული შედეგების ანალიზი საშუალებას გვაძლევს გამოვიტანოთ შემდეგი მნიშვნელოვანი დასკვნები:

1. მუდმივი სიღრმის აკვატორიებში ტალღის სიგრძე არ იცვლება აკვატორიის სიგანის ცვლილებასთან ერთად;

2. თანაბარცვლადი სიგანის აკვატორიებში ტალღის ამპლიტუდის (სიმაღლის) ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი დამოკიდებულია უგანზომილებო $kB\alpha_0$ კომპლექსზე. ეს ნიშნავს, რომ ცვალებადი სიგანის აკვატორიის ნებისმიერ კვეთში ტალღის ამპლიტუდა დამოკიდებულია არა მხოლოდ აკვატორიის სიგანეზე (როგორც ეს გამომდინარეობს ენერგეტიკული ბალანსის ან მცირე წყლის განტოლებებიდან), არამედ ტალღის სიგრძეზე (ან პერიოდზე) და აკვატორიის გაშლის (ან გვერდითი კედლების შევიწროების) კუთხეზე. გამოდის, რომ სხვადასხვა პერიოდის (ან სიგრძის) ტალღის სიმაღლეები ერთსა და იმავე აკვატორიაში სხვადასხვანაირად ტრანსფორმირდება;

3. აკვატორიის სიგანის შემცირებასთან ერთდ ტალღის ამპლიტუდა, მოცემული უსასრულობაში, აკვატორიის სიმეტრიის ღერძზე, ჯერ რამდენადმე მცირდება, ხოლო შემდეგ, აღწევს რა მინიმალურ მნიშვნელობას (თავდაპირველი სიმაღლის 91%-ს, ფარდობით $kB\alpha_0 = 2,5$ სიგანეზე), იწყებს მატებას;

4. $kB\alpha_0 < 0,6$ მნიშვნელობებზე ტალღა კარგავს სამგანზომილებიან სტრუქტურას და გადადის ორგანზომილებიანში, ხოლო მისი ამპლიტუდა, მოცემული სიმეტრიის ღერძზე უსასრულობაში, ორმაგდება, როცა $kB\alpha_0 = 0,3$ და სამმაგდება, როცა $kB\alpha_0 = 0,1$.

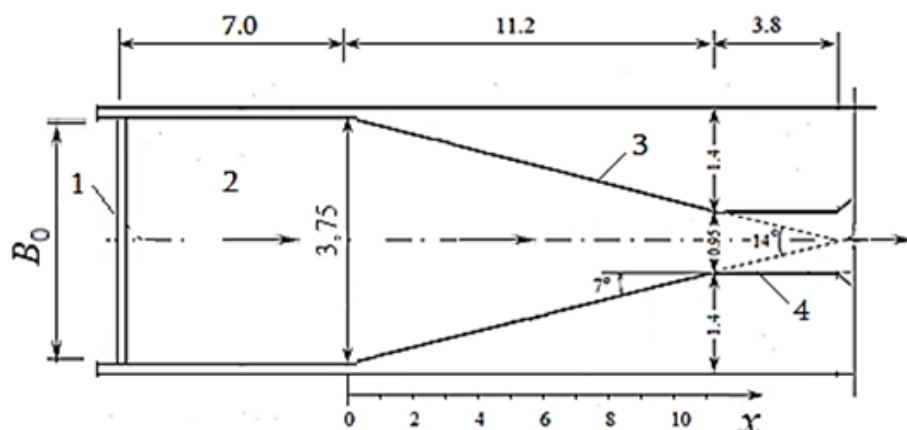
3.4. თეორიული შედეგების შედარება არსებულ ლაბორატორიულ კვლევებთან

ექსპერიმენტულად ტალღების გავრცელება ცვალებადი სიგანის აკვატორიებში ნაკლებადაა არის შესწავლილი. ქვემოთ მოგვყავს ჩვენ მიერ მიღებული თეორიული შედეგების შედარება მოსკოვის ს.კ. ინსტიტუტ „ცნიის“-ში, მასსისა და კანტარჟის მიერ ჩატარებულ ლაბორატორიული კვლევების შედეგებთან (კერესელიძე, მასსი, კანტარჟი). რაც შეეხება პულინისა და ჯუბერტის

ექსპერიმენტულ მასალებს მათთან ჩვენი შედეგების შედარება რაოდენობრივი თვალსაზრისით შეუძლებელი შეიქმნა, რადგან ეს ავტორები ექსპერიმენტში იყენებდნენ ტალღის სიგრძესთან ($\lambda = 1\text{მ}$) შედარებით მნიშვნელოვნად მოკლე, მხოლოდ $L = 0,4\text{მ}$ სიგრძის კონფუზორულ არხს. თვისობრივი თვალსაზრისით კი, როგორც ეს მიმოხოლვით ნაწილში აღვნიშნეთ, პულინის და ჯუბერტის თეორიული და ექსპერიმენტული შედეგები შესაბამისობაშია ჩვენ მიერ მიღებულ შედეგებთან.

„ცნიის“-ში გამოყენებული ექსპერიმენტული დანადგარის სქემატური გეგმა მოყვანილია ნახ. 3.3-ზე. ექსპერიმენტები ტარდებოდა ტალღების პარამეტრებზე წყლის შემხვედრი ნაკადის ცვალებადი სიჩქარის ზემოქმედების შესწავლის მიზნით, რომლის დროსაც ფიქსირდებოდა აგრეთვე ტალღის სიმაღლის ცვლილება შევიწროებად ლაბორატორიულ არხში, იმ შემთხვევაშიც, როცა არხში არ ხდებოდა შემხვედრი ნაკადის მიწოდება.

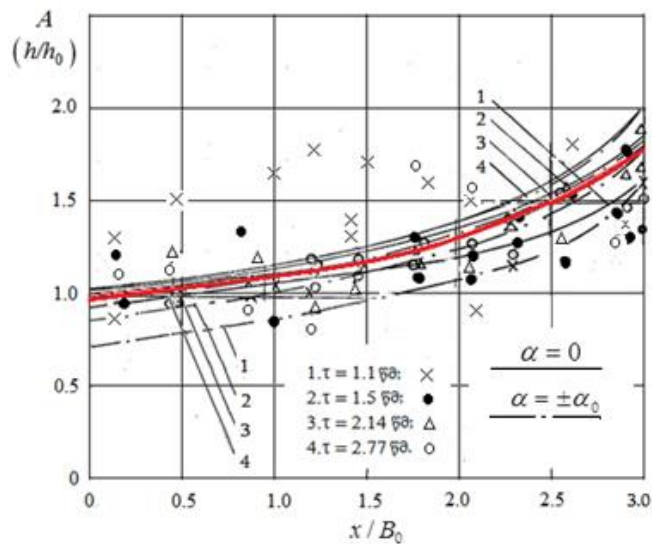
ექსპერიმენტებში არხის არაპრიზმატული უბნის სიგრძე იყო $L = 11,25\text{ მ}$, წყლის სიღრმე - $H_0 = 0,36\text{ მ}$. გვერდითი კედლების შევიწროების კუთხე 7° ; ტალღათწარმოქმნელი გენერატორი უზრუნველყოფდა $\tau = 1,1; 1,5; 2,14\text{ და } 2,7\text{ წმ}$ პერიოდის ტალღების მიღებას, რომელთა შესაბამისი ტალღური რიცხვები k და ტალღის სიგრძეები λ , გათვლილი (3.9) დამოკიდებულების საფუძველზე უდრიდა $k_1 = 3,75\text{ მ}^{-1}$, $\lambda_1 = 1,66\text{ მ}$; $k_2 = 2,55\text{ მ}^{-1}$, $\lambda_2 = 2,46\text{ მ}$; $k_3 = 1,65\text{ მ}^{-1}$, $\lambda_3 = 3,8\text{ მ}$; და $k_4 = 1,31\text{ მ}^{-1}$, $\lambda_4 = 4,8\text{ მ}$.



ნახ.3.3. „ცნიის“-ის ლაბორატორიული დანადგარის გეგმა.

1 - ტალღების გენერატორი; 2 - ღარის პრიზმატული ნაწილი;
3 - კონფუზორული ნაწილი; 4 - ვიწრო გამყვანი არხი. ზომები მოცემულია მეტრებში; ისრებით ნაჩვენებია ტალღების მიმართულება.

ამ ლაბორატორიული კვლევის შედეგები ზემოხსენებულ პუბლიკაციაში გრაფიკულადაა წარმოდგენილი ერთად-ერთი თეორიული მრუდისა და ტრანსფორმაციის კოეფიციენტების შესაბამისი წერტილების სახით, რომელთა ასლი აქვე, ნახ.3.4-ზეა მოყვანილი. ეს ერთად-ერთი მრუდი, აგებული ავტორების მიერ (3.2) განტოლების საფუძველზე ჩვენ მიერ, ნახ.3.4-ზე, წითელ ფერშია წარმოდგენილი. მრუდი აგებულია კოორდინატთა სისტემაში, რომლის აბსცისაა შევიწროებადი არხის ფარდობითი სიგრძე x/B_0 , (სადაც $B_0 = 3,75 \text{ მ}$ - არხის სიგანეა საწყის კვეთში), ხოლო ორდინატა - $A = h/h_0$ ფარდობა, (სადაც h და h_0 ტალღის სიმაღლეებია კონფუზორული არხის ცვალებად და საწყის უბანზე).



ნახ. 3.4. „ცნიის“-ის ექსპერიმენტული წერტილები და თეორიული მრუდები, აგებული (3.2) (წითელ ფერში) და (3.49) დამოკიდებულების საფუძველზე.

ნახ.3.4-ზე დაფიქსირებული ექსპერიმენტული წერტილების მნიშვნელოვან გაბნევას გრინის ფორმულით აგებულ თეორიული (წითელი) მრუდისგან ავტორები ხსნიან ლაბორატორიულ არხში განივი ტალღების წარმოქმნით, რაც ჩვენი აზრით სრულიად უსაფუძვლოა. მითუმეტეს მაშინ, როცა ვიხილავთ არაპრიზმატული არხის ყველაზე უფრო შევიწროებულ უბანს, სადაც ეს გაბნევა, ნახ.3.4-ის თანახმად, კი არ კლებულობს, არამედ პირიქით, რამდენადმე იზრდება კიდევ საწყის, განიერ უბანზე დაფიქსირებულ გაბნევასთან შედარებით.

შემთხვევითი და რეზონანსული გადახრების გარდა (რასაც მართლაც შეიძლება ჰქონოდა ადგილი ექსპერიმენტების ჩატარებისას), ერთადერთი

თეორიული მრუდისგან ექსპერიმენტული წერტილების ამ გაბნევას მხოლოდ ჩვენს მიერ მიღებული თეორიული შედეგების საფუძველზე შეიძლება მოეძებნოს ახსნა, პირველ რიგში იმით, რომ ჩვენი თეორიის თანახმად შევიწროებად აკვატორიებში სხვადასხვა პერიოდის (სიგრძის) ტალღები სხვადასხვანაირად განიცდის ტრანსფორმაციას, და აგრეთვე იმით, რომ ჩვენი ამოხსნების თანახმად, ტალღის ორგანზომილებიანი ამპლიტუდა აკვატორიის კედლების გასწვრივ რამდენადმე ნაკლებია არხის ღერძზე დაფიქსირებულ ამპლიტუდასთან (სიმაღლესთან) შედარებით

ამავე ნახ.3.4-ზე, შავი მთლიანი და წყვეტილი მრუდებით, დატანილია ტალღის სიმაღლის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტები, აგებული ჩვენი (3.49) დამოკიდებულებით. მრუდების აგებისას საწყისად მიჩნეულია ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის ის მნიშვნელობა, რომელიც 3.2-ზე მოყვანილი გრაფიკის თანახმად შეესაბამება $\alpha_0 = 7^\circ$ -ით შევიწროებად აკვატორიას, როცა აკვატორიის საწყისი სიგანე $B_0 = 3,75$ მ-ს. ამავე ნახაზზე გადმოტანილია „ცინიის“ -ის ზემოაღნიშნული ექსპერიმენტული წერტილებიც.

3.5. შევიწროებად აკვატორიებში ტალღების გაანგარიშების რეკომენდაციები და რიცხვითი მაგალითი

შევიწროებად აკვატორიებში ტალღების პარამეტრების საანგარიშოდ საჭიროა გაგვაჩნდეს აკვატორიის კონფიგურაციის სქემატური გეგმა, რომელიც შეძლებისდაგვარად უნდა დაიყოს სოლისებრი ან გეგმაში ტრაპეციული მოხაზულობის მქონე უბნებად. თითოეულ ამ უბანზე მითითებული უნდა იყოს აკვატორიის საშუალო სიღრმე (H_0) და შევიწროების საშუალო კუთხე (α_0), რომელსაც ადგენს ნაპირები ტალღების გენერალურ მიმართულებასთან. ამასთან, სანაპირო ფერდობები უნდა იყოს საკმარისად ციცაბო (რათა უგულებელვყოთ ტალღების რეფრაქციით გამოწვეული ეფექტი), ხოლო კუთხე $\alpha_0 < \pi/4$. ყველაზე განიერი უბნის საწყის კვეთში, სიმეტრიის ღერძზე, მოცემული უნდა

იყოს (ან გარეშე ფაქტორებზე დაყრდნობით - წინასწარ განისაზღვროს) ტალღის სიმაღლე (ამპლიტუდა) და სიგრძე (ან პერიოდი).

ეს მონაცემები საკმარისია, რათა აიგოს ტალღების გავრცელების სურათი და გაანგარიშდეს სითხის ნაწილაკების სიჩქარეები შევიწროებადი აკვატორიის პრაქტიკულად ნებისმიერ წერტილში.

ვაჩვენოთ ეს რიცხვით მაგალითზე.

მაგალითი. ვთქვათ, ფიორდში, რომლის სიგრძე $-L = 95,4$ კმ-ს; სიგანე საწყის კვეთში $B_0 = 10$ კმ-ს; საშუალო სიღრმე $H_0 = 800$ მ-ს, ხოლო ნაპირები ვიწროვდება $\alpha_0 = 3^\circ$ (0,052 რად.)-ის ტოლი კუთხით, ღია ზღვის მხრიდან იჭრება ტალღები, რომელთა სიმაღლე $h_0 = 2$ მ-ს, სიგრძე $-\lambda = 60$ მ-ს. საჭიროა განისაზღვროს ამ ტალღების პარამეტრები და სიჩქარეთა ველი ფიორდის შევიწროებულ უბანზე, რომლის სიგანე $B = 120$ მ-ს.

60 მ სიგრძის ტალღები, უმრავლეს შემთხვევაში წარმოადგენს მოკლე ტალღებს ფიორდში წყლის სიღრმესთან შედარებით. ამიტომ, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\sigma = 2\pi/\tau$ და $k = 2\pi/\lambda$, (3.9) დისპერსიული გამოსახულების საფუძველზე მივიღებთ, რომ ტალღის პერიოდი და ფაზური სიჩქარე

$$\tau = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}} = \sqrt{\frac{6,28 \cdot 60}{9,8}} = 6,2 \text{ წმ}, \quad c = \lambda / \tau = 60 / 6,2 = 9,7 \text{ მ/წმ}.$$

ეს სიდიდეები, ტალღის სიგრძესთან ერთად, მუდმივი რჩება ფიორდში ტალღების გავრცელების მთელ მანძილზე.

ზემოთ მოყვანილი შედეგების თანახმად, ტალღებზე ფიორდის სიგანის ზეგავლენა შესამჩნევი ხდება, როცა მისი სიგანე

$$B = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{2\alpha_0} = \frac{60}{2 \cdot 0,052} = 573 \text{ მ-ს}.$$

ასეთი სიგანის კვეთამდე ტალღების თავდაპირველი სიმაღლე სიმეტრიის ღერძზე თითქმის არ განიცდის ცვლილებას. შემდეგ იწყება ტალღის სიმაღლის შესამჩნევი მატება, რომელსაც ვანგარიშობთ ფორმულით

$$h = h_0 \cdot A(kB\alpha_0), \quad (3.50)$$

სადაც $A(kB\alpha_0)$ ტალღის სიმაღლის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი, რომელიც განისაზღვრება ნახ. 3.2-ზე მოყვანილი მრუდების მეშვეობით.

ვინაიდან, ტალღური რიცხვი $k = 6,28/60 = 0,105 \text{ მ}^{-1}$, ფიორდის $B = 120 \text{ მ}$ სიგანის კვეთში უგანზომილებო არგუმენტი $kB\alpha_0 = 0,105 \cdot 120 \cdot 0,052 = 0,655$, რომელსაც ნახ. 3.2-ის თანახმად სიმეტრიის ღერძზე შეესაბამება ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი $A_1 = 1,28$, ხოლო ფიორდის ნაპირებთან $A_2 = 1,21$. მაშინ, (3.50) ფორმულის თანახმად, ტალღის სიმაღლე ფიორდის საანგარიშო კვეთის ცენტრში შეადგენს $h_1 = 2 \cdot 1,28 = 2,56 \text{ მ-ს}$, ხოლო ფიორდის ნაპირებთან $h_2 = 2 \cdot 1,21 = 2,42 \text{ მ-ს}$.

ჩვენ რომ გვეანგარიშა ფიორდში ტალღების ტრანსფორმაცია ენერგეტიკული ბალანსის (3.2) ფორმულით, როცა $B_0 = 10000 \text{ მ-ს}$, ხოლო $B = 120 \text{ მ-ს}$, მივიღებდით

$$h = 2\sqrt{\frac{10000}{120}} = 18,25 \text{ მ-ს, რაც, რა თქმა უნდა, არ არის რეალური.}$$

ახლა განვსაზღვროთ სითხის ნაწილაკთა მაქსიმალური ნაპირგასწვრივი სიჩქარე ფიორდის საანგარიშო $B = 120 \text{ მ}$ სიგანის კვეთში. ამისთვის ვისარგებლოთ (3.46) ფორმულით, როცა მასში შემავალი სიდიდეები ღებულობს შემდეგ

მნიშვნელობებს: $z = 0$; $a_0 = \frac{h_0}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ მ}$; $\alpha_0 = 0,052 \text{ რად}$; $k = 0,105 \text{ მ}^{-1}$; $\sigma = 1,01 \text{ წმ}^{-1}$;

ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი $A_2 = 1,21$. ამ პარამეტრებს შეესაბამება სიჩქარის ნაპირგასწვრივი მდგენელის მაქსიმალური სიდიდე, რომელიც (3.46) ფორმულის თანახმად, როცა ფაზა $\sigma t + k\rho = \pi/2$, ტოლია

$$u = -\frac{1 \cdot 9,8 \cdot 0,105}{1,01} \cdot 1,21 = -1,23 \text{ მ/წმ}$$

და მიმართულია ρ რადიუს-ვექტორის საწინააღმდეგოდ.

თავი 4

ნაპირგასწვრივი ტალღები და მათი ზემოქმედება სანაპირო ფერდობებზე

მდინარეთა შესართავებში, მთის ვიწრო წყალსაცავებში, საპორტო-საზღვაო, სატრანსპორტო, ენერგეტიკული თუ მელიორაციული დანიშნულების არხებში, აღძრულ ტალღებს ძირითადად აქვთ ნაპირგასწვრივი მიმართულება. ასეთი ტალღები შეიძლება გამოწვეული იყოს ზღვის მიმოქცევის, ქარის, საზღვაო-სამდინარო ტრანსპორტის მოძრაობის, წყალსაცავებში მეწყერისა და ზვავის ჩამოწოლის, ქვედა ბიეფებში ჰიდრავლიკური ნახტომის და საერთოდ, ნაკადების არამდგრადობის შედეგად (ნახ.4.1÷4.3). სანაპირო ფერდობებზე მათი ზემოქმედება ეთანადება და ზოგჯერ აჭარბებს კიდევ ნაპირისადმი ფრონტალურად ან კუთხით მიმართული იმავე სიმაღლის ტალღების ზემოქმედებას

ნაპირგასწვრივი პერიოდული ტალღების ფორმირებაზე განსაკუთრებით დიდ გავლენას ახდენს სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხე, რომელიც, წყლის სიღრმესთან შედარებით მოკლე (დისპერსიული) ტალღების შემთხვევაში, იწვევს მათი ამპლიტუდის მკვეთრ ზრდას უშუალოდ სანაპირო ფერდობზე, არხის განივი მიმართულებით.



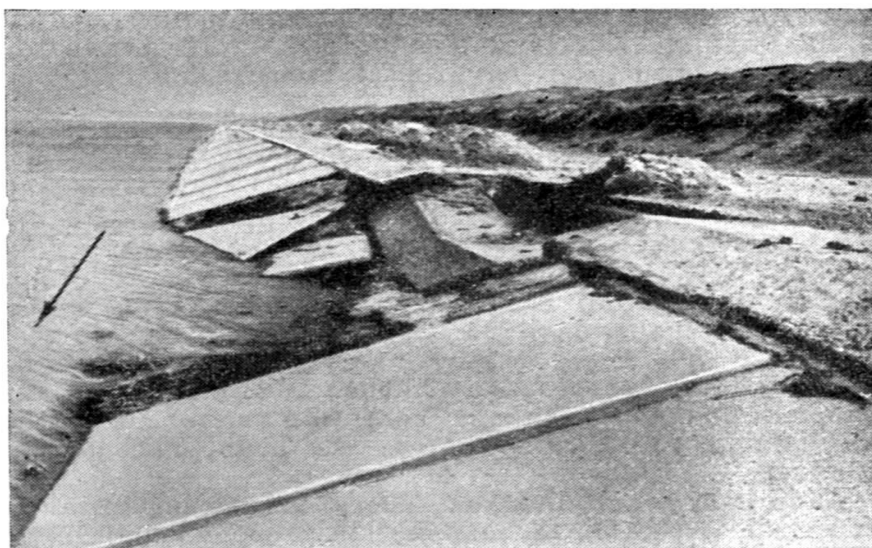
ნახ. 4.1. ოკეანის ტალღების შემოჭრა მდინარე სევერნის შესართავში
(ინგლისი, ინტერნეტგოტო)

დღესდღეობით, დიდი მათემატიკური სირთულეების გამო, არ არსებობს ზოგადი ამოხსნა, რომელიც საშუალებას მოგვცემდა აგვესახა წყლის

ნაპირგასწვრივი ტალღური მოძრაობა სანაპირო ფერდობების ნებისმიერი დახრის შემთხვევაში თუ არხში ტალღის სიგრძე ეთანადება წყლის სიღრმეს. არსებული ზუსტი კერძო ამოხსნები მოიცავს ან დიდი სიღრმის ზღვებს, ტბებსა და წყალსაცავებს, ან ჰორიზონტთან მხოლოდ 45° და 30° -ით დახრილი ფერდობების მქონე სამკუთხა კვეთის არხებს (ლამბი).



ნახ. 4.2. ნაპირგასწვრივი ტალღები ჰიდროელექტროსადგურის გამყვან არხში
(ჩრდ. კავკასია, ტურსუნოვის ფოტო)



ნახ.4.3. ყარშინის არხში ფერდობის მოპირკეთების ფილების
ნგრევა გამოწვეული გემთა მიმოსვლით (ლისტროვის ფოტო, ალტუნინი)

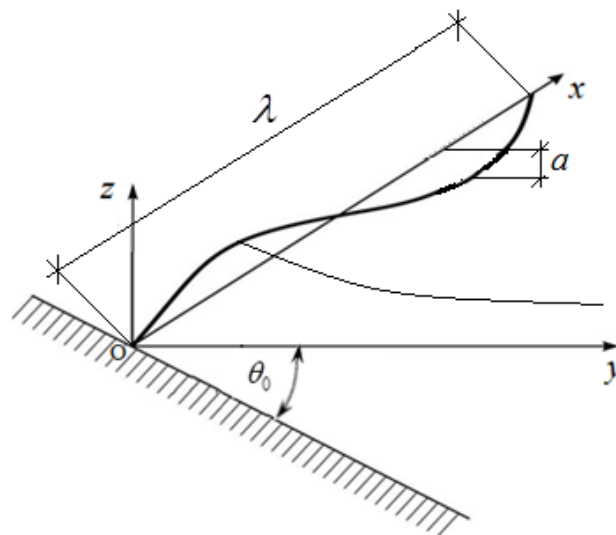
ნაპირგასწვრივი ტალღების დამანგრეველი ზემოქმედება არხების, მდინარეთა თუ წყალსაცავების სანაპირო ფერდობებზე მრავალ მკვლევარს აქვს

აღწერილი. ალტუნინი თავის მონოგრაფიაში „მელიორაციული არხები მიწის კალაპოტებში“, არხის ფერდობების ნგრევისა და წარეცხვის ერთ-ერთ მთავარ მიზეზად სავსებით სამართლიანად მიიჩნევს ქარით და გემთა მიმოსვლით გამოწვეულ ნაპირგასწვრივ ტალღებს.

მიუხედავად ასეთი დამანგრეველი ზემოქმედებისა, არხების საანგარიშო ნორმატიულ დოკუმენტებში დღემდე არ გათვალისწინება ნაპირგასწვრივი ტალღების ფაქტორი. ჩვენი შეფასებით სწორედ დაპროექტების სტადიაში ტალღურ მოძრაობათა გაუთვალისწინებლობამ განაპირობა ის ნგრევები, რასაც ადგილი აქვს რიონჰესის, ვარციხეჰესებისა და ვარდნილჰესების მიმცვან და გამცვან არხებში (გაგოშიძე, ქადარია).

4.1. ნაპირგასწვრივი ტალღების არსებული თეორიული ამოხსნები

ნაპირგასწვრივი ტალღები უსასრულოდ დიდი სიღრმის მქონე წყლის ზედაპირზე (ზღვა, ოკეანე), რომელიც სანაპირო ფერდობით მხოლოდ ცალი მხრიდანაა შემოსაზღვრული (ნახ.4.4.), ჯერ კიდევ სტოქსის მიერ იქნა გამოკვლეული (ლამბი, კოჩინი[2]).



ნახ. 4.4. ზღვის ნაპირთან ნაპირდასწვრივი ტალღების მოძრაობის საანგარიშო სქემა (სტოქსის ამოცანა)

სტოქსის ამოცანის საანგარიშო სქემაზე (ნახ.4.4) ნაპირგასწვრივი X , ზღვისკენ მიმართული Y და ვერტიკალური Z კოორდინატები ღებულობს

ნებისმიერად დიდ მნიშვნელობებს; θ_0 სანაპირო ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის კუთხეა.

კოორდინატა ამ სისტემაში ნაპირგასწვრივი ტალღური მოძრაობის სტოქსის პოტენციალს აქვს შემდეგი სახე:

$$\varphi = a \frac{g}{\sigma} \exp(kz \sin \theta_0 - ky \cos \theta_0) \cos(\sigma t - kx), \quad (4.1)$$

ხოლო ტალღური ზედაპირი აღიწერება ტოლობით

$$\eta = a \cdot \exp(-ky \cos \theta_0) \sin(\sigma t - kx), \quad (4.2)$$

სადაც a არის ტალღის ამპლიტუდა, მოცემული ნაპირის ხაზის ($z = 0, y = 0$) გასწვრივ; $k = 2\pi / \lambda$ ტალღური რიცხვია; λ – ნაპირგასწვრივი ტალღის სიგრძე; σ – ტალღურ რხევათა სიხშირე, $\sigma = 2\pi / \tau$; τ – პერიოდი.

ნაპირგასწვრივი ტალღის ქიმის გეგმილი XOY სიბრტყეზე ნაპირის ხაზის მართობული წრფეა, ხოლო ამპლიტუდა a , მოცემული ნაპირის ხაზის გასწვრივ (ანუ X ღერძზე) ექსპონენციალურად კლებულობს და მიისწრაფვის ნულისკენ ზღვის დიდი სიღრმეების - y ღერძის მიმართულებით და თითქმის ნულდება ტალღის ნაპირგასწვრივი სიგრძის - $\lambda = 2\pi / k$ ტოლ მანძილზე.

პოტენციალის (4.1) დამოკიდებულება აკმაყოფილებს დახრილ ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობას:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tan \theta_0, \quad \text{როცა } z = -y \tan \theta_0, \quad (4.3)$$

ხოლო დინამიკური სასაზღვრო პირობა წყლის თავისუფალ ზედაპირზე

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{როცა } z = 0 \quad (4.4)$$

იძლევა დისპერსიულ დამოკიდებულებას

$$\sigma^2 = gk \sin \theta_0. \quad (4.5)$$

(4.1) გამოსახულების გაწარმოება X , y და Z კოორდინატებით გვაძლევს სტოქსის ტალღების სიჩქარეთა ველის კომპონენტებს ნაპირგასწვრივი, განივი და ვერტიკალური მიმართულებით:

$$u = a \sqrt{\frac{gk}{\sin \theta_0}} \exp(kz \sin \theta_0 - ky \cos \theta_0) \sin(\sigma t - kx); \quad (4.6)$$

$$v = -a \sqrt{\frac{gk}{\sin \theta_0}} \cos \theta_0 \exp(kz \sin \theta_0 - ky \cos \theta_0) \cos(\sigma - kx); \quad (4.7)$$

$$w = a \sqrt{\frac{gk}{\sin \theta_0}} \sin \theta_0 \exp(kz \sin \theta_0 - ky \cos \theta_0) \cos(\sigma - kx). \quad (4.8)$$

ამჟამად არსებობს მხოლოდ ორი ზუსტი ამოხსნა, რომლებიც შეეხება სამგანზომილებიანი ნაპირგასწვრივი ტალღების გავრცელებას სამკუთხა კვეთის მქონე არხებში. ეს ამოხსნები ეკუთვნით კელანდსა და მაკდონალდს (ლამბი).

კელანდის ამოხსნა მოიცავს მდგარ ნაპირგასწვრივ ტალღებს სიმეტრიის ღერძის მიმართ 45° -ით დახრილი ფერდობების მქონე სამკუთხა არხში. ასეთ არხში ტალღის პოტენციალს აქვს შემდეგი სახე:

$$\phi = a \frac{g}{\sigma} \cosh \frac{ky}{\sqrt{2}} \cosh \frac{kz}{\sqrt{2}} \cos kx \cdot \cos \sigma. \quad (4.9)$$

აქ x ღერძი მიჰყვება არხის ფსკერს; რხევათა სიხშირე σ გამოისახება დისპერსიული დამოკიდებულებით:

$$\sigma^2 = \frac{gk}{\sqrt{2}} \tanh \frac{kH_0}{\sqrt{2}}, \quad (4.10)$$

სადაც H_0 წყლის მაქსიმალური სიღრმეა სამკუთხა არხში; წყლის თავისუფალი ზედაპირი აღიწერება დამოკიდებულებით:

$$\eta = a \cosh \frac{kH_0}{\sqrt{2}} \cosh \frac{ky}{\sqrt{2}} \cos kx \cdot \sin \sigma, \quad (4.11)$$

რომლის თანახმად, როცა არხში ხდება გრძელი ტალღების რხევა, ანუ როცა kH_0 (ან, რაც იგივეა H_0/λ) მცირე სიდიდეა, წყლის თავისუფალი ზედაპირი აღიწერება ტოლობით:

$$\eta = a \cdot \cos kx \cdot \sin \sigma. \quad (4.12)$$

მოკლე ტალღების შემთხვევაში, ანუ როცა kH_0 დიდი რიცხვია

$$\eta = \frac{a}{4} \exp \frac{kH_0}{\sqrt{2}} \exp \left(\pm \frac{ky}{\sqrt{2}} \right) \cos kx \cdot \sin \sigma = a_0 \exp \left(\pm \frac{ky}{\sqrt{2}} \right) \cos kx \cdot \sin \sigma, \quad (4.13)$$

სადაც $a_0 = \frac{a}{4} \exp \frac{kH_0}{\sqrt{2}}$ აღნიშნავს ტალღის ამპლიტუდას არხის სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ; ნიშნები „ $\pm$ “ შეესაბამება სიმეტრიის ღერძიდან არხის ფერდობებისკენ ტალღის სიმაღლის ექსპონენციალურ ზრდას (ისევე, როგორც სტოქსის ამოხსნაში).

სამკუთხა არხის ვერტიკალთან 60° -ით დახრილი ფერდობების შემთხვევაში, მაკდონალდისის ამოხსნა გამოისახება დამოკიდებულებით:

$$\begin{aligned} \varphi = & a \frac{g}{\sigma} \left(\cosh k(z - H_0) + \frac{\sigma^2}{gk} \sinh k(z - H_0) \right) \cdot \cos kx \cos \sigma t + \\ & + 2 \frac{a \sigma^2}{gk} \cosh \frac{ky\sqrt{3}}{2} \left(\cosh k \left(\frac{z}{2} + H_0 \right) - \frac{\sigma^2}{gk} \sinh k \left(\frac{z}{2} + H_0 \right) \right) \cdot \cos kx \cos \sigma t, \end{aligned} \quad (4.14)$$

ხოლო ტალღურ რხევათა სიხშირე აკმაყოფილებს შემდეგი სახის ბიკვადრატულ განტოლებას:

$$2 \left(\frac{\sigma^2}{gk} \right)^2 - 3 \left(\frac{\sigma^2}{gk} \right) \coth 3 \frac{kH_0}{2} + 1 = 0, \quad (4.15)$$

რომლიც ნაპირგასწვრივი მოკლეთალღოვანი მდგარი რხევების შემთხვევაში (ანუ, როცა $\coth 3kH_0 / 2 = 1$), გვაძლევს ფესვების შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\sigma^2 = gk \quad \text{და} \quad \sigma^2 = gk / 2. \quad (4.16)$$

პირველი მათგანი შეესაბამება სითხის თავისუფალ ზედაპირს

$$\eta = -a \cos kx \cdot \sin \sigma t - 2a \cosh \frac{ky\sqrt{3}}{2} \left(\cosh \frac{3kH_0}{2} - \sinh \frac{3kH_0}{2} \right) \cos kx \cdot \sin \sigma t, \quad (4.17)$$

რომლის თანახმად, ტალღის სიმაღლე (ამპლიტუდა) თითქმის არ იცვლება არხის განივი მიმართულებით.

მეორე ფესვის გამოყენებით ვღებულობთ:

$$\eta = -a \cos kx \cdot \sin \sigma t - 2a \cosh \frac{ky\sqrt{3}}{2} \left(\cosh \frac{3kH_0}{2} - \frac{1}{2} \sinh \frac{3kH_0}{2} \right) \cos kx \cdot \sin \sigma t, \quad (4.18)$$

რაც მიგვითითებს ტალღის ამპლიტუდის მნიშვნელოვან ზრდაზე სიმეტრიის ღერძიდან განივი მიმართულებით.

როგორც ვხედავთ, სამკუთხა კვეთის არხებში ერთი და იგივე სიგრძის ტალღა შესაძლოა ირხეოდეს სხვადასხვა სიხშირით (პერიოდით) და, გამომდინარე აქედან, ვრცელდებოდეს სხვადასხვა სიჩქარით. მაგრამ უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ ერთი და იგივე სიგრძისა და სხვადასხვა სიხშირის ტალღებს ამ ამხსნებში განსხვავებული რელიეფი აქვთ.

მხოლოდ სტოქსის, კელანდისა და მაკდონალდისის ზემოთ მოყვანილი ზუსტი ამოხსნებით შემოიფარგლება საინჟინრო პრაქტიკისთვის მეტად მნიშვნელოვან ამოხსნათა რაოდენობა, რომლებიც შეეხება ნაპირგასწვრივ ტალღურ მოძრაობებს. ამ ამოხსნების თანახმად, განივი მიმართულებით ტალღის

ამპლიტუდის ინტენსიური მატება სანაპირო ფერდობებზე აღინიშნება ან „უსასრულოდ“ დიდი სიგანისა და სიღრმის წყალსატევებში, ან ფუძეში 90° და 120° გაშლილობის მქონე სამკუთხა არხებში, მათში სიღრმესა და სიგანესთან შედარებით მოკლე სიგრძის ტალღების გავრცელების შემთხვევაში.

რაც შეეხება ნებისმიერი გაშლილობის სამკუთხა და, მით უმეტეს, ტრაპეციულ არხებს, მათში ნაპირასწვრივი ტალღური მოძრაობის სასაზღვრო პირობები იმდენად რთულდება, რომ გარდა გარკვეული დაშვებებისა, ტალღური განტოლებების ზუსტი ამოხსნა შეუძლებელი ხდება.

ქვემოთ, პ.4.2.-ში მოყვანილი გაანგარიშების მეთოდები ერთ-ერთი პირველი მცდელობაა ამ მიმართულებით არსებული ხარვეზის შევსებისა. მათ საფუძველად უდევს ჩვენ მიერ შემუშავებული მიახლოებითი თეორია ნაპირგასწვრივ ტალღურ მოძრაობებზე ღერძულად სიმეტრიულ სამკუთხა და ტრაპეციულ არხებში, რომელთა სანაპირო ფერდობების დახრის კუთხე ნებისმიერია (გაგომიძე [11,16]).

4.2. ნაპირგასწვრივი ტალღები ნებისმიერად დახრილი ფერდობების მქონე სამკუთხა და ტრაპეციულ არხებში

ვთქვათ, ფუძეში ნებისმიერი $2\alpha_0$ გაშლის კუთხის მქონე სამკუთხა არხში, მუდმივი U_0 სიჩქარით მოძრავი წყლის ზედაპირზე აღიმრება λ სიგრძის მქონე გრძივი მიმართულების პერიოდული ტალღები. ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ ტალღების თავისუფალი ზედაპირის რელიეფი და სიჩქარეთა ველი ნაკადის ნებისმიერ წერტილში.

ნახ. 4.5-ა)-ზე მოყვანილ დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში, სადაც X ღერძი ემთხვევა ფსკერის ხაზს, Z – სიმეტრიის ვერტიკალურ ღერძს, ხოლო Y ღერძი მიმართულია სიმეტრიის ღერძიდან ფსკერის ხაზის მართობულად, ტალღური მოძრაობის სიჩქარეთა ველის პოტენციალის გაწრფივებულ განტოლებებს აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 ; \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + U_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2U_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x \partial t} = -g \frac{\partial \varphi}{\partial z} , \quad \text{როცა} \quad z = H_0 ; \quad (4.20)$$

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial z} \sin \alpha_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos \alpha_0 = 0 , \quad \text{როცა} \quad z = \pm y \tan \alpha_0 . \quad (4.21)$$

ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა შედარებით მარტივდება თუ შემოვიტანთ აღნიშვნებს (ნახ. 4.5 ა, ბ)).

$$X = x; \quad z = r \cos \alpha; \quad y = r \sin \alpha; \quad (4.24)$$

და გადავწეროთ (4.19)-(4.21) განტოლებებს ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = 0; \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + U_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2U_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x \partial t} = -g \left(\cos \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\sin \alpha}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right), \text{ როცა } r \cos \alpha = H_0; \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = 0, \text{ როცა } \alpha = \pm \alpha_0. \quad (4.27)$$

ნიშანი „+“ აიღება მარჯვენა, ხოლო „-“ მარცხენა ნახევარსექტორებში.

ვინაიდან განვიხილავთ X ღერძის გასწვრივ მოძრავ მუდმივი სიგრძის მქონე პერიოდულ ტალღებს, სიჩქარეთა ველის პოტენციალი შეიძლება წარმოვადგინოთ ნამრავლის სახით:

$$\varphi = \psi(r, \alpha) \exp(i(\sigma t - kx)), \quad (4.28)$$

სადაც i კომპლექსური ერთეულია; $\sigma = 2\pi/\tau$ – ტალღურ რხევათა სიხშირე; τ – პერიოდი; $k = 2\pi/\lambda$ – ტალღური რიცხვი. მაშინ (4.25)-(4.27) განტოლებები დებულობენ სახეს:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - k^2 \psi = 0; \quad (4.29)$$

$$(\sigma - kU_0)^2 \psi = g \left(\cos \alpha \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\sin \alpha}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \right), \text{ როცა } r \cos \alpha = H_0; \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = 0, \quad \text{როცა } \alpha = \pm \alpha_0. \quad (4.31)$$

ტრაპეციული არხების განხილვის შემთხვევაში (ნახ.4.5ბ)), (4.29)-(4.31) განტოლებები ვრცელდება ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალსა და სანაპირო ხაზს შორის მდებარე სამკუთხა არეზე. რაც შეეხება ტრაპეციული არხის ცენტრალურ მართკუთხა უბანს, აქ ტალღური მოძრაობა შებმული უნდა იქნეს სამკუთხა უბნებზე (4.29)-(4.31) განტოლებათა ამოხსნის შედეგად მიღებულ

ტალღურ მოძრაობასთან და, ამავე დროს, დაცული უნდა იყოს არხის ფსკერზე სიჩქარის ნორმალური მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობა.

განვიხილოთ სამკუთხა და ტრაპეციული არხების მარჯვენა სამკუთხა უბანი და მივმართოთ (4.29)-(4.31) ამოცანის ამოხსნას კანტოროვიჩის პირდაპირი მეთოდით. ამისთვის წარმოვადგინოთ ψ ფუნქცია

$$\psi = f(r) \cdot F(\alpha) \quad (4.32)$$

ნამრავლის სახით, რომელშიც $f(r)$ მივიჩნიოთ საბაზისო ფუნქციად და მივანიჭოთ მას მნიშვნელობა

$$f(r) = \cosh kr. \quad (4.33)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ (4.32) და (4.33) აღნიშვნების გათვალისწინებით (4.29)-(4.31) განტოლებები დებულობს შემდეგ სახეს:

$$\frac{d^2 F}{d\alpha^2} f + r \frac{df}{dr} F = 0; \quad (4.34)$$

$$(\sigma - kU_0)^2 f \cdot F = g \cos \alpha \cdot F \frac{df}{dr} + \frac{g \sin \alpha}{r} \cdot f \frac{dF}{d\alpha}, \quad \text{როცა } r \cos \alpha = H_0; \quad (4.35)$$

$$\frac{dF}{d\alpha} = 0, \quad \text{როცა } \alpha = \pm \alpha_0. \quad (4.36)$$

კანტოროვიჩის მეთოდის შესაბამისად, გავამრავლოთ (4.34) განტოლება საბაზისო (4.33) ფუნქციაზე და გავაინტეგრეთ იგი r -ის ცვლილებების მთელ არეში 0-დან $H_0/\cos \alpha_0$ -მდე. ინტეგრების შედეგად მივიღებთ:

$$\left[\frac{\sinh(2k H_0/\cos \alpha_0)}{4k} + \frac{H_0}{2 \cos \alpha_0} \right] \cdot \frac{d^2 F}{d\alpha^2} + \left[\frac{H_0}{4 \cos \alpha_0} \cosh(2k H_0/\cos \alpha_0) - \frac{\sinh(2k H_0/\cos \alpha_0)}{8k} \right] \cdot F = 0. \quad (4.37)$$

(4.37) მეორე რიგის მუდმივკოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლებაა, F ფუნქციის მიმართ, რომლის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე:

$$F = C_1 e^{im_1 \alpha} + C_2 e^{-im_2 \alpha}, \quad (4.38)$$

სადაც C_1 და C_2 ინტეგრების მუდმივებია, ხოლო მახასიათებელი განტოლების m_1 და m_2 ფესვები განისაზღვრება დამოკიდებულებით

$$m = \pm \left[\frac{(kH_0/\cos \alpha_0) \cdot \coth(2kH_0/\cos \alpha_0) - 1/2}{1 + (2kH_0/\cos \alpha_0)/\sinh(2kH_0/\cos \alpha_0)} \right]^{1/2}. \quad (4.39)$$

სანაპირო ფერდობზე (4.36) პირობის გამოყენებით C_1 და C_2 მუდმივები დაიყვანება ერთ C მუდმივზე, რის შედეგად (4.38) ამონახსნის რეალური ნაწილი ღებულობს სახეს:

$$F(\alpha) = C \cos m(\alpha + \alpha_0). \quad (4.40)$$

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას

$$C = \frac{g}{(\sigma - kU_0)} \cdot \frac{a_0}{\cosh kH_0 \cos m\alpha_0}, \quad (4.41)$$

(4.33), (4.38) და (4.40) გამოსახულებების გათვალისწინებით სიჩქარეთა ველის პოტენციალის რეალური ნაწილი საბოლოოდ მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\varphi = a_0 \frac{g}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\cosh kr}{\cosh kH_0} \frac{\cos m(\alpha \mp \alpha_0)}{\cos m\alpha_0} \cos(\sigma t - kx), \quad (4.42)$$

ხოლო (4.22) პირობის საფუძველზე, (4.41) აღნიშვნის გათვალისწინებით, სითხის ტალღური ზედაპირი აღიწერება განტოლებით:

$$\eta = a_0 \frac{\cosh(kH_0/\cos\alpha)}{\cosh kH_0} \cdot \frac{\cos m(\alpha \mp \alpha_0)}{\cos m\alpha_0} \sin(\sigma t - kx), \quad (4.43)$$

სადაც α იცვლება 0-დან $\pm \alpha_0$ -მდე.

4.3. მიღებული შედეგების ანალიზი და ნაპირგასწვრივი ტალღების გაანგარიშების მეთოდოლოგია

როგორც ეს გამომდინარეობს (4.42) და (4.43) გამოსახულებებიდან, სამკუთხა არხის სიმეტრიის ღერძზე ან ტრაპეციული არხის შუა, მართკუთხა უბანზე ტალღებს აქვს სინუსიოდალური სახე მუდმივი a_0 ამპლიტუდით. მართლაც, როცა $\alpha = 0$, (4.43) -დან ვღებულობთ

$$\eta = a_0 \cdot \sin(\sigma t - kx), \quad (4.44)$$

ხოლო პოტენციალის (4.42) დამოკიდებულება ღებულობს მნიშვნელობას:

$$\varphi = a_0 \frac{g}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\cosh kz}{\cosh kH_0} \cos(\sigma t - kx). \quad (4.45)$$

(4.44) და (4.45) გამოსახულებები ზუსტად ემთხვევა მუდმივი სიღრმის ნაკადზე ტალღების მოძრაობის კლასიკურ ამოხსნებს, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ მათში, ისევე როგორც (4.42)-სა და (4.43)-ში, ტალღურ რხევათა სიხშირე σ , მსგავსად მაკდონალდისის ზემოთ მოყვანილი ამოხსნისა, აღარ არის ცალსახად

დამოკიდებული არხში ნაპირგასწვრივი ტალღის სიგრძეზე. კერძოდ, იგი შეიძლება დებულობდეს როგორც მაქსიმალურ მნიშვნელობებს, განსაზღვრულს ცნობილი დამოკიდებულებით

$$(\sigma - kU_0)^2 = gk \tanh kH_0, \quad (4.46)$$

ასევე მინიმალურს, განსაზღვრულს ფორმულით

$$(\sigma - kU_0)^2 = gk \cos \alpha_0 \tanh \left(\frac{kH_0}{\cos \alpha_0} \right). \quad (4.47)$$

ტალღური მოძრაობის სიხშირეთა (4.46) და (4.47) ზღვრული მნიშვნელობები მიიღება თავისუფალ ზედაპირზე სასაზღვრო პირობებში ψ ფუნქციის მიახლოებითი მნიშვნელობის ჩასმისა და ზღვრული გადასვლის განხორციელების შედეგად. კერძოდ, (4.32), (4.33) და (4.40) ფორმულების გათვალისწინებით (4.40) სასაზღვრო პირობა დებულობს სახეს:

$$(\sigma - kU_0)^2 = gk \cos \alpha_0 \tanh \left(\frac{kH_0}{\cos \alpha_0} \right) + \frac{gm \sin 2\alpha}{2H_0} \tanh m(\alpha - \alpha_0), \quad (4.48)$$

რაც ზღვრულ შემთხვევებში, როცა $\alpha = 0$ და $\alpha = \alpha_0$ დაიყვანება შესაბამისად (4.46) და (4.47) გამოსახულებებზე.

სიხშირის შუალედური მნიშვნელობების მისაღებად საჭიროა გაწარმოვდეს (4.48) გამოსახულება α კუთხით, წარმოებული გაუტოლდეს ნულს (ვინაიდან $\sigma - kU_0 = \text{const}$) და შემდგომ, მიღებული შედეგიდან და (4.48) განტოლებიდან გამოირიცხოს α . ასეთი პროცედურა $\sigma - kU_0$ გამოსახულების მიმართ მოგვცემს სიხშირის საძიებელ მნიშვნელობებს. თეორიულად შესაძლებელია აგრეთვე ტალღურ რხევათა სიხშირის ერთი შუალედური მნიშვნელობის პოვნაც, თუ გამოვიყენებთ რელის ცნობილ მეთოდს (ლამბი) და მიახლოებითი ამოხსნების საფუძველზე განვსაზღვრავთ ტალღური მოძრაობის პოტენციური და კინეტიკური ენერგიების ფარდობას, რაც იძლევა სიხშირის შუალედურ მნიშვნელობას. მაგრამ ამ ორივე გზის განხორციელება დაკავშირებულია უაღრესად გადატვირთულ მათემატიკურ გარდაქმნებთან. უფრო მეტიც, რომც ვფლობდეთ ასეთ შედეგებს, ტალღების სიხშირის (ან სიგრძის) გაანგარიშებისას ვერ მივანიჭებდით უპირატესობას რომელიმე მათგანს (ისევე, როგორც ღია რჩება

საკითხი, მაკდონალდის ზემოთმოყვანილი (4.16) ორი ზუსტი ამოხსნიდან, რომელი მათგანი და რა პირობებში განსაზღვრავს რეალურ ტალღურ მოძრაობებს ფუძეში 120° -ით გადაშლილ სამკუთხა არხში). ამიტომ განსახილველ შემთხვევაში საკმარისია დაუშვათ, რომ ტრაპეციული კვეთის არხში ერთიანი ფრონტის ტალღური მოძრაობის სიხშირეს, ან რაც იგივეა – ტალღის გადაადგილების ფაზურ სიჩქარეს განსაზღვრავს არხის სიგანე ფუძეში. თუ იგი მცირეა ნაპირგასწვრივი ტალღის სიგრძეზე, მაშინ უპირატესობა უნდა მიენიჭოს სიხშირის (4.47) დამოკიდებულებას, ხოლო თუ ტრაპეციული არხის სიგანე ფუძეში მნიშვნელოვნად აჭარბებს ტალღის ნაპირგასწვრივ სიგრძეს, სიხშირე უნდა ვიანგარიშოთ (4.46) დამოკიდებულების საფუძველზე.

საჭიროა აღინიშნოს, რომ სამკუთხა და ფუძეში ვიწრო სიგანის ტრაპეციულ არხებში სიხშირის საანგარიშო (4.47) ფორმულა, როცა ტალღის სიგრძე ნაკლებია ან ეთანადება წყლის სიღრმეს, ანუ როცა $\tanh\left(\frac{kH_0}{\cos\alpha_0}\right) \approx 1$, დაიყვანება სტოქსის ზუსტ (4.5) ამოხსნაზე. მეორე ზღვრულ შემთხვევაში, როცა ტრაპეციულ არხში ნაპირგასწვრივი ტალღის სიგრძე მნიშვნელოვნად აჭარბებს წყლის სიღრმეს, სიხშირე იანგარიშება ცნობილი ფორმულით $\sigma = kU_0 \pm k\sqrt{gH_0}$, სადაც ნიშანი „+“ აიღება ნაკადისა და ტალღების თანხვედნილი, ხოლო „-“ – ტალღების ნაკადის საწინააღმდეგო მიმართულებით გავრცელებისას. თუ არხს აქვს ვერტიკალური კედლები ($\alpha_0 = 0, \theta_0 = \frac{\pi}{2}$) (4.47) ემთხვევა (4.46)-ს და ასახავს მართკუთხა არხში ტალღურ რხევათა სიხშირეს.

ახლა განვიხილოთ, თუ როგორ იცვლება ტალღური ზედაპირის ამპლიტუდა არხის განივი მიმართულებით, როცა არხში ვრცელდება წყლის სიღრმესთან შედარებით გრძელი ტალღა, ანუ როცა სრულდება მიახლოებითი ტოლობები:

$$\coth\left(\frac{2kH_0}{\cos\alpha_0}\right) \approx \frac{\cos\alpha_0}{2kH_0}; \quad \frac{2kH_0/\cos\alpha_0}{\sinh(2kH_0/\cos\alpha_0)} \approx 1; \quad m \rightarrow 0; \quad \cos m\alpha_0 \approx 1. \quad (4.49)$$

გამომდინარე (4.43)-დან, განივი მიმართულებით არხში აღინიშნება ამპლიტუდის მცირე მატება ცენტრიდან სანაპირო ფერდობისკენ, ხოლო მოკლე ტალღების გავრცელების შემთხვევაში, როცა სრულდება მიახლოებითი ტოლობები:

$$\tanh\left(\frac{kH_0}{\cos\alpha_0}\right) \approx 1; \quad \frac{2kH_0/\cos\alpha_0}{\sinh(2kH_0/\cos\alpha_0)} \approx 0; \quad m \approx \left(\frac{kH_0}{\cos\alpha_0} - \frac{1}{2}\right)^{1/2} \quad (4.50)$$

ფერდობზე, განივი მიმართულებით, ნაპირგასწვრივი ტალღის ამპლიტუდა მკვეთრად მატულობს და უშუალოდ ნაპირის ხაზზე აღწევს მნიშვნელობას

$$a = a_0 \frac{\cosh(kH_0/\cos\alpha_0)}{\cosh kH_0} \cdot \frac{1}{\cos m\alpha_0}, \quad (4.51)$$

რაც $(\cos m\alpha_0)^{-1}$ -ჯერ აჭარბებს გრძელი ტალღების ამპლიტუდას ფერდობის ქუსლის თავზე.

ტრაპეციულ და სამკუთხა არხებში ნაპირგასწვრივი ტალღების გავრცელებისას, სითხის ნაწილაკების სიჩქარის მდგენელები სანაპირო ფერდობის სიბრტყის $(\alpha = \alpha_0)$ ნებისმიერ წერტილში იანგარიშება შემდეგი დამოკიდებულებებით:

$$u' = U_0 + \frac{\partial\varphi}{\partial x} = U_0 + \frac{a_0 g k}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\sinh kr}{\cosh kH_0} \cdot \frac{1}{\cos m\alpha_0} \cdot \sin(\sigma - kx) \quad (4.52)$$

– სანაპირო ფერდობის სიბრტყეში, x ღერძის გასწვრივ ანუ ტალღების გავრცელების მიმართულებით და

$$v' = \frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{a_0 g k}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\sinh kr}{\cosh kH_0} \cdot \frac{1}{\cos m\alpha_0} \cdot \cos(\sigma - kx). \quad (4.53)$$

– სანაპირო ფერდობის სიბრტყეში, ქვევით და ზევით, x ღერძის (ანუ ტალღური ნაკადის) განივი მიმართულებით.

ფერდობის სიბრტყის ნორმალური მიმართულებით (4.36) სასაზღვრო პირობისა და (4.42) დამოკიდებულების შესაბამისად, სიჩქარის მდგენელი $w' = 0$.

(4.52) და (4.53) გამოსახულებებში m კოეფიციენტი იანგარიშება (4.39) ფორმულით, ხოლო რადიუს-ვექტორი r სანაპირო ფერდობის სიბრტყეზე ღებულობს მნიშვნელობებს

$$r = \frac{H_0 - H}{\cos\alpha_0}, \quad (4.54)$$

სადაც H წყლის სიღრმეა სანაპირო ფერდობის ნებისმიერი წერტილის თავზე. არხის ფსკერზე, სადაც $H = H_0$, სიჩქარის v' მდგენელი (4.54) და (4.53)-ის თანახმად უდრის ნულს, ხოლო ნაპირის ხაზის გასწვრივ, სადაც $H = 0$, v' -ის გაანგარიშებისას (4.53)-ში უნდა ჩაისვას $r = H_0 / \cos \alpha_0$.

ზემოთ მოყვანილ ფორმულებში, სტოქსის, კელანდისა და მაკდონალდის ზუსტი ამოხსნების ჩათვლით, ტალღის ამპლიტუდა მოცემული ან განსაზღვრული ნაპირის ხაზის გასწვრივ, არ ემთხვევა ტალღური ზედაპირისა და ფერდობის სიბრტყის გადაკვეთის წერტილს და არ განსაზღვრავს ფერდობის დასველების სიმაღლეს. ეს უკანასკნელი პრაქტიკისთვის საკმარისი სიზუსტით შეიძლება ვიანგარიშოთ შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$\eta' = \frac{a}{\cos \alpha_0}, \quad (4.55)$$

სადაც η' ნაპირგასწვრივი ტალღით ფერდობის დასველების მაქსიმალური სიმაღლეა, ათვლილი წყლის შეუშფოთებელი დონიდან; a ტალღის ამპლიტუდაა ნაპირის ხაზზე, ნაანგარიშები (4.51) ფორმულით.

მიღებული შედეგები ვრცელდება გრძელ და ისეთ დისპერსიულ ტალღებზე, რომელებსაც გააჩნიათ ერთი მთლიანი ფრონტი არხის მთელ სიგანეზე, ანუ როცა სრულდება პირობა $\cos m \alpha_0 \geq 0$. ეს პირობა (4.39)-ის საფუძველზე დაიყვანება შემდეგი სახის უტოლობაზე:

$$\lambda \geq \lambda_{\text{ზღ}} = \frac{2\pi H_0}{\left(0,5 + \frac{\pi^2}{4\alpha_0^2}\right) \cos \alpha_0}, \quad (4.56)$$

სადაც α_0 რადიანებშია გამოსახული.

როცა $\lambda < \lambda_{\text{ზღ}}$ ტალღის ქიმი აღარ იკავებს არხის მთელ სიგანეს და წარმოიქმნება ნაპირგასწვრივი საკვანძო წირები, რომელთა რიცხვი ერთ რომელიმე სანაპირო ფერდობზე განისაზღვრება

$$n = \frac{m}{\pi} \alpha_0 + 0,5 \quad (4.57)$$

ტოლობის მთელი ნაწილით.

ასეთ შემთხვევაში, სტოქსის ამოხსნის მსგავსად, უმჯობესია მივმართოთ (4.37) განტოლების ინტეგრების მუდმივის ნორმირებას ნაპირის ხაზის გასწვრივ მოცემული ამპლიტუდით ანუ, (4.41)-ის ნაცვლად, ვისარგებლოთ აღნიშვნით

$$C = \frac{g}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{a}{\coth(kH_0/\cos\alpha_0)}, \quad (4.58)$$

სადაც a უშუალოდ ნაპირის ხაზზე მოცემული ამპლიტუდაა. მაშინ, (4.58) აღნიშვნის გათვალისწინებით, სიჩქარეთა ველის პოტენციალისა და თავისუფალი ზედაპირის ამსახველი დამოკიდებულებები შესაბამისად დებულობს სახეს:

$$\varphi = \frac{ag}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\cosh kr}{\cosh(kH_0/\cos\alpha_0)} \cos m(\alpha - \alpha_0) \cos(\sigma - kx); \quad (4.59)$$

$$\eta = a \cdot \frac{\cosh(kH_0/\cos\alpha)}{\cosh(kH_0/\cos\alpha_0)} \cos m(\alpha - \alpha_0) \sin(\sigma - kx). \quad (4.60)$$

(4.60) გამოსახულების თანახმად, ნაპირის ხაზზე, სადაც $\alpha = \alpha_0$, $\eta = a \cdot \sin(\sigma - kx)$, ხოლო არხის ცენტრალურ ნაწილში, ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალზე, სადაც $\alpha = 0$ ტალღის ამპლიტუდა იანგარიშება ფორმულით

$$a_0 = a \cdot \left| \frac{\cosh kH_0 \cdot \cos m\alpha_0}{\cosh(kH_0/\cos\alpha_0)} \right|, \quad (4.61)$$

რომელის თანახმად a_0 ფაქტობრივად უმნიშვნელოა ნაპირის ხაზზე ტალღის a ამპლიტუდასთან შედარებით.

(4.59) დამოკიდებულების საფუძველზე, ადვილად განისაზღვრება აგრეთვე წყლის ნაწილაკთა სიჩქარეები.

როცა $\lambda < \lambda_{\text{ზღ}}$ ტალღური მოძრაობის სიხშირის საანგარიშოდ ვღებულობთ ნაკადზე სტოქსის განზოგადოებულ ფორმულას

$$\sigma = kU_0 \pm \sqrt{gk \cos\alpha_0}, \quad (4.62)$$

ხოლო წყლის ზედაპირზე ნაპირგასწვრივი საკვანძო წირების დამორება ნაპირის ხაზიდან იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$l = H \left(\tan \alpha_0 - \tan \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{m} (n - 0,5) \right) \right), \quad (4.63)$$

რომელიც მიიღება $\cos m(\alpha - \alpha_0) = 0$ განტოლების ამოხსნის შედეგად.

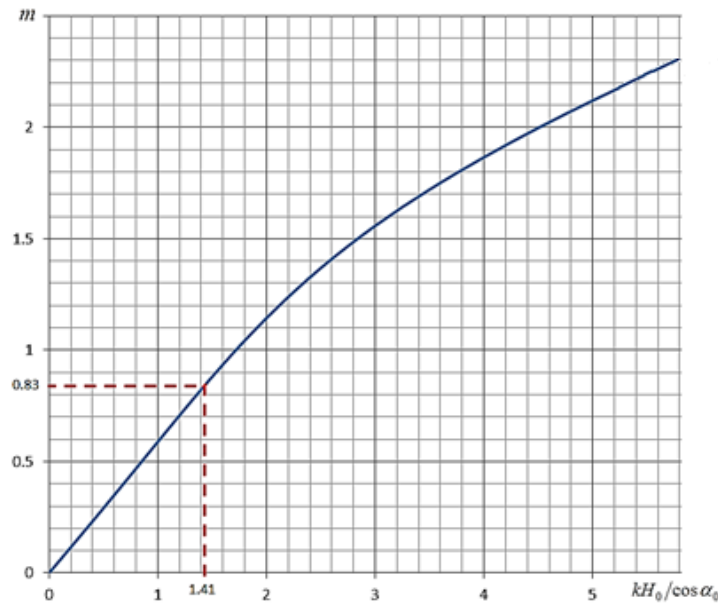
უნდა აღინიშნოს, რომ ნაპირიდან პირველ საკვანძო წირსა და ნაპირის ხაზს შორის მოთავსებულ არეში ტალღური ზედაპირის (4.60) დამოკიდებულება, იძლევა პრაქტიკულად იგივე შედეგს (იხ.ქვემოთ, პ.4.3., მაგალითი 2.), რასაც სტოქსის ზუსტი (4.2) ამოხსნა. ამავე დროს, როგორც სტოქსის ზუსტ, ასევე (4.60) მიახლოებით ამოხსნაშიც, ფერდობზე, ნაპირის ხაზის ზემოთ, მოკლე ტალღების ზედაპირის 17 კოორდინატი იზრდება იმდენად ინტენსიურად, რომ გარდა ძალზე მცირე ამპლიტუდის მქონე ტალღებისა, არ ხდება ტალღური ზედაპირისა და სანაპირო ფერდობის სიბრტყის თანკვეთა. ეს მიგვანიშნებს, რომ სანაპირო ფერდობზე, ნაპირის ხაზს ზემოთ გრძივი მიმართულების მოკლე ტალღები განიცდის მსხვრევას. ამ შემთხვევაშიც ფერდობის მაქსიმალური დასველების სიმაღლის საანგარიშოდ დასაშვებია ვისარგებლოთ (4.55) ფორმულით. ამასთან უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ნაპირის ხაზს ზევით ფერდობის დასველებას განაპირობებს არა გლუვი ზედაპირის, არამედ დამსხვრეული ქიმების მქონე ნაპირგასწვრივი ტალღები.

მიღებული შედეგები, მიუხედავად მათი მიახლოებითი ხასიათისა, პრაქტიკული თვალსაზრისით მისაღებად უნდა იქნეს მიჩნეული, რადგან ისინი აკმაყოფილებენ რა სასაზღვრო პირობებს, ამავე დროს შესაბამისობაშია ზემოთ მოყვანილ სამ ზუსტ ამოხსნასთან.

ტრაპეციულ არხებში ტალღური მოძრაობის გაანგარიშებისას გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება ფერდობზე ტალღის ამპლიტუდის ზრდის მახასიათებელი m კოეფიციენტის დადგენას. ნახ.4.6-ზე, (4.39) ფორმულის საფუძველზე აგებულია $m = f(kH_0 / \cos \alpha_0)$ მრუდი, რომელიც მნიშვნელოვნად ამარტივებს m კოეფიციენტის განსაზღვრას.

მაგალითი 1. ვთქვათ ფუძეში $b = 2,5$ მ სიგანის ტრაპეციულ არხში $U_0 = 1,5$ მ/წმ სიჩქარისა და $H_0 = 1,0$ მ სიღრმის მქონე ნაკადზე ვრცელდება პერიოდული ტალღები, რომელთა ნაპირგასწვრივი სიგრძე $\lambda = 6,28$ მ, ხოლო ამპლიტუდა არხის ცენტრალურ ნაწილში $a_0 = 0,2$ მ-ს. საჭიროა განისაზღვროს ტალღების

ამპლიტუდა და ტალღური მოძრაობის სიჩქარეთა ველი სანაპირო ფერდობზე ნაპირის ხაზის გასწვრივ და $H = 0,5$ მ ჩაღრმავებაზე, თუ ფერდობების დახრის კუთხე ჰორიზონტთან $\theta_0 = 45^\circ$ ($\theta_0 = \alpha_0 = 0,785$ რად, $\cos \alpha_0 = 0,707$).



ნახ. 4.6. არხის განივი მიმართულებით ტალღის ამპლიტუდის ზრდის მახასიათებელი m კოეფიციენტი

ვინაიდან ტალღის სიგრძე არხში ($\lambda = 6,28$ მ) აჭარბებს როგორც (4.56) გამოსახულებით ნაანგარიშე მნიშვნელობას:

$$\lambda_{\text{ფლ}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1}{\left(0,5 + \frac{3,14^2}{40,785^2}\right) \cdot 0,707} = 2,0 \text{ მ - ს,}$$

ასევე არხის სიგანეს ფუძეში ($b = 2,5$ მ), ასეთი ტალღის ფრონტი (ქიმი) დაიკავებს ტრაპეციული არხის მთელ სიგანეს - $B = 4,5$ მ-ს ნაკადის ზედაპირზე. ამ ტალღების ტალღური რიცხვი $k = 2 \cdot 3,14 / 6,28 = 1$; უგანზომილებო კომპლექსი $\frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = \frac{1 \cdot 1}{0,707} = 1,41$, ხოლო სხვაობა $\sigma - kU_0$, ნაანგარიშები (4.47) ფორმულით:

$$\sigma - kU_0 = \sqrt{9,8 \cdot 1 \cdot 0,707 \tanh 1,41} = \sqrt{6,1} = 2,47 \text{ წმ}^{-1},$$

განსაზღვრავს არხში $U_0 = 1,5$ მ/წმ სიჩქარით მოძრავ წყალზე ტალღურ რხევათა სიხშირეს, პერიოდსა და ტალღების გადაადგილების ე.წ. ფაზურ სიჩქარეს. ეს სიდიდეები შესაბამისად მიიღებს მნიშვნელობებს: $\sigma = 1 \cdot 1,5 + 2,47 = 3,97 \text{ წმ}^{-1}$; $\tau = 2\pi / \sigma = 1,58$ წმ; $c = \sigma / k = 3,97$ მ/წმ.

გარდა ზემოთმოყვანილი პარამეტრებისა, არხში ტალღის ზედაპირის ფორმისა და სიჩქარეთა ველის საანგარიშოდ წინასწარ ვადგენთ (4.51) - (4.53)

დამოკიდებულებებში შემავალ სიდიდეებს: $\cosh kH_0 = \cosh 1 = 1,54$; $\frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = 2,83$

$$\cosh \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = \cosh 1,41 = 2,17; \quad \sinh \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = 1,93; \quad \sinh \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = \sinh(2,83) = 8,44;$$

$$\coth \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = \coth(2,83) = 1,01; \quad \tanh \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = \tanh 1,41 = 0,89.$$

ნახ.4.6-ზე წარმოდგენილი გრაფიკის თანახმად, როცა $(kH_0 / \cos \alpha_0) = 1,41$ არხის განივად, სანაპირო ფერდობზე ტალღის ამპლიტუდის ზრდის მახასიათებელი კოეფიციენტი $m = 0,83$, ხოლო თვით ამპლიტუდა a ნაპირის ხაზზე, (4.51) -ის თანახმად დებულობს მნიშვნელობას:

$$a = 0,2 \frac{2,17}{1,54} \cdot \frac{1}{\cos(0,83 \cdot 0,785)} = 0,35 \text{ მ.}$$

როგორც ვხედავთ, ტალღის ამპლიტუდა a ნაპირის ხაზის გასწვრივ $\frac{0,35}{0,2} = 1,75$ -ჯერ აჭარბებს ამპლიტუდას, მოცემულს არხის ცენტრალურ ნაწილში,

სანაპირო ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალზე ($a_0 = 0.2$ მ-ს).

(4.52)-ის თანახმად სანაპირო ფერდობზე ნაპირის ხაზის გასწვრივ წყლის ნაწილაკების მაქსიმალური სიჩქარე შეესაბამება ტალღის ქიმის გავლას, ანუ მომენტს, როცა $\sin(\sigma t - kx) = 1$, ხოლო მინიმალური – ტალღის ფსკერის გავლას, ანუ როცა $\sin(\sigma t - kx) = -1$. ადვილი შესამჩნევია, რომ ამ შემთხვევებში (4.52) დაიყვანება სახეზე

$$u'_{\max} = U_0 \pm a \frac{gk}{\sigma - kU_0} \quad (4.64)$$

სადაც a იანგარიშება (4.51) ფორმულით; ნიშნები „+“ და „-“ შეესაბამება მაქსიმალურ და მინიმალურ სიჩქარეებს, როცა ტალღების გავრცელების მიმართულება ემთხვევა ნაკადის მიმართულებას, ხოლო როცა ნაკადი და ტალღები ურთიერთსაწინააღმდეგოდ არიან მიმართული, ეს ნიშნები უნდა შეიცვალოს მოპირდაპირეთი.

ანალოგიურად, გამომდინარე (4.53) ფორმულიდან, სანაპირო ფერდობზე, ნაპირის ხაზის ზევით და ქვევით ფერდობზე სითხის აცურება-ჩამოცურების მაქსიმალური სიჩქარე იანგარიშება ფორმულით

$$v' = \pm a \frac{gk}{\sigma - kU_0} \tanh \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} \quad (4.65)$$

ან, თუ გავითვალისწინებთ (4.47) დისპერსიულ გამოსახულებას - ფორმულით:

$$v' = \pm a \cdot \frac{\sigma - kU_0}{\cos \alpha_0} \quad (4.66)$$

განსახილველ შემთხვევაში, როცა $\sigma - kU_0 = 2,47 \text{ წმ}^{-1}$ და $a = 0,35 \text{ მ-ს}$ (4.64) და (4.66) დამოკიდებულებები გვაძლევს

$$u'_{\max} = 1,5 + 0,35 \frac{9,8 \cdot 1}{2,47} = 2,9 \text{ მ/წმ};$$

$$u'_{\min} = 1,5 - 0,35 \frac{9,8 \cdot 1}{2,47} = 0,1 \text{ მ/წმ};$$

$$v' = \pm 0,35 \cdot \frac{2,47}{0,707} = \pm 1,22 \text{ მ/წმ}.$$

სანაპირო ფერდობის შუა ხაზზე, სადაც წყლის სიღრმე $H = 0,5 \text{ მ-ს}$, სიჩქარის მდგენელების ანგარიშისას, (4.52)-(4.53) ფორმულებში უნდა ჩაისვას r - ის მნიშვნელობა განსაზღვრული (4.54) ტოლობით:

$$r = \frac{1 - 0,5}{0,707} = 0,707 \text{ მ}$$

მაშინ (4.51), (4.52) და (4.53) ფორმულების საფუძველზე, როცა $\sin(\sigma - kx) = \pm 1$, მივიღებთ:

$$u'_{\max/\min} = U_0 \pm a \frac{gk}{\sigma - kU_0} \cdot \frac{\cosh kr}{\cosh kH_0 / \cos \alpha_0} \quad (4.67)$$

$$v' = \pm a \cdot \frac{\sigma - kU_0}{\cos \alpha_0} \cdot \frac{\sinh kr}{\cosh kH_0 / \cos \alpha_0} \quad (4.68)$$

ჩვენს შემთხვევაში, (4.67) და (4.68)-ში უნდა ჩაისვას $\cosh kr = \cosh(1 \cdot 0,707) = 1,26$ და $\sinh(1 \cdot 0,707) = 0,77$ და მივიღებთ:

$$u'_{\max} = 1,5 + 0,35 \frac{9,8 \cdot 1}{2,47} \cdot \frac{1,26}{2,17} = 2,31 \text{ მ/წმ};$$

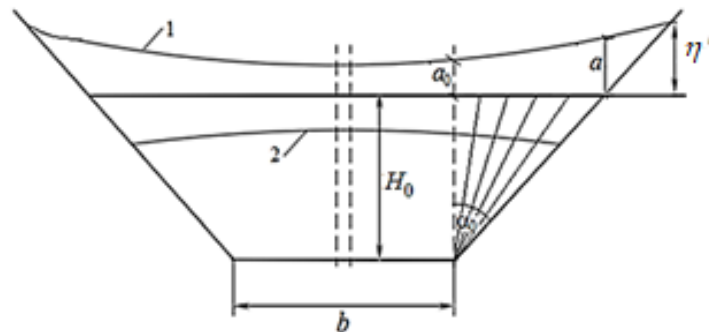
$$u'_{\min} = 1,5 - 0,35 \frac{9,8 \cdot 1}{2,47} \cdot \frac{0,77}{2,17} = 0,7 \text{ მ/წმ};$$

$$v' = \pm 0.35 \cdot \frac{2.47}{0.707} \cdot \frac{0.77}{2.17} = \pm 0.12 \text{ მ/წმ.}$$

როგორც ვხედავთ, ფერდობზე სიღრმის მატებასთან ერთად, აღინიშნება წყლის ნაწილაკების სიჩქარეთა კლება.

ნახ.4.7-ზე მოყვანილია არხში ტალღური ზედაპირის განივი პროფილები აგებული დროის იმ მომენტებისთვის, როცა $\sin(\sigma - kx) = 1$ (შეესაბამება ტალღის ქიმი) და $\sin(\sigma - kx) = -1$ (შეესაბამება ტალღის ფსკერს). პროფილები აგებულია (4.43) დამოკიდებულების საფუძველზე, რისთვისაც მასში შემავალ პოლარულ α კუთხეს მინიჭებული აქვს მნიშვნელობები 0-დან α_0 -მდე. ფერდობების დასველების სიმაღლე ნაანგარიშვია (4.55) დამოკიდებულებით:

$$\eta' = 0.35 : 0.707 = 0.5 \text{ მ}$$



ნახ. 4.7. მთლიანი ფრონტის გრძელი ნაპირგასწვრივი ტალღა ტრაპეციულ არხში. 1-ტალღის ქიმი, 2-ტალღის ფსკერი

მაგალითი 2. ვთქვათ, ტრაპეციულ არხში, რომლის ფერდობები ვერტიკალთან ადგენს $\alpha_0 = 60^\circ (1.047 \text{ რად.})$ კუთხეს, ვრცელდება ტალღები, რომელთა სიგრძე $\lambda = 62.8 \text{ მ}$ მნიშვნელოვნად აჭარბებს არხში $U_0 = 1 \text{ მ/წმ}$ სიჩქრით მოძრავი წყლის სიღრმეს - $H_0 = 2 \text{ მ-ს}$ და სიგანეს ფუძეში, $b = 15 \text{ მ-ს}$. საჭიროა განისაზღვროს ტალღის ამპლიტუდა ნაპირის ხაზის გასწვრივ და მაქსიმალური სიჩქარეები, თუ არხის ცენტრალურ ნაწილში ამპლიტუდა $a_0 = 0.5 \text{ მ-ს}$.

წინასწარ ვსაზღვრავთ საანგარიშო ფორმულებში შემავალ სიდიდეებს:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.1; \quad kH_0 = 0.2; \quad \cos 60^\circ = 0.5; \quad \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = 0.4; \quad \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = 0.8;$$

$$\sinh \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = 0.89; \quad \cosh \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = 1.34 \quad \coth \frac{2kH_0}{\cos \alpha_0} = 1.51; \quad \cosh kH_0 = 1.02;$$

$$\cosh \frac{kH}{\cos \alpha_0} = 1,08; \quad \tanh \frac{kH_0}{\cos \alpha_0} = 0,38.$$

მაშინ, ნახ. 4.6.-ის თანახმად, როცა $(kH_0 / \cos \alpha_0) = 0,4$ ტალღის ამპლიტუდის ზრდის კოეფიციენტი $m = 0,23$, ხოლო თვით ამპლიტუდა, ნაანგარიშევი (4.51) ფორმულით, ნაპირის ხაზის თავზე მიაღწევს მნიშვნელობას

$$a = 0,5 \cdot \frac{1,08}{1,02} \cdot \frac{1}{\cos(0,23 \cdot 1,04)} = 0,55 \text{ მ-ს.}$$

წინა მაგალითისგან განსხვავებით, a უმნიშვნელოდ აჭარბებს არხის ცენტრალურ ნაწილში ტალღის ამპლიტუდას ($a_0 = 0,5$ მ) და, არსებული ზუსტი ამონახსნების შესაბამისად მიგვითითებს, რომ არხში გრძელი ტალღის გავრცელების შემთხვევაში, ტალღის განივი პროფილი თითქმის არ განიცდის ცვლილებას. ტალღური ზედაპირის ცვლილება შესამჩნევი ხდება მხოლოდ ნაპირის ხაზს ზევით, სადაც ფერდობის დასველების სიმაღლე წყლის შეუმფოთებელი დონიდან აღწევს $\eta' = 0,55/0,5 = 1,1$ მ-ს.

გრძელი ნაპირგასწვრივი ტალღების რხევათა სიხშირე (4.47) გამოსახულების თანახმად, ტოლია $\sigma = 0,1 \cdot 1 + (9,8 \cdot 0,1 \cdot 0,5 \cdot 0,38)^{1/2} = 0,53 \text{ წმ}^{-1}$; პერიოდი - $\tau = 2\pi / \sigma = 6,28 / 0,53 = 11,85 \text{ წმ}$; ფაზური სიჩქარე - $c = \lambda / \tau = 62,8 / 11,85 = 5,3 \text{ მ/წმ}$. ნაპირის ხაზის გასწვრივ წყლის ნაწილაკების მაქსიმალური სიჩქარეები (4. 64) და (4. 65) გამოსახულებების თანახმად ღებულობს მნიშვნელობებს:

$$u'_{\max} = 1 + 0,55 \frac{9,8 \cdot 0,1}{0,53 - 0,1} = 2,25 \text{ მ/წმ}; \quad v'_{\max} = \pm \frac{9,8 \cdot 0,1}{0,53 - 0,1} \cdot 0,55 \cdot 0,38 = \pm 0,48 \text{ მ/წმ};$$

მაგალითი 3. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა ამავე არხში, სადაც წყლის დინების საშუალო სიჩქარე $U_0 = 1 \text{ მ/წმ-ს}$, ვრცელდება ტალღები, რომელთა სიგრძე $\lambda = 6,28 \text{ მ-ს}$ ($k = 1$), ხოლო ამპლიტუდა ნაპირის ხაზის გასწვრივ - $a = 0,5 \text{ მ-ს}$

ვინაიდან $\lambda < \lambda_{\text{ზღვრ.}}$, სადაც (4.56) ფორმულით ნაანგარიშევი $\lambda_{\text{ზღვრ.}} = 9 \text{ მ}$, ტრაპეციულ არხში აღნიშნული მოკლე ტალღების გავრცელებისას, ნაპირის ხაზის მართობული (განივი) საკვანძო წირების გარდა, გვექნება ნაპირგასწვრივი საკვანძო წირებიც, რომელთა რიცხვი თითოეული ფერდობის ფარგლებში არ გადააჭარბებს 1-ს, რადგან (4.50) და (4.56) ფორმულების თანახმად

$$m = (1 \cdot 2 / 0,5 - 0,5)^{0,5} = 1,87; \quad n = \frac{1,87}{3,14} \cdot 1,043 - 0,5 = 1,18.$$

ეს საკვანძო წირები არხის ორივე ნაპირიდან, (4.63)-ის თანახმად, დაშორებული იქნება მანძილით

$$l = 2 \cdot \left(\tan 1,04 - \tan \left(1,04 - \frac{3,14}{1,87} \cdot (1 - 0,5) \right) \right) = 3,03 \text{ მ.}$$

(4.62) -ის თანახმად, ამ ტალღების სიხშირე $\sigma = 1 \cdot 1 + (9,8 \cdot 1 \cdot 0,5)^{0,5} = 3,2 \text{ წმ}^{-1}$, ხოლო პერიოდი – $\tau = 2\pi / \sigma = 1,96 \text{ წმ}$.

როცა ვიხილავთ „სტოქსის ტიპის“ მოკლე ტალღებს, წყლის თავისუფალი ზედაპირის ამსახველი (4.60) დამოკიდებულება შეიძლება შევცვალოთ ასიმპტოტური ფორმულით:

$$\eta = a \cdot \exp \left[kH_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha_0} \right) \right] \cos m(\alpha - \alpha_0) \sin(\sigma t - kx), \quad (4.69)$$

ამ ფორმულით ტალღის განივი პროფილის ასაგებად, α -ს ვანიჭებთ მნიშვნელობებს $60^\circ \geq \alpha \geq 0^\circ$, ვანგარიშობთ $\exp \left[kH_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha_0} \right) \right] = e^{f(\alpha)}$ და $\cos m(\alpha - \alpha_0)$ კოეფიციენტებს და ნაპირის ხაზიდან გაშლილობის სხვადასხვა α კუთხის შესაბამისი y დაშორებებისათვის ვადგენთ ამპლიტუდების ცხრილს (ცხრ. 4.1)

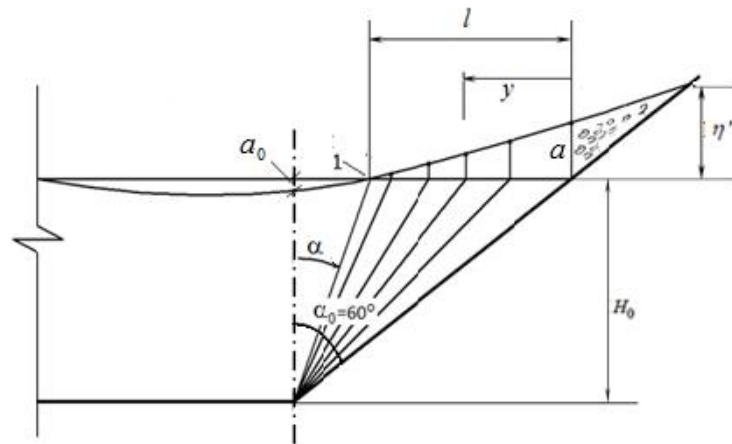
ცხრილი 4.1. არხში ნაპირგასწვრივი ტალღური ზედაპირის ნიშნულები

α°	$\cosh m(\alpha - \alpha_0)$	$e^{f(\alpha)}$	$y, \text{ მ}$	ტალღის ზედაპირის ნიშნული $\eta, \text{ მ.}$	
				ფორმ. (4.69)	სტოქსი, ფორმ. (4.2)
60	1,00	1,0	0	0,5	0,5
54	0,98	0,551	0,71	0,27	0,27
48	0,92	0,363	1,24	0,16	0,17
42	0,83	0,270	1,66	0,11	0,12
30	0,56	0,184	2,31	0,05	0,07
24	0,39	0,164	2,57	0,03	0,05
12	0,002	0,142	3,01	0,00	0,04
11,7	0,000	0,141	3,03	0,00	0,037

ცხრ. 4.1. -ში გარდა (4.69) ფორმულით დადგენილი ტალღური ზედაპირის η ვერტიკალური კოორდინატისა, შედარების მიზნით, მოყვანილია აგრეთვე

სტოქსის ზუსტი - (4.2) ფორმულით გამოთვლილი ტალღის ზედაპირის ვერტიკალური კოორდინატებიც, რომლებთანაც განსაკუთრებით კარგ შესაბამისობაშია (4.69) ფორმულით ნაანგარიშები 17-ს ნიშნულები სანაპირო ფერდობის მახლობლად, ნაპირის ხაზიდან ტალღის სიგრძის $\approx 1/3$ მანძილზე.

ცხრილ 4.1.-ში მოყვანილი სიდიდეებით ნახ.4.8-ზე აგებულია ტალღური ზედაპირის განივი ჭრილი.



ნახ. 4.8. მოკლე ნაპირგასწვრივი ტალღის განივი პროფილი ტრაპეციულ არხში. $H_0 = 2$ მ; $b = 15$ მ; $\alpha_0 = 60^\circ$; $\lambda = 62,8$ მ; $a_0 = 0,5$ მ; 1.ნაპირგასწვრივი საკვანძო წირი.

მიღებული შედეგი გვაძლევს საფუძველს დავასკვნათ, რომ არხის სანაპირო ფერდობზე, ნაპირგასწვრივი ტალღების საანგარიშოდ, შეგვიძლია ვისარგებლოთ სტოქსის ზუსტი ამოხსნებით, რომლებიც შეესაბამება მხოლოდ ცალი მხრიდან შემოსასღვრულ უსასრულოდ ღრმა წყალზე ნაპირგასწვრივი ტალღების გავრცელებას და რომლისკენაც მიისწრაფის კელანდისა და მაკდონალდის კერძო ამოხსნები 45° და 60° -ით დახრილი ფერდობების სამკუთხა არხებისთვის და აგრეთვე, ჩვენ მიერ ზემოთ მიღებული მიახლოებით ამოხსნები ნაბისმიერად დახრილი ფერდობების მქონე ტრაპეციული და სამკუთხა არხებისთვის, მაგრამ მხოლოდ იმ შეთხვევაში, როცა ტალღის სიგრძე არხში არ აჭარბებს (4.56) ფორმულით ნაანგარიშებ $\lambda_{b,l}$ მნიშვნელობას.

4.4. სამდინარო არხებში ნაპირგასწვრივი ტალღების ძირითადი საანგარიშო ფორმულები

სტოქსის ამოცანა შეეხება მხოლოდ ზღვის ნაპირგასწვრივ ტალღებს და მათ გამოსაყენებლად სამდინარო არხებისთვის, იგი საჭიროებს განზოგადებას არხში ძირითადი ნაკადის სიჩქარის მხედველობაში მიღებით. ეს განზოგადება, არხში მუდმივი U_0 სიჩქარის მქონე ნაკადზე, ატარებს ფორმალურ ხასიათს და შედეგად ვღებულობთ, რომ ნაკადზე სტოქსის ნაპირგასწვრივი ტალღების სიხშირე იანგარიშება ფორმულით

$$(\sigma - kU_0)^2 = gk \sin \theta, \quad (4.70)$$

ხოლო სიჩქარეთა ველის (4.6)÷(4.8) კომპონენტებიდან იცვლება მხოლოდ ნაპირგასწვრივი u სიჩქარე, რომელსაც ემატება (ან აკლდება – თუ ტალღები და ნაკადი ურთიერთსაწინააღმდეგოდ არიან მიმართული) ძირითადი ნაკადის U_0 სიჩქარე.

შემდგომ, უგულველვყოფთ რა ფილტრაციის სიჩქარეს, ჩვენ დაგვჭირდება სანაპირო ფერდობზე წყლის ნაწილაკთა სიჩქარის მხოლოდ ნაპირგასწვრივი და ფერდობის სიბრტყეში ნაპირის ხაზის მართობული მდგენელები. დაგვჭირდება აგრეთვე, ჰიდროდინამიკური წნევის მნიშვნელობა ფერდობის სიბრტყის ნებისმიერი წერტილის თავზე. უძრავ წყალზე ზემოთმოყვანილი ამოხსნების შესაბამისად დინებაზე ტალღური მოძრაობის ეს კომპონენტები შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$u' = \pm U_0 + AG \sin(\sigma t - kx); \quad (4.71)$$

$$v' = AG \cos(\sigma t - kx); \quad (4.72)$$

$$P = \gamma H + \gamma A \sin(\sigma t - kx), \quad (4.73)$$

სადაც γ წყლის ხვედრითი წონაა; H – ფერდობზე ნაკადის ცვალებადი სიღრმე, ხოლო A და G კოეფიციენტები არხში „სტოქსის ტიპის“ ტალღების გავრცელების შემთხვევაში, როცა $\lambda < \lambda_{\text{სტ}}$ იანგარიშება ფორმულით:

$$A = a \exp(-kH/\sin \theta); \quad (4.74)$$

$$G = (gk/\sin \theta_0)^{1/2}, \quad (4.75)$$

სადაც a ტალღის ამპლიტუდაა ნაპირის ხაზზე; $k = 2\pi/\lambda$ - ტალღური რიცხვია; λ - ტალღის სიგრძე; θ_0 - ჰორიზონტთან სანაპირო ფერდობის დახრის კუთხე.

არხში შედარებით გრძელი ტალღების გავრცელების შემთხვევაში, როცა $\lambda > \lambda_{\text{სლ}}$, ჩვენი ამონახსნების შესაბამისად, A და G კოეფიციენტები იანგარიშება ფორმულებით:

$$A = a_0 \frac{\cosh(k \cdot (H_0 - H)/\cos \alpha_0)}{\cosh k H_0 \cdot \cos m \alpha_0}; \quad (4.76)$$

$$G = \sqrt{(gk/\cos \alpha_0) \coth(k H_0/\cos \alpha_0)}, \quad (4.77)$$

სადაც a_0 ტალღის ამპლიტუდაა არხის ცენტრალურ ნაწილში (ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალზე);

H_0 - წყლის მაქსიმალური სიღრმეა;

α_0 - კუთხე სანაპირო ფერდობსა და ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალს

შორის, $a_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_0$ (ნახ.4.5. ბ);

m კოეფიციენტი იანგარიშება (4.39) დამოკიდებულებით, ან ნახ.4.6.-ზე მოყვანილი მრუდით.

ფერდობზე სითხის ნაწილაკთა სიჩქარის მოდული (4.71) და (4.72) -ის თანახმად იანგარიშება ფორმულით:

$$|\vec{V}| = [U_0^2 \pm 2U_0AG \sin(\sigma - kx) + A^2G^2]^{1/2}, \quad (4.78)$$

რომლის მაქსიმალური მნიშვნელობა - $|\vec{V}| = U_0 + AG$ მიიღება ტალღის ქიმის გავლისას, ანუ როცა $\sin(\sigma - kx) = +1$. (4.78) გამოსახულებაში „+“ ნიშანი აიღება ტალღებისა და ნაკადის თანმხვედრი მიმართულების შემთხვევაში; „-“ - როცა ტალღები ნაკადის საწინააღმდეგოდ არიან მიმართული.

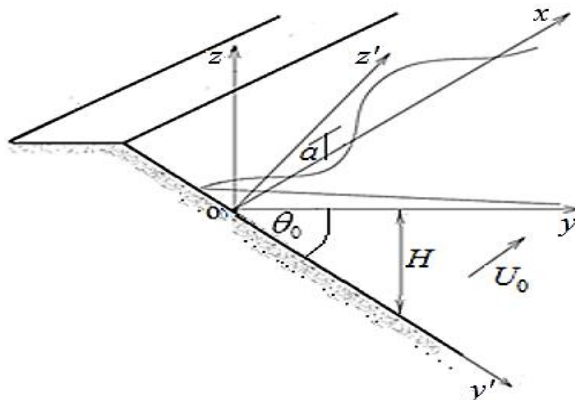
4.5. არხის სანაპირო ფერდობების მდგრადობის შეფასებისა და გამაგრების გაანგარიშების მეთოდები

4.5.1. სანაპირო ფერდობზე გრუნტის ნაწილაკების მდგრადობა ტალღური ნაკადით გარსდენისას

განვიხილოთ სანაპირო ფერდობის შემადგენელი გრუნტის რაიმე ნაწილაკის მდგრადობა, როცა ნაპირის გასწვრივ მიმართულ ნაკადზე ხდება ტალღების ზედდება.

ვთქვათ, წყლის სიღრმე ფერდობზე, გრუნტის საანგარიშო ნაწილაკის თავზე უდრის H -ს, ხოლო გრუნტის ნაწილაკის ზომები გაცილებით ნაკლებია ტალღის სიგრძესა (λ) და ნაპირთან ტალღის ამპლიტუდასთან (a) შედარებით. დავუშვათ აგრეთვე, რომ კრისტალურ ნაწილაკს აქვს კუბთან მიახლოებული ფორმა, რომლის გვერდის ზომაა d .

ვინაიდან ფერდობზე მდებარე ნაწილაკზე მოქმედებს სამგანზომილებიანი ტალღები, ნაწილაკის დაძვრა შესაძლებელია განვიხილოთ სამი მიმართულებით: კერძოდ, X ღერძის გასწვრივ, რომელიც ემთხვევა ნაპირის ხაზს; y' ღერძის გასწვრივ, რომელიც მდებარეობს ფერდობის სიბრტყეზე და მიმართულია ქვევით, წყლის დიდი სიღმეებისკენ და Z' ღერძის, ანუ სანაპირო ფერდობის სიბრტყის მართობული მიმართულებით (ნახ. 4.9). ამასთან მივიჩნიოთ, რომ ნაწილაკის სიმცირის გამო, მასზე მოქმედი ძალები მოდებულია დახრილ ფსკერზე განთავსებული ნაწილაკის სიმძიმის ცენტრში.



ნახ. 4.9. ფერდობზე ნაპირგასწვრივი ტალღების ზემოქმედების საანგარიშო სქემა

გრუნტის ნაწილაკის მდგრადობას სანაპირო ფერდობზე განაპირობებს აქტიური და დამჭერი ძალები. აქტიური ძალებია წყალქვეშ, ფერდობზე გრუნტის

ნაწილაკის წონის მდგენელი, წყლის ფილტრაციული უკუწნევა, განპირობებული ტალღური მოძრაობისას ჰიდროსტატიკურ და ჰიდროდინამიკურ წნევათა სხვაობით და შუბლა-გამტაცი ძალები, აღძრული ტალღური ნაკადით გრუნტის ნაწილაკის გარსდენისას. სხვა აქტიური ძალების ზემოქმედება, ნაწილაკის სიმცირის გამო, მხედველობაში არ მიიღება (ბაშკიროვი).

ფერდობზე ნაწილაკის დამჭერ ძალებს გარდა წონისა, განეკუთვნება კულონის ხახუნის ძალა, რომელიც მიიღება ხახუნის კოეფიციენტის გამრავლებით აქტიური ძალების გეგმილთა ჯამზე ფერდობის მართობული მიმართულებით და, თუ საქმე გვაქვს შეკავშირებულ გრუნტთან, ნაწილაკთა შეჭიდულობის ძალები.

დავაგეგმილოთ გრუნტის ნაწილაკზე მოქმედი ძალები ფერდობის მართობულ Oz' ღერძზე. ამ ღერძზე შეწონილ მდგომარეობაში ნაწილაკის წონის მდგენელი ღერძზე გამოისახება ტოლობით:

$$P_1 = -\gamma'_s \cos\theta_0 d^3, \quad (4.79)$$

სადაც $\gamma'_s = \gamma_s - \gamma$ ნაწილაკის ხვედრითი წონაა შეწონილ მდგომარეობაში; γ_s - ნაწილაკის კუთრი წონა; γ - წყლის ხვედრითი წონა.

ნაწილაკის ზედაპირზე მოქმედი ჰიდროდინამიკური წნევა გამოისახება (4.73) ტოლობით, ხოლო ნაწილაკის ძირზე მოსული ფილტრაციული უკუწნევა შეგვიძლია გავუტოლოთ ჰიდროსტატიკურ წნევას, ათვლილს სითხის შეუმფოთებელი ზედაპირიდან – $P = \gamma H$, მაშინ ამ წნევათა სხვაობით განპირობებული ძალა იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$P_2 = \gamma A \sin(\sigma t - kx) d^2. \quad (4.80)$$

ცხადია, ფილტრაციული უკუწნევით გამოწვეული ნაწილაკის ამომგდები ძალა იმოქმედებს მხოლოდ მაშინ, როცა ნაწილაკის თავზე ტალღური ზედაპირის ფაზა $\sin(\sigma t - kx) < 0$, ანუ როცა ნაწილაკის თავზე გაირბენს ტალღის ღრმული. ეს ძალა თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს ნაწილაკის თავზე ტალღის ძირის გავლისას, ანუ როცა $\sin(\sigma t - kx) = -1$.

გარდა ნაწილაკის წონის ფერდობის მიმართ ნორმალური მდგენელისა, შეკავშირებული გრუნტის არსებობის შემთხვევაში, ნაწილაკის დაძვრას Oz' ღერძის მიმართულებით წინაღობას უწევს შეჭიდულობის ძალა, რომელიც გამოისახება დამოკიდებულებით

$$P_3 = c d^2, \quad (4.81)$$

სადაც C ნაწილაკთა შეჭიდულობის კოეფიციენტი (რომლის დადგენა, შესაძლებელია კერძოდ, ცოტნე მირცხულავას რეკომენდაციებით).

ვინაიდან სანაპირო ფერდობზე ტალღური მოძრაობით გამოწვეული სიჩქარის ნორმალური მდგენელი უდრის ნულს, ცხადია გარსდენის შუბლა-გამტაცი ძალების გეგმილიც ნულის ტოლი იქნება Oz' ღერძზე. ამრიგად, Oz' ღერძის გასწვრივ ნაწილაკის სტატიკური მდგრადობის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 0, \quad (4.82)$$

ან როცა $\sin(\sigma t - kx) = -1$

$$\gamma'_s \cos \theta_0 d + c - \gamma A = 0. \quad (4.83)$$

(4.83) განტოლებიდან გრუნტის ნაწილაკის ის მინიმალური ზომა, რომელიც უზრუნველყოფს მის მდგრადობას ფერდობის სიბრტყის ნორმალური მიმართულებით ტოლი იქნება:

$$d_{z'} = \frac{\gamma A - c}{\cos \theta_0}. \quad (4.84)$$

როცა ფერდობი შედგება მსხვილი შეუკავშირებელი გრუნტისგან – ხრეშისგან ($c = 0$), შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ ფილტრაციის დეპრესიის მრუდი მცირედ ჩამორჩება ტალღას და ამიტომ $\gamma A = 0$. შესაბამისად $d_{z'} = 0$.

ფერდობის სიბრტყეში ნაწილაკის შენარჩუნებას, გარდა შეჭიდულობის ძალისა, განპირობებს ხახუნის ძალა, რომელიც იანგარიშება ნორმალური ძალების (4.82) ჯამის ნამრავლით ხახუნის f კოეფიციენტზე:

$$P_b = f(P_1 + P_2 + P_3) = -f\gamma'_s \cos \theta_0 d^3 - f\gamma A \sin(\sigma t - kx) d^2. \quad (4.85)$$

ხოლო ნაწილაკის დაძვრას განაპირობებს ნაწილაკის წონის მდგენელი Oy' ღერძის მიმართულებით

$$P_4 = \gamma'_s \sin \theta_0 d^3 \quad (4.86)$$

და შუბლა-გამტაცი ძალა, რომელიც გამოისახება ცნობილი დამოკიდებულებით

$$P_5 = \frac{\tilde{c}}{2} \rho \omega |\vec{V}| |\vec{V}_{\text{პო}}|, \quad (4.87)$$

სადაც $\tilde{c}$ არის შუბლა წინაღობის კოეფიციენტი; ρ – წყლის სიმკვრივე; ω – ნაწილაკის განივკვეთის ე.წ. მიდელის ფართი გარსდენის განივი მიმართულებით; $|\vec{V}|$ გამოსახავს ტალღური მოძრაობისას წყლის ნაწილაკთა სიჩქარის მოდულს,

რომელიც იანგარიშება (4.78) დამოკიდებულებით; $\vec{V}_{გგ}$ სიჩქარის გეგმილია შერჩეულ მიმართულებაზე.

შუბლა-გამტაცი ძალის გეგმილები ფერდობზე, ნაპირგასწვრივ Ox ღერძისა და ნაპირის ხაზის მართობული Oy' ღერძის მიმართულებით, (4.81) და (4.82) დამოკიდებულებების საფუძველზე შესაბამისად გამოისახება ფორმულებით:

$$P_{\partial x} = 0,5\tilde{c}\rho d^2 [U_0^2 \pm 2U_0AG\sin(\sigma - kx) + A^2G^2]^{1/2} [\pm U_0 + AG\sin(\sigma - kx)]; \quad (4.88)$$

$$P_{\partial y'} = 0,5\tilde{c}\rho d^2 [U_0^2 \pm 2U_0AG\sin(\sigma - kx) + A^2G^2]^{1/2} AG\cos(\sigma - kx). \quad (4.89)$$

სხვა აქტიური ძალების ზემოქმედება ნაწილაკზე შეიძლება უგულებელყოფილ იქნეს ამ ძალების სიმცირის გამო.

შევადგინოთ გრუნტის ნაწილაკის ზღვრული სტატიკური წონასწორობის განტოლებები Ox და Oy' ღერძების გასწვრივ:

Ox ღერძის მიმართულებით

$$P_{\partial x} + P_3 + P_b = 0, \quad (4.90)$$

Oy' ღერძის მიმართულებით

$$P_{\partial y'} + P_3 + P_4 + P_b = 0. \quad (4.91)$$

თუ ჩავსვამთ (4.90) და (4.91) განტოლებებში შესაბამისი ძალების მნიშვნელობებს, Ox , Oy' და Oz' მიმართულებით მოქმედი სტატიკური და დინამიკურ დატვირთვათა გათვალისწინებით ნაწილაკის სტატიკური მდგრადობის (4.82), (4.83) და (4.91) განტოლებები ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\gamma_s' d^3 \cos\theta_0 + cd^2 + \gamma Ad^2 \sin\beta = 0; \quad (4.92)$$

$$\gamma_s' f d^3 \cos\theta_0 + cd^2 - \frac{1}{2}\tilde{c}\rho d^2 (U_0 + AG)(U_0 \pm AG\sin\beta) = 0; \quad (4.93)$$

$$\gamma_s' (f \cos\theta_0 - \sin\theta_0) d^3 + cd^2 - \frac{1}{2}\tilde{c}\rho d^2 (U_0 + AG)AG\cos\beta + f\gamma A|\sin\beta|d^2 = 0, \quad (4.94)$$

სადაც d კუბზე დაყვანილი გრუნტის ნაწილაკის სიმაღლეა; შეუკავშირებელი გრუნტის შემთხვევაში შეჭიდულობის კოეფიციენტი $C = 0$; $\beta = (\sigma - kx)$ - ტალღის ფაზა; A და G სიდიდეები ფერდობის ნებისმიერ წერტილში იანგარიშება (4.74), (4.75), (4.76) და (4.77) დამოკიდებულებებით, იმისდამოკიდებით, თუ რას უდრის არხში ტალღის ზღვრული სიგრძე $\lambda_{\text{ზღ}}$ და რას უდრის ნაპირგასწვრივი საკვანძო წირების რაოდენობა n , ნაანგარიშები შესაბამისად (4.56) და (4.57) ფორმულებით.

ზემოთ მოყვანილი დამოკიდებულებები საშუალებას გვაძლევს შევავსოთ არხის ფერდობების მდგრადობა და განსაზღვროთ მათი მოსალოდნელი დეფორმაციები ნაპირგასწვრივი ტალღებით გარსდენისას. კერძოდ, გრუნტის სტატიკურად მდგრადი ნაწილაკის ზომის (დიამეტრის) დასადგენად (4.93)-(4.94) განტოლებებიდან ვიღებულობთ:

Ox ღერძის გასწვრივ –

$$d_x = \frac{1}{\gamma'_s f \cos \theta_0} \left\{ 0,5 \tilde{\rho} d^2 [U_0^2 \pm 2U_0 AG \sin(\sigma - kx) + A^2 G^2]^{1/2} \cdot |\pm U_0 + AG \sin \beta| - c \right\}, \quad (4.95)$$

Oy' ღერძის გასწვრივ –

$$d_{y'} = [\gamma'_s (f \cos \theta_0 - \sin \theta_0)]^{-1} \left\{ 0,5 \tilde{\rho} [U_0^2 \pm 2U_0 AG \sin \beta + A^2 G^2]^{1/2} \times AG \cos \beta - f A |\sin \beta| - c \right\}. \quad (4.96)$$

რაც შეეხება ზღვრულ დიამეტრს Oz' ვერტიკალური ღერძის გასწვრივ, მისი ზომის დასადგენად უნდა ვისარგებლოთ (4.84) დამოკიდებულებით, როცა ნაწილაკის თავზე გადის ტალღის ღრმული, რომლის ფაზა $\beta = -\pi / 2$.

(4.84), (4.95) და (4.96) გამოსახულებების თანახმად, ფერდობზე გრუნტის სტატიკურად მდგრადი ნაწილაკის ზომები დამოკიდებულია ნაწილაკის თავზე ტალღური ზედაპირის ფაზაზე. ფაზის ცვლილება დროში განსაზღვრავს ნაწილაკზე მოსულ ცვალებად დატვირთვებს. კერძოდ, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, გრუნტის ნაწილაკზე ფერდობის მართობულად მოქმედი ამომგდები ძალა ირთვება მხოლოდ მაშინ, როცა ნაწილაკის თავზე გადის ტალღის ღრმული. ამ დროს, Ox ღერძის მიმართულებით მცირდება, როგორც ნაწილაკის დამჭერი ხახუნის, ასევე დამძრავი შუბლა-გამტაცი ძალები, ხოლო დახრილი ფერდობის თანხვდენილი Oy' ღერძის მიმართულებით ნაწილაკის თავზე ტალღის ფსკერის გავლისას (ანუ, როცა $\sin(\sigma - kx) = -1$; $\cos(\sigma - kx) = 0$) შუბლა-გამტაცი ძალები იცვლის მიმართულებას დაღმავლიდან აღმავალსკენ და დროებით, ტალღის თხემის გავლამდე, ხელს უწყობს ფერდობზე ნაწილაკის შენარჩუნებას.

ცხადია ნაკადის მიმართულებით გრუნტის ნაწილაკის ზომა (სიმხსო), განსაზღვრული (4.95) ფორმულით, ღებულობს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, როცა ფაზა $\beta = (\sigma - kx) = \frac{\pi}{2}$ ანუ, როცა საანგარიშო ნაწილაკის თავზე გადის ტალღის ქიმი. იმ შემთხვევაში კი, როცა ტალღები ნაკადის საწინააღმდეგოდ არიან მიმართული, ნაპირის გასწვრივ გრუნტის ნაწილაკის ზღვრული ზომა მიიღება

ნაწილაკის თავზე ტალღის ფსკერის გავლისას, ანუ როცა $\beta = -\frac{\pi}{2}$. აღნიშნულის გათვალისწინებით (4.95) ფორმულა ჩავწეროთ შემდეგი გამარტივებული სახით:

$$d_x = \frac{1}{\gamma'_s f \cos \theta_0} [0,5\tilde{c} \rho (U_0 + AG)^2 - c]. \quad (4.97)$$

შედარებით რთულდება ნაკადზე ტალღის ფაზის ექსტრემალური მნიშვნელობის დადგენა, როცა განიხილება გრუნტის ნაწილაკის მდგრადობა Oy' ღერძის მიმართულებით. ამ შემთხვევაში ზღვრული დიამეტრის საანგარიშოდ, (4.96)-ის ნაცვლად, შეგვიძლია ვისარგებლოთ შემდეგი გამოსახულებით

$$d_{y'} = [\gamma'_s (f \cos \theta_0 - \sin \theta_0)]^{-1} \{0,5\tilde{c} \rho [U_0^2 + 2U_0 AG \sin \beta + A^2 G^2]^{1/2} \times AG \cos \beta_{\text{კლბ.}} - f \gamma A |\sin \beta_{\text{კლბ.}}| - c\}, \quad (4.98)$$

რომელშიც ფაზის ექსტრემალური მნიშვნელობა იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$\beta_{\text{კლბ.}} \approx \arcsin \left\{ -\frac{1}{3} \left[\frac{(U_0 + AG)^2}{2U_0 AG} - 1 \right] + \sqrt{\frac{1}{9} \left[\frac{(U_0 + AG)^2}{2U_0 AG} - 1 \right]^2 + \frac{1}{3}} \right\}. \quad (4.99)$$

სანაპირო ფერდობის წარეცხვაზე მდგრადობის შესაფასებლად საჭიროა (4.84), (4.97) და (4.98) ფორმულებით გამოთვლილ ნაწილაკის ზომათაგან ავირჩიოთ მაქსიმალური ($d_{\max}$) და შევადაროთ ის ფერდობზე გრუნტის ნაწილაკის ზომას. (როგორც წესი, საანგარიშოდ იღებენ 90% უზრუნველყოფის ფრაქციების სიმსხოს $d_{90\%}$). თუ აღმოჩნდება, რომ $d_{\max} < d_{90\%}$, ნაპირგასწვრივი ტალღა არ წარეცხავს ფერდობს. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ფერდობი დაექვემდებარება წარეცხვას და საჭიროა გახდეს მისი გამაგრება.

ჩვენ ქვემოთ განვიხილავთ სანაპირო ფერდობის გამაგრებას ქვაფენილით, ბეტონის ფილებით და ქვაცილით. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ წყლის სიღრმის მატებასთან ერთად მკვეთრად მცირდება სანაპირო ფერდობის წარეცხვები. ამიტომ, იმის მიხედვით თუ რა სიღრმე აქვს წყალს არხში, ზოგჯერ საკმარისია შემოვიფარგლოთ ფერდობის მხოლოდ ზედა ზოლის გამაგრებით.

4.5.2. სანაპირო ფერდობის დეფორმაცია ნაპირგასწვრივი ტალღებით

ცნობილია, რომ არხის ნაპირების შეუქცევად დეფორმაციებს განსაზღვრავს ტალღების მოძრაობისას აღძრული ინფილტრაციული (უკუწნევითი) ძალები (ალტუნინი). დეფორმაციის პროგნოზისათვის ვისარგებლოთ შეუკავშირებელი გრუნტის ($C=0$) სტატიკური წონასწორობის (4.92) განტოლებით და ჩავსვათ მასში A -ს (4.74) მნიშვნელობა. შედეგად მივიღებთ:

$$\gamma'_s d \cdot \cos \theta_0 - \gamma a \exp\left(-\frac{kH}{\sin \theta_0}\right) = 0, \quad (4.100)$$

სადაც $\gamma'_s = \gamma_s - \gamma$ გრუნტის ნაწილაკის ხვედრითი წონაა შეწონილ მდგომარეობაში.

გამოვსახოთ (4.100) განტოლებაში $\cos \theta_0$ და $\sin \theta_0$ სიდიდეები ფერდობის დახრილობის $m_0 = \cot \theta_0$ კოეფიციენტის მეშვეობით და განვსაზღვროთ წყლის ის ზღვრული $H = H'_0$ სიღრმე, რომლის ქვემოთ ფერდობის d ფრაქციის მქონე გრუნტი არ დაექვემდებარება წარეცხვას ფილტრაციული უკუწნევის გამო (გაგომიძე [16]):

$$H'_0 = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{1+m_0^2}} \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma'_s} \frac{a}{d} \frac{\sqrt{1+m_0^2}}{m_0}\right) \quad (4.101)$$

ამ სიღრმის ზევით ფერდობი იწყებს წარეცხვას სიღრმის კლებასთან ერთად:- არხი ფართოვდება და მისი სიგანე აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას წყლის ზედაპირზე.

წარეცხვის ზომები და ფერდობის დეფორმაციის კონტური შეგვიძლია დავადგინოთ ამავე - (4.101) დამოკიდებულებით, თუ დახრილობის m_0 კოეფიციენტს მივანიჭებთ უწყვეტად მზარდ მნიშვნელობებს და გამოვსახავთ მას $m = -\frac{dy}{dH}$ წარმოებულის სახით, სადაც y ღერძი მიმართულია ნაპირისკენ და სათავეს იღებს წყლის შეუმფოთებელ ზედაპირზე, იმ წერტილში, რომლის ქვემოთ, (4.101) დამოკიდებულებით დაფიქსირებულია ფერდობის სტაბილური წერტილის H'_0 ჩაღრმავება (ნახ. 4.10).

როგორც წესი, მიწის არხებს გააჩნიათ ფერდობის დახრილობის დიდი კოეფიციენტი $m_0 = \cot \theta_0$, რაც კიდევ უფრო მეტად იზრდება ფერდობის წარეცხვასთან ერთად. ეს გარემოება საშუალებას გვაძლევს წარეცხვის კონტურის ასაგებად (4.101) დამოკიდებულება წარმოვადგინოთ პირველი რიგის

$$m = -\frac{dy}{dH} \text{ -ით, } H'_0\text{-ს } \text{ჰი } H\text{-ით } \text{და } \text{გავითვლისწინებთ, რომ } m^2 \gg 1, \quad (4.101)$$

მიიღებს სახეს:

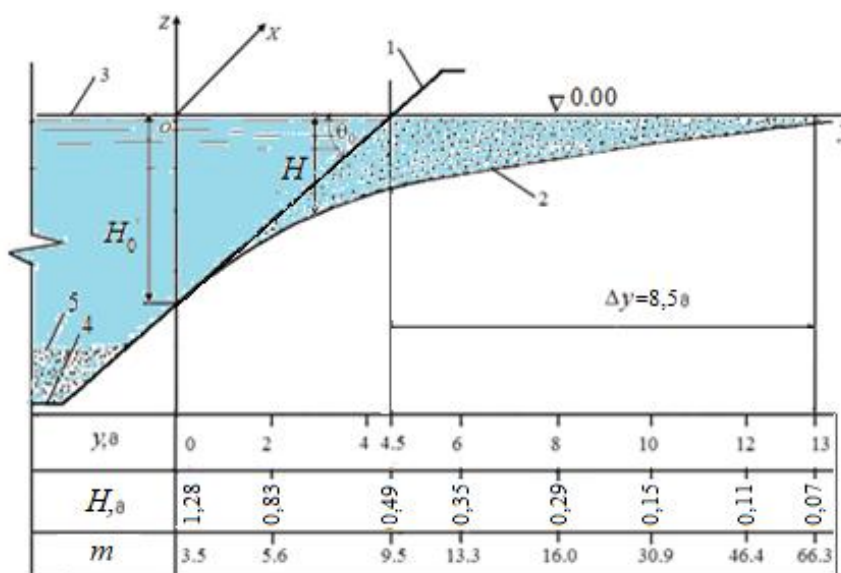
$$H = -\frac{1}{k} \frac{dH}{dy} \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma'_s} \cdot \frac{a}{d} \right). \quad (4.102)$$

თუ მივიჩნევთ, რომ ნაპირის ხაზის გასწვრივ თავდაპირველად მოცემული ამპლიტუდა a ფერდობის წარეცხვის გამო არ განიცდის არსებით ცვლილებას არხის გაგანიერებასთან ერთად, (4.102) განტოლების ამოხსნა (4.101) ტოლობით დადგენილი საწყისი პირობით: $H = H'_0$, როცა $y=0$, გვამღევს წყლის სიღრმის სამიებელ მნიშვნელობებს წარეცხილ ფერდობზე

$$H = H'_0 \exp \left[-ky / \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma'_s} \cdot \frac{a}{d} \right) \right], \quad (4.103)$$

სადაც H'_0 გამოითვლება (4.101) ფორმულით.

ნახ.4.10-ზე წარმოდგენილია წარეცხვის კონტური აგებული (4.103) დამოკიდებულებით. ნახაზზე მოყვანილი მონაცემები შეესაბამება ყარშინის (უზბეკეთი) სამელიორაციო არხს, სადაც არხის ნაპირდამცავი ფილების ნგრევა და ფერდობების წარეცხვა განაპირობა გემების მიმოსვლამ (ნახ. 4.3.).



ნახ.4.10. გრუნტში გაჭრილი ტრაპეციული არხის წარეცხვის კონტური მოკლე ნაპირგასწვრივი ტალღებით. 1. არხის ფერდობის თავდაპირველი კონტური; 2. სანაპირო ფერდობის წარეცხილი კონტური; 3. წყლის შეუმფოთებელი ზედაპირი; 4. არხის ფსკერი; 5. არხის ფსკერზე დალექილი გრუნტი

ამ არხის თავდაპირველი სიღრმე – $H_0 = 5$ მ, არხის ფერდობის საპროექტო დახრილობა $m_0 = \cot \theta_0 = 3,5$; გრუნტის ნაწილაკთა საშუალო დიამეტრი $d = 1,5 \cdot 10^{-4}$ მ; წყლისა და შეწონილ მდგომარეობაში ქვიშის ნაწილაკის ხვედრითი წონები $\gamma = 1$ ტ/მ³, $\gamma'_s = 1,6$ ტ/მ³; ნაპირგასწვრივი ტალღის სიგრძე $\lambda = 4$ მ; ტალღური რიცხვი $k = 1,57$ მ⁻¹; ამპლიტუდა წაურეცხავი ნაპირის ხაზზე $a = 0,35$ მ; ფერდობის წარეცხვის მაქსიმალური სიღრმე, ნაანგარიშები (4.101) დამოკიდებულებით $H'_0 = 1,28$ მ.

უნდა აღინიშნოს, რომ ნახ.4.10-ზე მოყვანილი შედეგები შესაბამისობაში აღმოჩნდა ამ არხზე ჩატარებულ ნატურული დაკვირვებების მონაცემებთან, რომლებიც მოყვანილია ალტუნინის მონოგრაფიაში.

როცა არხში ვრცელდება ტალღები, რომელთა სიგრძე ეთანადება ან აღემატება არხის ზომებს – სიღრმესა და სიგანეს, (4.92) განტოლებაში უნდა ჩაისვას a_0 -ის (4.51)-ით და A -ს (4.76) ფორმულებით ნაანგარიშები მნიშვნელობები, რაც $c = 0$ და $\beta = -\pi/2$ პირობებისთვის, ფერდობის წარეცხვის კონტურის ასაგებად გვაძლევს შემდეგ საანგარიშო დამოკიდებულებას:

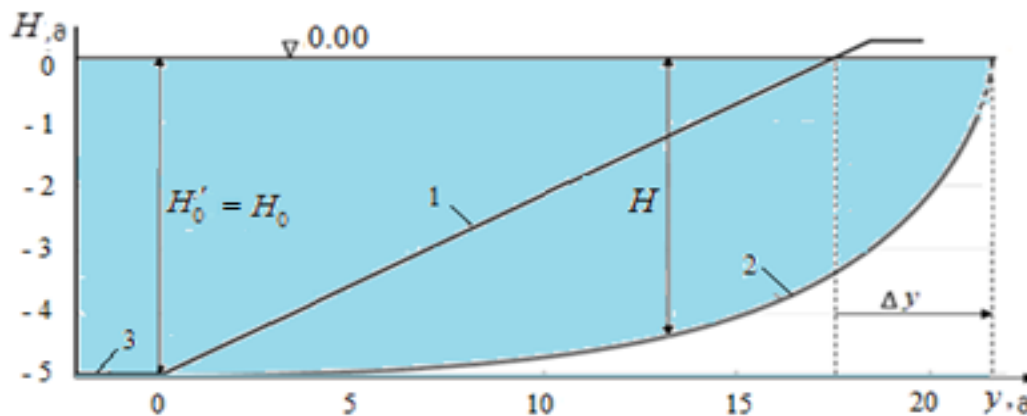
$$H'_0 = H_0 - \frac{\sin \theta_0}{k} \operatorname{acosh} \left(\frac{\gamma'_s}{\gamma} \frac{d \cos \theta_0}{a_0} \cos m \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \cosh k H_0 \right). \quad (4.104)$$

(4.104)-ში a_0 ნაპირგასწვრივი ტალღის ამპლიტუდაა, მოცემული ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალზე (ან განსაზღვრული (4.51) და (4.39)-ით, თუ ტალღის ამპლიტუდა მოცემულია თავდაპირველად წაურეცხავი ფერდობის ნაპირის ხაზზე). ტალღის მოცემული სიგრძისთვის ($\lambda = 2\pi/k$) (4.104) ტოლობიდან შეგვიძლია უშუალოდ განვსაზღვროთ a_0 ამპლიტუდის ის ზღვრული მნიშვნელობა $a_0 = a'$, რომლის დროსაც, მხოლოდ ტალღური ზემოქმედების გამო სანაპირო ფერდობის წარეცხვები აღწევს არხის ფსკერს (ე.ი. სრულდება პირობა $H'_0 = H_0$). ამ ზღვრული ამპლიტუდის მნიშვნელობაა

$$a'_0 = \frac{\gamma'_s}{\gamma} d \cos \theta_0 \cos m \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \cosh k H_0. \quad (4.105)$$

როცა $a_0 < a'_0$, ხდება ფერდობის მხოლოდ ნაწილობრივი წარეცხვა გრძელი ტალღებით, ხოლო როცა $a_0 > a'_0$, წარეცხვის კონტური მოიცავს არხის ფსკერსაც. ამასთან, ერთი კერძო შემთხვევის მაგალითზეც შეგვიძლია ვიმსჯელოთ

თუ, ამ შემთხვევაში, როგორი ტენდენცია ექნება ფერდობის წარეცხვის კონტურს (მრუდს). კერძოდ, თუ ტალღის ამპლიტუდას ფერდობის ფუძეზე აღმართულ ვერტიკალზე მივანიჭებთ მნიშვნელობას $a_0 = \frac{\gamma'_s}{\gamma} d \cos \theta_0 \cos m \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right)$ მაშინ, გამომდინარე (4.104)-დან ვღებულობთ, რომ წყლის სიღრმეები წარეცხილ ფერდობზე აღიწერება ტოლობით $H'_0 = H_0(1 - \sin \theta_0)$, რომლიც არ არის დამოკიდებული ტალღის სიგრძეზე. ამასთან, თუ ჩავთვლით, რომ $H'_0 = H(y)$ და $\sin \theta_0 = f(\theta)$, სადაც y განივი კოორდინატია, ხოლო θ - წარეცხილი ფერდობის ჰორიზონტთან დახრის კუთხე, რომელიც იცვლება საზღვრებში $0 \leq \theta \leq \pi/2$. მაშინ, თანდათანობითი მიახლოებით მივიღებთ, რომ გრძელი ტალღების ზემოქმედებით წარეცხილი სანაპირო ფერდობი ღებულობს ნახ.4.11-ზე მოყვანილ ჩაზნექილ ფორმას.

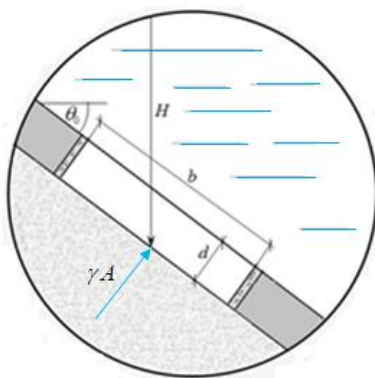


ნახ.4.11. გრძელი ნაპირგასწვრივი ტალღებით ტრაპეციული არხის ფერდოს წარეცხვის კონტური. 1. ფერდოს თავდაპირველი კონტური; 2. ფერდოს წარეცხილი კონტური; 3. არხის ფსკერი.

ამრიგად, მიღებული შედეგები საშუალებას გვაძლევს დავასკვნათ, რომ სანაპირო ფერდობებზე წყლის სიღრმესთან შედარებით მოკლე ნაპირგასწვრივი ტალღების ზემოქმედებით წარეცხილი სანაპირო ფერდობი ღებულობს ამოზნექილ ფორმას, ხოლო გრძელი ტალღების ზემოქმედების შემთხვევაში - ჩაზნექილს.

4.5.3. ფერდობების მოპირკეთებისა და ქვაყრილით გამაგრების საანგარიშო დამოკიდებულებები

ქვაფენილით ან ფილებით არხის ფერდობების მოპირკეთებისას პირველ რიგში საჭიროა მათი სისქის განსაზღვრა. ჩვეულებრივ ქვაფენილის თითოეული ქვა ან ფილა თავისი გვერდითი წახნაგებით ჩაჭედილია მეზობელი ქვების მიერ შექმნილ ბუდეში და ამიტომ მისი გადაადგილება (ძვრა) ფერდობის სიბრტყეში პრაქტიკულად გამორიცხულია. შესაძლებელია მხოლოდ მოპირკეთების ელემენტის ამოგდება თავისი ბუდიდან ფერდობის სიბრტყის მართობული Oz' ღერძის მიმართულებით (ნახ.4.9.), რასაც განპირობებს საანგარიშო ელემენტის ძირზე მოსული ფილტრაციული უკუწნევა (ნახ.4.12.).



ნახ.4.12. ფილტრაციული უკუწნევა არხის მოპირკეთების ფილზე.

ასეთ შემთხვევაში უნდა მივმართოთ წონასწორობის (4.83) განტოლებას, საიდანაც მოპირკეთების ელემენტის სისქე საანგარიშო ფერდობის ნებისმიერ ჩაღრმავებაზე იანგარიშება ფორმულით

$$d = \frac{\gamma A - c}{\gamma'_s \cos \theta_0}. \quad (4.106)$$

აქ შეჭიდულობის C კოეფიციენტის ქვეშ ვგულისხმობთ ელემენტის ფერდობთან შეჭიდულობის ძაბვას, რაც ზღვრული წონასწორობის განხილვისას შეგვიძლია გავუტოლოთ ჩაანკერების გაჭიმვაზე ან, ბლოკის გვერდითი ზედაპირის ჩაცემენტების შემთხვევაში – ძვრაზე დასაშვებ ძაბვებს. როცა ფილა ან ბლოკი თავისუფლად ძევს შეუკავშირებელი გრუნტის ფერდობზე $c = 0$. გარდა ამისა, (4.84) ფორმულისაგან განსხვავებით, არხში მოკლე ტალღების გავრცელების შემთხვევაში (4.86) ფორმულით A სიდიდის ანგარიშისას მასში, H სიღრმის

ნაცვლად, უნდა ჩაისვას $H - d \cos \theta_0$ სიდიდე (ნახ.4.12.). ასეთი ჩასმა სტოქსის ტიპის ტალღებისთვის გვაძლევს

$$d = \frac{\gamma}{\gamma'_s \cos \theta_0} a \exp \left(-k \frac{H - d \cos \theta_0}{\sin \theta_0} \right) - \frac{c}{\gamma'_s \cos \theta_0}, \quad (4.107)$$

სადაც d საანგარიშო ფილის სისქეა.

შეიძლება დაისვას შებრუნებული ამოცანაც და განისაზღვროს ფერდობზე წყლის ის სიღრმე, რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული d სისქის ფილის მდგრადობას. წყლის აღნიშნული სიღრმე, (4.105)-დან გამომდინარე, იანგარიშება ფორმულით:

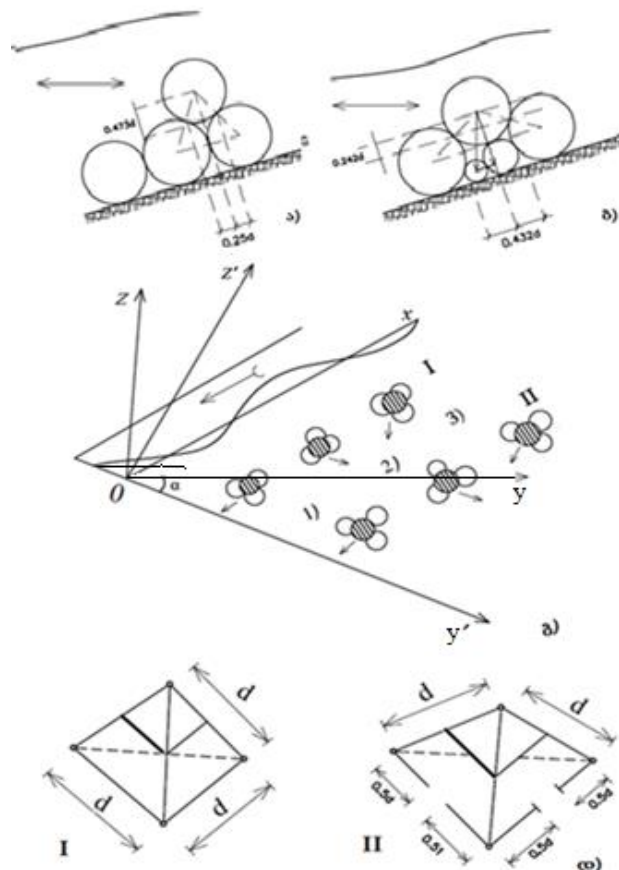
$$H = d \cos \theta_0 + \frac{\sin \theta_0}{k} \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma'_s} \cdot \frac{a}{d \cos \theta_0} \right). \quad (4.108)$$

(4.108) დამოკიდებულებით შეგვიძლია ვისარგებლოთ აგრეთვე მოპირკეთებული ფერდობის მდგრადობის შესაფასებლად. კერძოდ, თუ შევადარებთ (4.108)-ით ნაანგარიშებ წყლის სიღრმეს ნაპირთან ტალღის ამპლიტუდას და აღმოჩნდება, რომ $H < a$, მაშინ შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ d სისქის ფილებით ან იმავე - d სიმაღლის ქვაფენილით მოპირკეთებული ფერდობი მდგრადია ნაპირგასწვრივი ტალღებით გარსდენისას. წინააღმდეგ შემთხვევაში, საჭიროა გაიზარდოს მოსაპირკეთებელი ელემენტის სისქე ან შემცირდეს ფერდობების ჰორიზონტთან დახრის კუთხე.

ქვაყრილით საანგარიშო ფერდობების დაცვის საანგარიშოდ სარგებლობენ სხვადასხვა თეორიული თუ ექსპერიმენტული მეთოდით და სქემებით. შექმნილია საანგარიშო ფორმულები და გრაფიკები ქვაყრილის ლოდების დიამეტრის თუ წონის განსასაზღვრავად (ჯუნკოვსკი; ნორმატული დოკუმენტები და მითითებები [2]; შაიტანი), მაგრამ ეს ფორმულები, ითვალისწინებს ქვაყრილზე ტალღების მხოლოდ ფრონტალურ ზემოქმედებას და ამიტომ მათი გამოყენება ქვაყრილის მდგრადობის შესაფასებლად ნაპირგასწვრივი ტალღებით გარსდენისას მოითხოვს კორექტირებას. აქ, პირველ რიგში, მხედველობაში გვაქვს შაიტანის საანგარიშო სქემა, რომელიც შეეხება რა ქვაყრილზე ტალღების მხოლოდ ფრონტალურ ზემოქმედებას, ქვაყრილს წარმოგვიდგენს არა სფერული, არამედ

ცილინდრული ქვების წყობის სახით (ნახ.4.13. ა), ბ)), რაც არ ასახავს ქვყარილის ბუდეების შემქმნელი სფეროსებრი ქვების შესაძლო განლაგებას სანაპირო ფერდობზე და ფაქტობრივად მიგვითითებს ასეთი სქემის სივრცით არამდგრადობაზე.

ჩვენ მიერ შემოთავაზებულ სქემებზე (ნახ.4.13.გ)), ქვყარილის საანგარიშო ზედაპირული ქვა (ტალლის პარამეტრებთან შედარებით მცირე ზომის ლოდი) მოთავსებულია არა ორი, არამედ სამი, იმავე ფორმისა და ზომის ქვებისაგან შექმნილ ბუდეში, რომელთა ცენტრების შემაერთებელი სამკუთხედები შეიძლება ნებისმიერად იყოს განლაგებული სანაპირო ფერდობზე. ასეთი პირამიდული სქემები ერთნაირად ვარგისია ქვყარილის მდგრადობის შესაფასებლად ფერდობზე, როგორც ფრონტალური, ასევე სამგანზომილებიანი ნაპირგასწვრივი ტალღების ზემოქმედებისას.



ნახ. 4.13. სანაპირო ფერდობზე ქვყარილის მდგრადობის საანგარიშო სქემები მათზე ტალღების ზემოქმედებისას: ა), ბ) ტალღების ფრონტალური ზემოქმედებისას (შაიტანი); გ), დ) ნაპირგასწვრივი ტალღების ზემოქმედებისას (გაგოშიძე [11])

განვიხილოთ ფერდობზე საანგარიშო პირამიდის სამკუთხა ფუძის სამი ყველაზე უფრო დამახასიათებელი მდებარეობა:

1) როცა ფერდობზე ბუდის შემქმნელი ქვები ისეა განლაგებული, რომ პირამიდის წვერზე მოთავსებული საანგარიშო ქვა ყველაზე ადვილად ყირავდება ნაპირგასწვრივი მიმართულებით (ნახ.4.13, გ, პოზიცია 1));

2) როცა საანგარიშო ქვა შეიძლება გადაყირავდეს ნაპირის ხაზის მართობულად, დიდი სიღრმეებისკენ (ნახ. 4.13, გ, პოზიცია 2));

3) როცა გადაყირავების შესაძლო მიმართულება 30° -იან კუთხეს ადგენს ნაპირის ხაზთან, ანუ როცა პირამიდის ფუძის ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი გვერდი ნაპირის ხაზის პარალელურია, ხოლო ამ გვერდის მოპირდაპირე წვერო ფერდობზე დიდი სიღრმეებისკენაა მიმართული (ნახ. 4.13, გ, პოზიცია 3)).

პირველ შემთხვევაში d დიამეტრის საანგარიშო ქვის სიმძიმის ცენტრზე მოდებულ ძალთა მომენტების განტოლება ბრუნვის მყისა ღერძის მიმართ (იგი ნახ. 4.13. დ) I-II -ზე ნაჩვენებია სქელი ხაზით) ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$G' \cos \theta_0 n - 0,5 \tilde{\rho} \omega |\vec{V}|^2 b = 0, \quad (4.109)$$

სადაც G' აღნიშნავს წყალქვეშ სფეროსებრი ქვის წონას

$$G' = 0,523 \gamma'_s d^3, \quad (4.110)$$

ω საანგარიშო ქვის მიდელის კვეთის ფართობია Ox ღერძის მართობული მიმართულებით

$$\omega = 0,648 d^2, \quad (4.111)$$

n და b შესაბამისად ქვის სიმძიმისა და Ox ღერძის გასწვრივ მოქმედი შუბლა-გამტაცი ძალების მხრებია მყისა ღერძის მიმართ:

$$n = 0,145 d, \quad b = 0,41 d. \quad (4.112)$$

თუ მივიჩნევთ, რომ საანგარიშო ქვის სიმძიმის ცენტრი წყალში ჩაღრმავებულია H სიღრმეზე, (4.109)-ში სიჩქარის მოდული $|\vec{V}|$ შეგვიძლია ვიანგარიშოთ (4.78) ფორმულით. მაშინ (4.109) განტოლების ამოხსნა d დიამეტრის მიმართ გვაძლევს ერთგვაროვანი ქვაყრილის შემადგენელი ქვების იმ ზღვრულ დიამეტრს, რომელიც უზრუნველყოფს ფერდობზე ქვაყრილის მდგრადობას

ტალღური ნაკადის გავრცელების მიმართულებით. ეს დიამეტრი იანგარიშება ფორმულით

$$d_1 = 1,75 \frac{\tilde{c}\gamma}{g\gamma'_s \cos \theta_0} (U_0 + AG), \quad (4.113)$$

სადაც გათვალისწინებულია, რომ Ox ღერძის მიმართულებით ტალღის მაქსიმალური ზემოქმედება ხდება საანგარიშო ქვის თავზე ტალღის ქიმის გავლისას, ანუ, როცა $\sin(\sigma t - kx) = 1$.

მეორე შემთხვევაში, როცა შესაძლებელია საანგარიშო ქვის ამოვარდნა ბუდიდან და მისი დაგორება ფერდობის სიბრტყეში არხის ფსკერისკენ, ზღვრული წონასწორობის (მომენტების) განტოლება დებულობს სახეს:

$$G' \cos \theta_0 \cdot n - G' \sin \theta_0 b - 0,5\tilde{c}\rho\omega |\vec{V}| \vec{V}_{\text{პპ.}y'} \cdot b = 0. \quad (4.114)$$

თუ (4.114) განტოლებაში ჩავსვამთ ძალებისა და მხრების მნიშვნელობებს და გავითვალისწინებთ, რომ სიჩქარის მდგენელი Oy' ღერძის გასწვრივ

$$\vec{V}_{\text{პპ.}y'} = AG \cos(\sigma t - kx), \quad (4.115)$$

(4.114) განტოლებიდან მივიღებთ ფერდობზე დაგორების მიმართულებით ზღვრულ წონასწორობაში მყოფი ქვის დიამეტრის მნიშვნელობას, რომელიც გამოისახება ფორმულით:

$$d_2 = 0,133 \frac{\tilde{c}\gamma}{g\gamma'_s} \cdot \frac{AC \cos \beta [U_0^2 + 2U_0 AG \sin \beta + A^2 G^2]^{1/2}}{0,076 \cos \theta_0 - 0,214 \sin \theta_0}. \quad (4.116)$$

(4.116) ფორმულით ანგარიშისას მასში უნდა ჩაისვას ფაზის $\beta = (\sigma t - kx)$ -ის ექსტრემალური მნიშვნელობა, რომელიც ნაკადის ნულოვანი სიჩქარის შემთხვევაში შეესაბამება ტალღის ზურგზე არსებული საკვანძო წირის გავლას საანგარიშო ქვის თავზე, ხოლო როცა $U_0 \neq 0$ იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$\beta_{\text{პქს.}} \approx \arcsin \left\{ -\frac{U_0^2 + A^2 G^2}{6U_0 AG} \pm \left[\left(\frac{U_0^2 + A^2 G^2}{6U_0 AG} \right)^2 + 1 \right]^{1/2} \right\}. \quad (4.117)$$

მესამე შემთხვევაში, როცა საანგარიშო ქვის გადაყირავების შესაძლო მიმართულება ადგენს 30° -იან კუთხეს ნაპირის ხაზთან, მომენტების განტოლება დებულობს სახეს:

$$G' \cos \theta_0 \cdot n - G' \sin \theta_0 \cos 60^\circ - 0,5 \tilde{c} \rho \omega |\vec{V}| \vec{V}_{\text{პოვ. } x} b = 0, \quad (4.118)$$

სადაც სიჩქარის ვექტორის გეგმილი გადაყირავების მიმართულებაზე იანგარიშება ფორმულით

$$\vec{V}_{\text{პოვ. } x} = \frac{\sqrt{3}}{2} [U_0 + AG \sin \beta] + 0,5 AG \cos \beta. \quad (4.119)$$

თუ (4.118) განტოლებიდან განვსაზღვრავთ დიამეტრის ზღვრულ მნიშვნელობას, მივიღებთ:

$$d_3 = 0,115 \frac{\tilde{c} \gamma}{g \gamma'_s} \cdot \frac{[U_0 + AG(\sin \beta + 0,585 \cos \beta)]}{0,076 \cos \theta_0 - 0,107 \sin \theta_0} \times [U_0^2 + 2U_0 AG \sin \beta + A^2 G^2]^{1/2} \quad (4.120)$$

(4.120)-ის საფუძველზე ფაზის ექსტრემალური მნიშვნელობის ზუსტი ანალიზური განსაზღვრის ნაცვლად პრაქტიკისთვის სავსებით დასაშვებია სიზუსტით შეგვიძლია შემოვიფარგლოთ ფაზის იმ ექსტრემალური მნიშვნელობით, რომელიც შეესაბამება არხში ძირითადი ნაკადის ნულოვან სიჩქარეს და განისაზღვრება მნიშვნელობით $\beta_{\text{კლბ}} = \pi/3$. მაშინ (4.120) ტოლობა დაიყვანება შემდეგ საანგარიშო სახეზე:

$$d_3 = 0,115 \frac{\tilde{c} \gamma}{g \gamma'_s} \cdot \frac{(U_0 + 1,16 AG)(U_0^2 + 1,73 U_0 AG + A^2 G^2)^{1/2}}{0,076 \cos \theta_0 - 0,107 \sin \theta_0}. \quad (4.121)$$

ერთგვაროვანი ქვაყრილის შემთხვევაში ზემოთ მოყვანილი საანგარიშო ფორმულები იძლევა დიამეტრის ჭარბ მნიშვნელობებს, ვინაიდან ისინი მიღებულია ქვაყრილის ზედაპირული ქვების ყველაზე უფრო ზღვრული მდგომარეობის განხილვით.

უფრო ხშირად ქვაყრილი შედგება არაერთგვაროვანი ქვებისგან, რომლებიც შესაძლოა ფერდობზე სრულიად სხვადასხვა ფორმით იყოს განლაგებული. ამ ფორმათაგან ერთ-ერთი დამახასიათებელია საანგარიშო ზედაპირული ქვის ნახევრად ამოშვერილი მდებარეობა ბუდიდან, რომელიც შექმნილია იგივე დიამეტრის სამი ქვისგან (ნახ.4.13. გ) II). ამ შემთხვევაში ქვის შესაძლო გადაყირავების სამივე შერჩეულ მიმართულებზე იცვლება ძალთა მხრები (n , b) და მიდელის კვეთი ω , რომლებიც შესაბამისად დებულობენ მნიშვნელობებს:

$$n = 0,217d; \quad b = 0,25d; \quad \omega = 0,785d^2. \quad (4.122)$$

უცვლელი რჩება მხოლოდ შუბლა-გამტაცი ძალების მნიშვნელობები.

ამ სიდიდეების გათვალისწინებით არაერთგვაროვანი ქვაყრილის ქვის ზღვრული დიამეტრი ტალღური ნაკადის მიმართულებით იანგარიშება ფორმულით

$$d_1^* = 0,86 \frac{\tilde{c}}{g} \cdot \frac{\gamma(U_0 + AG)^2}{\gamma'_s \cos \theta_0}. \quad (4.123)$$

ფერდობზე, ნაპირის ხაზის მართობულად ჩამოგორების მიმართულებით

$$d_2^* = 0,057 \frac{\tilde{c} \gamma}{g \gamma'_s} \cdot \frac{m_0 - 2,82}{m_0 - 1,15} \frac{AG \cos \beta_{\text{ქსტ}} [U_0^2 + 2U_0 AG \sin \beta_{\text{ქსტ}} + A^2 G^2]^{1/2}}{0,076 \cos \theta_0 - 0,214 \sin \theta_0}, \quad (4.124)$$

ხოლო ნაპირის ხაზთან 30° -იანი კუთხის მიმართულებით -

$$d_3^* = 0,05 \frac{\tilde{c} \gamma}{g \gamma'_s} \cdot \frac{m_0 - 1,41}{m_0 - 0,58} \times \frac{(U_0 + 1,16 AG)(U_0^2 + 1,73 U_0 AG + A^2 G^2)^{1/2}}{0,076 \cos \theta_0 - 0,107 \sin \theta_0}. \quad (4.125)$$

(4.123)-(4.125) გამოსახულებებში m_0 ფერდობის კოეფიციენტია, $m_0 = \cot \theta_0$; ზღვის ნაპირების შემთხვევაში (4.123)-(4.125) ფორმულებში უნდა ჩაისვას $U_0 = 0$; შუბლა წინაღობის კოეფიციენტის დასადგენად შეგვიძლია ვისარგებლოთ რეკომენდაციებით, რომელთა თანახმად $\tilde{c} \approx 1,05$ (მესხელი); $\beta_{\text{ქსტ}}$ იანგარიშება (4.117) დამოკიდებულებით, ან მიახლოებით შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ $\beta_{\text{ქსტ}} = \pi/3$.

ამ დამოკიდებულებებით განვსაზღვრავთ რა ქვაყრილის ქვების ზღვრულ დიამეტრებს, მათ შორის საანგარიშოდ ვირჩევთ უდიდესს.

ადვილი შესამოწმებელია, რომ ფერდობზე წყლის სიღრმის მატებასთან ერთად მცირდება ზღვრული დიამეტრების მნიშვნელობები (ანუ იზრდება ქვაყრილის მდგრადობა), ამიტომ თავდაპირველად ანგარიში უნდა ჩატარდეს ნაპირის ხაზის გასწვრივ, სადაც წყლის სიღრმე $H = 0$.

როცა ტალღები ვრცელდება დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით საანგარიშო ფორმულებში U_0 -ის ნაცვლად უნდა ჩაისვას $-U_0$, მაგრამ ამ შემთხვევაში იცვლება ფაზის ექსტრემალური მნიშვნელობების ნიშნებიც, ასე რომ საანგარიშო ფორმულები უცვლელი რჩება.

განვიხილოთ მაგალითი: ვთქვათ არხში (რომლის პროტოტიპად არჩეულია ზემოხსენებული ყარშინის არხი) წყალსაქაჩი ტუმბოების გაჩერების შედეგად აღიძვრება გადაადგილების გრძელი ტალღები, რომელთა სიმაღლე არხის

ცენტრალურ ნაწილში $h_0 = 0,8$ მ (ამპლიტუდა $a_0 = 0,4$ მ); ტალღების სიგრძე $\lambda = 140$ მ; საჭიროა შეფასდეს არხის მდგრადობა, განისაზღვროს მოპირკეთების აუცილებლობა და დადგინდეს მოსაპირკეთებელი ფილების სისქე. თუ არხის სიგანე ფუძეში $b = 50$ მ-ს; სიღრმე $H_0 = 5,5$ მ-ს; ფერდობის კოეფიციენტი $m_0 = \operatorname{ctg} \theta_0 = 3$; ცოხალი კვეთის ფართი $\omega = 365,75$ მ². არხი გაჭრილია ქვიშნარ ნიადაგში, რომლის შეჭიდულობის კოეფიციენტი $c = 0,1$ ტ/მ². წყალსაქაჩი ტუმბოების გამოთიშვამდე არხი ატარებდა $Q = 120$ მ³/წმ ხარჯს (ალტუნინი). მაქსიმალური 120 მ³/წმ ხარჯის გატარებისას ნაკადის სიჩქარე არხში $U_0 = Q/\omega = 120/365,75 = 0,33$ მ/წმ, რაც ნაკლებია დასაშვებ სიჩქარეზე (**0,39** მ/წმ) და არ იწვევს მოუპირკეთებელი ფერდობის მდგრადობას ნაკადზე ტალღების არ არსებობის შემთხვევაში.

ტუმბოების გამოთიშვისას მართალია ხდება ძირითადი ნაკადის სიჩქარის განულება ($U_0 = 0$), მაგრამ არხში აღძრული გადაადგილების გრძელი ტალღები ქმნიან დამატებით სიჩქარეთა ველს, რომლის მოდული ფერდობის სიბრტყეზე, (4.78) დამოკიდებულების თანახმად, ტოლია $|\vec{V}| = AG$. აქ A -ს მაქსიმალური მნიშვნელობა, ნაანგარიშები (4.76) დამოკიდებულების საფუძველზე, ემთხვევა ნაპირის ხაზზე ტალღის ამპლიტუდის მნიშვნელობას, ხოლო G წარმოადგენს ტალღური მოძრაობის დაყვანილ სიხშირეს, რომელიც გაანგარიშებული უნდა იქნეს (4.77), დამოკიდებულებით. განვსაზღვროთ ამ დამოკიდებულებებში შემავალი სიდიდეები:

$$\alpha_0 = \pi/2\theta_0 = 90^\circ - 18,43^\circ = 71,57^\circ = 1,25 \text{ რად}; \cos \alpha_0 = 0,316 ;$$

$$k = 2\pi/\lambda = 6,28/140 = 0,045 ; kH_0 = 0,45 \cdot 5,5 = 0,247 ; \cos \theta_0 = 0,949 ;$$

$$kH_0/\cos \alpha_0 = 0,78 ; m = 0,46 \text{ (იხ. ნახ. 4.6)}; \cos m\alpha_0 = 0,84 ; \cosh kH_0 = 1,03 ;$$

$$\cosh(kH_0 / \cos \alpha_0) = 1,3 ; \coth(kH_0 / \cos \alpha_0) = 1,53 .$$

მაშინ, (4.77) დამოკიდებულების თანახმად

$$G = \left(\frac{9,8 \cdot 0,045}{0,316} \cdot 1,53 \right)^{1/2} = 1,46 \text{ წმ}^{-1},$$

ხოლო ნაპირის ხაზის გასწვრივ, სადაც $H = 0$ (4,76) გამოსახულება გვაძლევს

$$A = a = 0,4 \frac{1,32}{1,03 \cdot 0,84} = 0,61 \text{ მ} \quad (h = 1,22 \text{ მ}).$$

ამგვარად, ნაპირის ხაზის გასწვრივ წყლის ტალღური მოძრაობის სიჩქარის მოდული $|\vec{V}| = 0,61 \cdot 1,46 = 0,9 \text{ მ/წმ}$, რაც აჭარბებს დასაშვებ (არაგამრეცხ) სიჩქარეს და მიგვითითებს სანაპირო ფერდობის გამაგრების (მოპირკეთების) აუცილებლობაზე. უნდა აღინიშნოს, რომ ფერდობის მოპირკეთება აუცილებელია მის მთელ სიღრმეზე, რადგან არხში, გრძელი ტალღების გავრცელების გამო, წყლის ნაწილაკთა სიჩქარე მხოლოდ მცირედ კლებულობს სიღრმის მატებასთან ერთად. მართლაც, სანაპირო ფერდობის ქუსლის გასწვრივ, სადაც $H = H_0 = 5,5 \text{ მ}$ (4.76) დამოკიდებულება გვაძლევს

$$A = 0,4 \cdot 1 / 1,03 \cdot 0,84 = 0,46 \text{ მ},$$

ხოლო წყლის ნაწილაკთა სიჩქარის მოდული

$$|\vec{V}| = 0,46 \cdot 1,46 = 0,7 \text{ მ/წმ},$$

რაც კვლავ აჭარბებს დასაშვებ **0,39 მ/წმ** სიჩქარეს.

მოსაპირკეთებელი ფილის სისქეს ვანგარიშობთ (4.106) დამოკიდებულებით, რომელშიც მივიჩნევთ, რომ წყალში ფილის მოცულობითი წონა $\gamma'_s = 1,8 \text{ ტ/მ}^3$; წყლის ხვედრითი წონა $\gamma = 1 \text{ ტ/მ}^3$; შეჭიდულობის კოეფიციენტი ფილასა და ქვიშნარს შორის $c = 0,1 \text{ ტ/მ}^2$. მაშინ (4.106) გვაძლევს

$$d = \frac{1 \cdot 0,61 - 0,1}{1,6 \cdot 0,949} = 0,34 \text{ მ}$$

ფილის სიგრძესა და სიგანეს ვნიშნავთ კონსტრუქციული მოსაზრებებით.

როგორც ეს შეგვიძლია დავასკვნათ ალტუნინის მონოგრაფიაში მოყვანილი ფოტოდან (იხ. აქვე, ნახ. 4.3.), ყარშინის არხის დამცავი ფილების სისქე ნაკლებია 0,34 მ-ზე, რამაც არხის ამ უბანზე, სადაც დარღვეული იყო კავშირი მოპირკეთების ფილებს შორის ან ფილები სათანადოდ არ იყო ჩაანკერებული გრუნტში განაპირობა სანაპირო ფერდობის ნგრევა გრძელი ნაპირგასწვრივი ტალღების გავლისას.

თავი 5

გრძელი ტალღები წყლის თანაბარ და არათანაბარ დინებებზე

5.1. დამყარებულ ნაკადებზე ტალღების ტრანსფორმაციის განგარიშების არსებული მეთოდები

მდინარეთა შესართავ აკვატორიებსა და ნებისმიერი ჰიდროკვანძის გამყვან და მიმყვან არხებში არსებული დინებები, უმრავლეს შემთხვევაში, შეგვიძლია მივიჩნიოთ დამყარებულ დინებებად მათში სხვადასხვა მიზეზით აღძრულ ტალღურ მოძრაობათა არასტაციონალურობასთან შედარებით. ეს დინებები ფსკერის ტოპოგრაფიასთან ერთად მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს ნაკადის ზედაპირზე პერიოდული თუ დაუმყარებელი ტალღური მოძრაობის პარამეტრებზე, კერძოდ, ტალღების გავრცელების სიჩქარეზე, ტალღის სიგრძესა და სიმაღლეზე, რომლებიც თავის მხრივ, ძირითადი დინების სიჩქარესთან ერთად განაპირობებს კალაპოტის ფსკერისა და ფერდობების მდგრადობას, განსაზღვრავს ჰიდროტექნიკური ნაგებობების კონსტრუქციულ ზომებს, მათი ექსპლუატაციის ხანგრძლივობას და ა. შ.

ამჟამად, ისევე როგორც ცვალებადი სიღრმის მქონე უძრავ წყალზე, დამყარებულ არათანაბარ ნაკადებზე ტალღური მოძრაობის პარამეტრების დასადგენად საინჟინრო პრაქტიკაში იყენებენ ე. წ. ტალღების ტრანსფორმაციის თეორიას, რომელიც იშვიათი გამონაკლისის გარდა, ცვალებად დინებებზე ტალღური ჰიდროდინამიკის განტოლებების ზუსტი ან თუნდაც მიახლოებითი ამოხსნების არარსებობის გამო, ძირითადად ეფუძნება მუდმივი სიღრმის ($H = \text{const}$) მქონე ნაკადებზე ტალღურ მოძრაობათა კლასიკურ ამოხსნებს. უფრო ზუსტად, ტრანსფორმაციის არსებული თეორია ტალღების ენერგეტიკული ბალანსის განტოლების საფუძველზე ამყარებს კავშირს ნაკადის ერთ სიღრმეზე მოცემულ და მეორე სიღრმეზე განსაზღვრულ ტალღების პარამეტრებს შორის, როცა ამ სიღრმეების დამაკავშირებელი ფსკერი იმდენად ნელცვლადია, რომ შესაძლებელია მისი ქანობის უგულველყოფა. ამ თეორიის ფარგლებში განსაკუთრებით აღსანიშნავია ჯონსონის, ვაისფელდის, ლონგე-ჰიგინსისა და

სტიუარტის, უნას, იპენისა და ჰარლემანის, ვოინიჩ-სიანოჟენცისა და ტოგონიძის, ტეილორის და ფილიპსის შრომები. მოკლედ შევხებით ზოგიერთ მათგანს ჩვენ მიერ ქვემოთ მიღებულ შედეგებთან მათი შედარების მიზნით.

უნა განიხილავს შემთხვევას, როცა ტალღები, მოცემული ფაქტობრივად უსასრულოდ ღრმა წყალზე, შედის რა წყლის დინების არეში, ექვემდებარება ტრანსფორმაციას: - მათი ფაზური სიჩქარე $c_0 = \sqrt{gk_0} = \sqrt{g\lambda_0 / 2\pi}$ ხდება $c = U + c_u = U + \sqrt{g\lambda_u / 2\pi}$ -ის ტოლი. უნა ორივე უბანზე განიხილავს წყლის სიღრმესთან შედარებით მოკლე ტალღებს, რომელთა სიგრძის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი k_λ , გამომდინარე ტალღურ რხევათა სიხშირის მუდმივობის პირობიდან, ღებულობს მნიშვნელობას

$$k_\lambda = \frac{\lambda_u}{\lambda_0} = \frac{c_u + U}{c_0}, \quad (5.1)$$

სადაც λ_u ; λ_0 და c_u ; c_0 ტალღის სიგრძეები და ფაზური სიჩქარეებია, შესაბამისად დინების ზონაში და პრაქტიკულად უძრავ ღრმა წყალზე; უნას მიხედვით c_u და c_0 ფაზური სიჩქარეები ერთმანეთს უკავშირდება დამოკიდებულებით

$$c_u = c_0 \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{U}{c_0}} \right). \quad (5.2)$$

თუ წყალი უძრავია ურივე უბანზე ($U = 0$), ამ დამოკიდებულების თანახმად $c_u = c_0$ და $\lambda_u = \lambda_0$. როცა გვაქვს დინება და ტალღები ვრცელდება დინების მიმართულებით ($U > 0$) ყოველთვის სრულდება უტოლობა $c_u > c_0$, რის გამოც, გამომდინარე (5.1)-დან, დინების ზონაში ტალღის სიგრძე იზრდება ($\lambda_u > \lambda_0$). დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით ($U < 0$) ტალღების გავრცელების შემთხვევაში კი პირიქით, - კლებულობს. როცა $U > |c_0 / 4|$ ფაზური სიჩქარე განსაზღვრული (5.2) დამოკიდებულებით, ხდება წარმოსახვითი და ტალღები კარგავენ მდგრადობას: - ისინი დამსხვრეული ფრონტით გადააგილდებიან დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით.

ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის დადგენისას უნა იყენებს ენერგეტიკულ მეთოდს. ამასთან მიიჩნევს, რომ უძრავი წყლის ზონაში ტალღის ენერგია გადაიტანება $c_0 / 2$ სიჩქარით, ხოლო დინებაზე $(c_u / 2) + U$

სიჩქარით, რის გამოც ენერგიის ნაკადის ბალანსის (მუდმივობის) განტოლება დაიყვანება ტალღის სიმაღლის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტის შემდეგ ფორმულაზე:

$$k_h = \frac{h_u}{h_0} = \left(\frac{c_0}{c_u + 2U} \right)^{1/2}, \quad (5.3)$$

სადაც h_u და h_0 ტალღის სიმაღლეებია, შესაბამისად წყლის მოძრავ და უძრავ უბნებზე.

(5.3) დამოკიდებულების თანახმად დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით ($U < 0$) მატულობს ტალღის სიმაღლე, ხოლო დინების მიმართულებით პირიქით, - კლებულობს. გარდა ამისა, როცა $c_u = -2U$, ტალღის სიმაღლე უსასრულოდ იზრდება ანუ ტალღა იმსხვრევა.

ვაისფელდი, უნასგან განსხვავებით, დინებაზე ტალღის გავრცელების სიჩქარისთვის იყენებს გამარტივებულ დამოკიდებულებას $c_u = c_0 + U$. მიუხედავად სხვადასხვა მიდგომისა, ამ ორივე პუბლიკაციაში (რომლებიც თავის მხრივ ეყრდნობა ფილიპსის კონცეფციას), ტალღების მსხვრევა ხდება შემხვედრი დამყარებული ნაკადის სიჩქარის ერთი და იგივე მნიშვნელობის დროს, კერძოდ როცა $U = -c_0 / 4$.

ჯონსონიც სიღრმის ცვლილების მხედველობაში მიუღებლად განიხილავს დინებაზე ტალღების ტრანსფორმაციას, რაც ნიშნავს, რომ ამ ნაშრომშიც საქმე გვაქვს მხოლოდ წყლის სიღრმესთან შედარებით მოკლე ტალღებთან.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია თ. ვოინიჩ-სიანოჟენცკისა და ნ. ტოგონიძის პუბლიკაციები [2,3,4], რომლებშიც განხილვა ცვლადი სიღრმის ნაკადებზე ტალღების ტრანსფორმაცია. ეს შრომები ეყრდნობა გრავიტაციული ტალღების წრფივი და არაწრფივი თეორიის კლასიკურ ამოხსნებს. მათში ტალღის ამპლიტუდის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$k_a = \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{S_{0(1)}}{S_{0(2)}}} \left[\frac{1 \pm \frac{U_1}{2S_{0(1)}} \left(1 + 2 \frac{S_{0(1)}}{c_{0(1)}} \right)}{1 \pm \frac{U_2}{2S_{0(2)}} \left(1 + 2 \frac{S_{0(2)}}{c_{0(2)}} \right)} \right], \quad (5.4)$$

სადაც ინდექსებით 1 და 2 აღნიშნულია ტალღური მოძრაობის სხვადასხვა H_1 და H_2 სიღრმეებზე შესაბამისად მოცემული და საძიებელი პარამეტრები; ნიშნები „+“

და „-“ შეესაბამება ტალღების გავრცელებას ნაკადის თანხვედნილი და საწინააღმდეგო მიმართულებით; C_0 აღნიშნავს ტალღის გავრცელების ფაზურ სიჩქარეს H სიღრმის მქონე მდგარ წყალზე; S_0 ტალღების მიერ ენერგიის გადატანის ჯგუფური სიჩქარეა, რომელიც იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$S_0 = \frac{C_0}{2} \left(1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right); \quad (5.5)$$

$k = 2\pi/\lambda$ ტალღური რიცხვია; λ -ტალღის სიგრძე, რომლის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი, გამომდინარე პერიოდული ტალღური მოძრაობის სიხშირის მუდმივობის პირობიდან იანგარიშება ფორმულით:

$$k_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{U_1 \pm C_{01}}{U_2 \pm C_{02}}. \quad (5.6)$$

აქვე აღვნიშნავთ, რომ (5.4) და (5.6) დამოკიდებულებები შესაბამისობაშია ჯონსონის, ლონგე-ჰიგინსისა და სტიუარტის შედეგებთან, რადგან მათში, ისევე როგორც სხვა ავტორთა შრომებში, რომლებიც ეყრდნობა ენერგეტიკულ მიდგომებს, ტალღის სიგრძეები მატულობს დინების თანხვედნილი მიმართულებით და კლებულობს, როცა ტალღები დინების საწინააღმდეგოდ არიან მიმართული.

უძრავი წყლის (კერძოდ ზღვის) სანაპირო ფერდობის მცირე დახრილობისა და ნაპირთან გრძელი ტალღების¹ ფრონტალურად მოსვლის შემთხვევაში, ამავე შედეგამდე მივყავართ ქვემოთ მოყვანილ ჩვენს ამოხსნებს, რომლებშიც არ ვსარგებლობთ ენერგეტიკული მეთოდით, მაგრამ მიუხედავად ამგვარი თანხვედნისა, როცა საკითხი ეხება დინების ფაქტორის გათვალისწინებას, ე.წ. მცირე წყლის ტალღურ განტოლებათა უშუალო ამოხსნა იძლევა ზემოთმოყვანილი ენერგეტიკული მეთოდებისაგან მნიშვნელოვნად გასხვავებულ, შეიძლება ითქვას დიამეტრალურად საწინააღმდეგო შედეგებს, რაც ნაჩვენებია მომდევნო პუნქტებში დინებაზე ჰიდროდინამიკის გრძელტალღოვან განტოლებათა სისტემის კორექტული გაწვრივებისა და ასიმპტოტური ამოხსნის საფუძველზე.

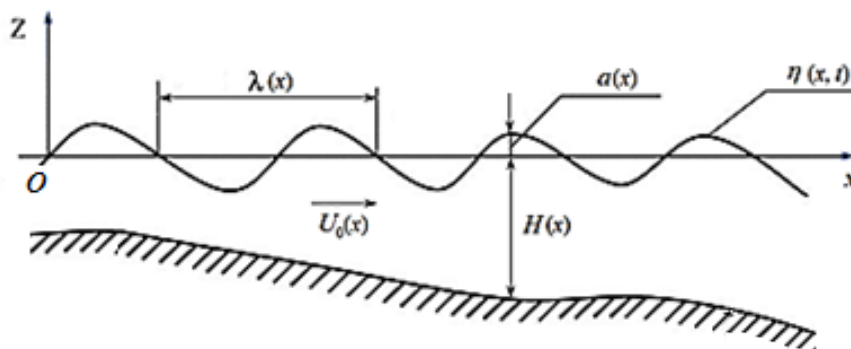
5.2. გრძელი ტალღები ცვალებადი სიჩქარის

¹ შეგახსენებთ, რომ გრძელი ეწოდება ტალღას, რომლის სიგრძე 20-ჯერ და მეტად აჭარბებს წყლის სიღრმეს.

დამყარებულ ნაკადებზე

ერთგანზომილებიანი ბრტყელი ამოცანის ფარგლებში განვიხილოთ ტალღების გავრცელება ნებისმიერად ცვალებადი სიჩქარისა და სიღრმის მქონე დამყარებულ ნაკადებზე. ასეთი ტალღები ხშირად წარმოიქმნება, მაგალითად მდინარეთა ზღვაში შესართავ აკვატორიებში; ჰიდროტექნიკური ნაგებობების ბიეფების შემაუღლებელ სწრაფდენებში, ე.წ. დრესლერის ტიპის მგორავი ტალღების სახით; დახრილ ასფალტირებულ ქუჩებზე, რაც გამოიხატება წვიმის ნიაღვრის ფენა-ფენა ტალღების სახით ჩავლაში და ა.შ. და ბოლოს, აქ განხილული თეორიის ფარგლებში შეიძლება ახლებურად აიხსნას ჰიდრავლიკური ნახტომის მოვლენა, რომლიც ნაგებობათა ჰიდრავლიკის ნებისმიერ სახელმძღვანელოშია აღწერილი, მაგრამ მხოლოდ ენერგიის ნაკადის მუდმივობის კანონის საფუძველზე (აგროსკინი, ჩერტოუსოვი, ჩუგაევი და სხვ.).

ნახ.5.1-ზე წარმოდგენილია ტალღების საანგარიშო ცვალებადი სიჩქარისა და სიღრმის ნაკადებზე.



**ნახ.5.1. გრძელი ტალღების საანგარიშო სქემა
ნებისმიერად ცვალებადი სიღრმის ნაკადზე**

ასეთი ნაკადის ზედაპირზე გრძელი ტალღების გავრცელების ზოგად არაწრფივ განტოლებათა სისტემას აქვს შემდეგი სახე (სტოკერი, ლამბი და სხვ.):

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}; \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u' (H + \eta) = 0, \quad (5.8)$$

რომელთაგან (5.7) - დინამიკის, ხოლო (5.8) - უწყვეტობის განტოლებებია ჩაწერილი ნახ.5.1-ზე მოყვანილი სქემის შესაბამისად; u' წყლის ნაწილაკთა

ჰორიზონტალური სიჩქარეა, რომელიც შედგება მდინარის ნაკადის დამყარებული $U_0(x)$ სიჩქარისა და წყლის ნაწილაკთა ტალღური მოძრაობით განპირობებული $u(x,t)$ სიჩქარეთა ჯამისაგან:

$$u' = U_0(x) + u(x,t), \quad (5.9)$$

ჩავსვით (5.9) აღნიშვნა გრძელტალღოვან მოძრაობათა არაწრფივ (5.7)-(5.8) განტოლებათა სისტემაში და წარმოვადგინოთ ეს სისტემა დივერგენტული ფორმით. შედეგად მივიღებთ არაწრფივ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_0^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (U_0 u) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}; \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (U_0 H) + \frac{\partial}{\partial x} (U_0 \eta) + \frac{\partial}{\partial x} (u \eta) = -\frac{\partial}{\partial x} (u H). \quad (5.11)$$

(5.7)-(5.8) ან (5.10)-(5.11) განტოლებათა სისტემის გაწრფივებისას ტრადიციულად მიიჩნევენ, რომ ტალღურ შეშფოთებათა ვერტიკალური კოორდინატი η (ან ამპლიტუდა a) მნიშვნელოვნად მცირე სიდიდეა წყლის H სიღრმესთან შედარებით ($\frac{\eta}{H} \ll 1$), რის გამოც მცირეა აგრეთვე (5.10)-(5.11) სისტემაში შემავალი მეორე რიგის წევრები, რომლებიც მოიცავს ტალღურ შეშფოთებათა სიჩქარის კვადრატს (u^2) და სიჩქარისა და სიმაღლის ($u\eta$) ნამრავლებს, რომლებსაც თავიდანვე უგულველყოფენ არა მხოლოდ მაშინ, როცა $U_0 = 0$, არამედ მაშინაც, როცა $U_0 = \text{const} \neq 0$ (ლამბი, სტოკერი, კოჩინი და სხვ.). მაგრამ ამგვარმა უგულველყოფამ (გაწრფივებამ) იმ შემთხვევაში, როცა $U_0 = \text{const} \neq 0$ შეიძლება მიგვიყვანოს რეალურისგან მნიშვნელოვნად განსხვავებულ შედეგებამდე, თუ (5.10)-(5.11) სისტემის გაწრფივებისას არ დავიცავთ გარკვეულ თანმიმდევრობას და პირობებს, რომლებიც ქვემოთაა განხილული.

პირველ რიგში აღვნიშნავთ, რომ თუ გვსურს გავარკვიოთ რა გავლენას ახდენს ძირითადი ნაკადის U_0 სიჩქარე ტალღურ მოძრაობაზე, იგი უნდა მივიჩნიოთ სითხის ნაწილაკების ტალღური მოძრაობით განპირობებულ u სიჩქარეზე დიდად. წინააღმდეგ შემთხვევაში (5.10)-(5.11) სისტემის გაწრფივება აუცილებლად გამოიწვევს ძირითადი ნაკადის - მდინარის U_0 სიჩქარის შემცველი წევრების გამორიცხვასაც. გარდა ამისა, თუ თავიდანვე ერთდროულად უგულველყოფთ წევრებს, რომლებიც მოიცავს u^2 -სა და $u\eta$ ნამრავლს, მივიღებთ შედეგებს, რომლებსაც ექნებათ კლასიკური ამოხსნების სახე, როცა

$H = const$, ხოლო თუ უგულველყოფთ მხოლოდ u^2 -ის მომცველ წევრს და ამავე დროს, ვიდრე არ შევაფასებთ $u\eta$ ნამრავლში შემავალი წევრების წრფივადობას, კორექტულად შევინარჩუნებთ მას, აღმოვაჩინოთ, რომ ეს ნამრავლი მოიცავს პირველი რიგის წრფივ წევრსაც, რომელიც არ ექვემდებარება უგულველყოფას.

ნათქვამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ გაწრფივების ეს შემთხვევები ცალ-ცალკე, რისთვისაც შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad (5.12)$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{U_0^2}{2} \right), \quad (5.13)$$

სადაც φ ტალღურ შემფოთებათა სიჩქარის საძიებელი პოტენციალია.

ადვილი შესამჩნევია, რომ (5.13) აღნიშვნის შემოღებით იგივეურად კმაყოფილდება (5.10) განტოლება, რომელიც ზუსტად გამომდინარეობს, ტალღური ჰიდროდინამიკის ფუნდამენტური განტოლებისგან (კოჩინი, ლამბი, სტოკერი) და ამავე დროს, მიგვითითებს მეტად საყურადღებო ფაქტზე: იმ შემთხვევაშიც კი, როცა არ გვაქვს ტალღური შემფოთებები ($\varphi = 0$), იდეალური სითხის მოდელის ფარგლებში, სტაციონალური ნაკადის ზედაპირის η კოორდინატიც დაბლაა ზღვის სტატიკურ (ნულოვან) დონესთან შედარებით $U_0^2/2g$ ტოლი სიდიდით. მდინარის ზღვასთან შეუღლების სწორედ ამგვარი სურათი მოჰყავს ცნობილ ჰიდრომექანიკოსს და ოკეანოლოგს, პრაუდმენს თავის მონოგრაფიაში „დინამიკური ოკეანოგრაფია“. მდინარეთა შესართავ უბნებში $U_0^2/2g$ სიდიდე მართლაც იმდენად მცირეა, რომ უმრავლეს შემთხვევაში დასაშვებია მისი უგულვებლყოფა, მაგრამ როცა საკითხი ეხება ჰიდროტექნიკური ნაგებობებში ტალღებისა და დინების ურთიერთქმედებას, U_0^2 -ის უგულველყოფა ან შენარჩუნება (5.13)-ში და აქედან გამომდინარე, $u\eta$ ნამრავლში (რომელიც შედის (5.11) განტოლებაში), გვაძლევს როგორც ხარისხობრივი, ასევე რაოდენობრივი თვალსაზრისით ერთმანეთისგან მკვეთრად განსხვავებულ შედეგებს.

მართლაც, თუ თავიდანვე უგულველყოფთ u^2 და $u\eta$ -ს შემცველ წევრებს, და გავითვალისწინებთ, რომ x ღერძის გასწვრივ ცვალებადი დამყარებული დინების დაყვანილი ხარჯი $q = U_0 H = const$, (5.11) განტოლებაში (5.12) და (5.13) აღნიშვნების ჩასმისა და გაწარმოება-გაწრფივების პროცედურის შესრულების

შედეგად მივიღებთ, ტალღების φ პოტენციალის შემდეგ საანგარიშო განტოლებას:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + (U_0^2 - gH) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(2U_0 \frac{\partial U_0}{\partial x} - g \frac{\partial H}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{3}{2} U_0^2 \frac{\partial U_0}{\partial x}. \quad (5.14)$$

მეორე მხრივ, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $u\eta$ ნამრავლი მოიცავს პირველი რიგის U_0^2 -იან წევრსაც: $u\eta \approx \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{U_0^2(x)}{2}$ და შევინარჩუნებთ მას, (5.11)-ის

გაწრფივება მოგვცემს

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + \left(\frac{3}{2} U_0^2 - gH \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(3U_0 \frac{\partial U_0}{\partial x} - g \frac{\partial H}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{3}{2} U_0^2 \frac{\partial U_0}{\partial x}. \quad (5.15)$$

როგორც ვხედავთ, ამ ორივე წრფივი განტოლების შესაბამის წევრებს აქვთ ერთი და იგივე ან ერთი და იგივე რიგის ცვლადი კოეფიციენტები, მაგრამ მიუხედავად ამ მსგავსებისა, მათ მივყავართ ერთმანეთისგან მნიშვნელოვნად განსხვავებულ შედეგებამდე. კერძოდ, თუ განვიხილავთ კლასიკურ ამოცანას გრძელი ტალღების გავრცელებაზე მუდმივი სიღრმისა და სიჩქარის მქონე ნაკადებზე ($H = const$; $U_0 = const$), მაშინ (5.14) და (5.15) განტოლებები შესაბამისად ღებულობს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + (U_0^2 - gH) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0; \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + \left(\frac{3}{2} U_0^2 - gH \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0. \quad (5.17)$$

წარმოვადგინოთ ამ განტოლებათა ამოხსნა კომპლექსურმაჩვენებლიანი პერიოდული ფუნქციის სახით

$$\varphi = A \cdot \exp i(\sigma t \pm kx), \quad (5.18)$$

სადაც, ნიშანი „+“ აიღება დინების საწინააღმდეგოდ მიმართული ტალღებისთვის, ხოლო „-“, როცა ტალღების მიმართულება ემთხვევა დინების მიმართულებას; A პოტენციალის განზომილების მქონე ნებისმიერ მუდმივია; i - წარმოსახვითი ერთეული.

თუ (5.18)-ს ჩავსვამთ (5.16) განტოლებაში მივიღებთ რომ დინების საწინააღმდეგოდ მიმართული ტალღებისთვის სრულდება ტოლობა

$$(\sigma + kU_0)^2 = k^2 gH, \quad (5.19)$$

საიდანაც ტალღურ რხევათა სიხშირე

$$\sigma = -kU_0 + k\sqrt{gH}, \quad (5.20)$$

ხოლო ტალღების გადაადგილების ფაზური სიჩქარე

$$c = -\frac{\sigma}{k} = U_0 - \sqrt{gH}. \quad (5.21)$$

დინების მიმართულებით ტალღების გავრცელების შემთხვევაში (ნიშანი „-“ (5.18)

გამოსახულებაში) (5.21) განტოლებიდან ვღებულობთ

$$(\sigma - kU_0)^2 = k^2 gH, \quad (5.22)$$

საიდანაც ფაზური სიჩქარე

$$c = \frac{\sigma}{k} = U_0 + \sqrt{gH}. \quad (5.23)$$

(5.19)-(5.23) ფორმულები წარმოადგენს მუდმივი სიღრმისა და სიჩქარის ნაკადებზე გრძელი ტალღების გავრცელების კარგად ცნობილ ამონახსნებს (სტოკერი, კოჩინი, ზოგომოლოვი და სხვ/). ამავე ამოხსნებთან მივყავართ აგრეთვე უძრავ წყალზე ტალღური მოძრაობის განტოლებებს თუ ფორმალურად გამოვიყენებთ კოორდინატთა გარდაქმნის გალილეის მეთოდს (პელინოვსკი [4]) და X კოორდინატს შევცვლით $X \pm Ct$ -ით.

ახლა განვიხილოთ (5.17) განტოლება და ჩავსვათ მასში (5.18) ამოხსნა. ამ ჩასმის შედეგად (5.17) დაიყვანება σ და k -ს დამაკავშირებელ შემდეგ სახის ალგებრულ განტოლებაზე:

$$\sigma^2 \pm 2kU_0\sigma + \frac{3}{2}k^2U_0^2 = k^2 gH. \quad (5.24)$$

ჩავწეროთ იგი შემდეგი სახით:

$$(\sigma \pm kU_0)^2 = \left(gH - \frac{U_0^2}{2}\right)k^2. \quad (5.25)$$

ამ ტოლობებში (და ყველგან ქვემოთ), ზედა ნიშნები შეესაბამება ტალღების გავრცელებას დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, ხოლო ქვედა - ტალღების გავრცელებას დინების მიმართულებით.

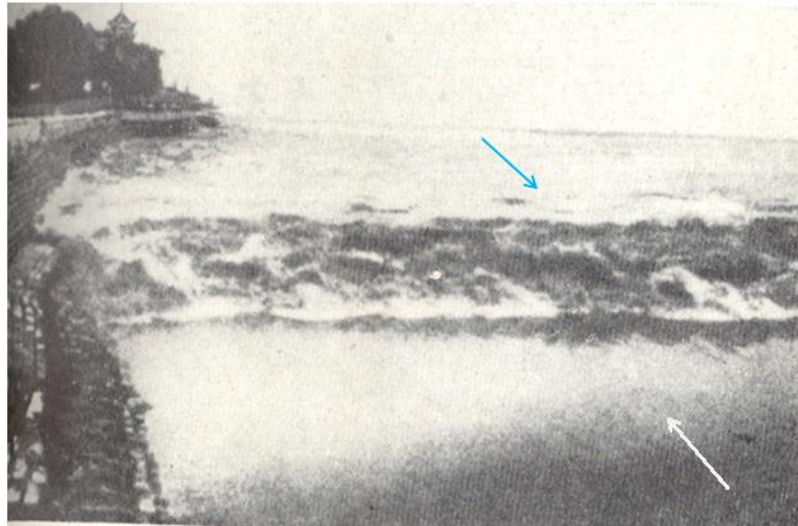
(5.25) ტოლობიდან გამომდინარე, ტალღების გავრცელების ფაზური სიჩქარე დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, $c = -\sigma/k$, იანგარიშება ტოლობით:

$$c = U_0 - \sqrt{gH - \frac{U_0^2}{2}}, \quad (5.26)$$

რომელიც მნიშვნელოვნად განსხვავდება (5.21) დამოკიდებულებისაგან. კერძოდ, (5.21)-ის თანახმად, ფაზური სიჩქარე $c = 0$ და ტალღები არ ვრცელდება დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, თუ $U_0^2 = gH$, ანუ, როცა ფრუდის რიცხვი $Fr_0 = U_0^2 / gH \geq 1$. (5.26) ტოლობიდან გამომდინარე კი, ტალღების ბლოკირების (შეჩერების) პირობა $c = 0$ სრულდება მაშინ, როცა $Fr_0 = U_0^2 / gH \geq 2/3$. ამასთან, ბლოკირების პირობა წინ უსწრებს ტალღის დამსხვრევის პირობას: $Fr_0 = U_0^2 / gH \geq 2$, რომლის დროსაც, (5.26)-ში ფესვქვეშა გამოსახულება ხდება უარყოფითი. ამ შემთხვევაში ტალღურ რხევათა სიხშირე σ ღებულობს კომპლექსური მნიშვნელობას და (5.18) ამოხსნა დროში მიისწრაფის უსასრულობისკენ, რასაც მივყავართ ჰელმჰოლცისეულ არამდგრადობამდე და რაც რეალურად გამოიხატება ტალღის დამსხვრევაში და ე.წ. სრულყოფილ ჰიდრავლიკური ნახტომის წარმოქმნაში.

5.3. ჰიდრავლიკური ნახტომი, როგორც უკუდინებით შეჩერებული გრძელი ტალღა

(5.26) დამოკიდებულებით კარგად იხსნება ცდებით მრავალჯერ დადასტურებული (ბახმეტიევი, ჩერტოუსოვი, როუზი და სხვ.) ის ფაქტი, რომ ფრუდის რიცხვის ერთის მახლობელ დიაპაზონში, კერძოდ, (5.26)-ის თანახმად როცა $\frac{2}{3} \leq Fr_0 \leq 2$, ტალღა ვერ გადაადგილდება დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით და ღებულობს ე.წ. „ნახტომ-ტალღის“ ფორმას, ხოლო სრულყოფილი ჰიდრავლიკური ნახტომი დამსხვრეული ფრონტით წარმოქმნება მხოლოდ მაშინ, როცა $Fr_0 > 2$. იმ შემთხვევაში კი, როცა $Fr_0 < \frac{2}{3}$ გრძელი ტალღა თავისუფალად გადაადგილდება დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, ანუ დიდი სიღრმის მქონე ნაკადი (გრძელი ტალღა) ფარავს მცირე სიღრმის შემხვედრ ნაკადს. მართლაც, თუ დავაკვირდებით ფოტოს ნახ.5.2-ზე, ოკეანის მოქცევის გრძელი ტალღა, ფაქტობრივად დამსხვრეული ფრონტის გარეშე გადაადგილდება მდინარის შესართავში დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, სადაც, ჩვეულებრივ, მდინარის ფრუდის რიცხვი $Fr_0 \ll \frac{2}{3}$.



ნახ.5.2. ოკეანის მოქცევის ტალღა (ბორი) მდ. ძიან-ტანგის შესართევში (სტოკერი, ნახ.10.6.3)

უნდა აღინიშნოს, რომ ჰიდრავლიკური ნახტომის ზემოთ მოყვანილ დიაპაზონში ($\frac{2}{3} \leq Fr_0 \leq 2$) ჩატარებული ექსპერიმენტული კვლევების შედეგები ვერ პოულობს ვერც რაოდენობრივ და ვერც ხარისხობრივ ახსნას ჰიდრავლიკური ნახტომის ბელანჟეს აღიარებული თეორიის ფარგლებში (ჰარლემანი, აგროსკინი, ბოგომოლოვი, ჩერტოუსოვი, ჩუგაევი და სხვ). ჰიდრავლიკური ნახტომის დეტალური ანალიზი ცილდება წინამდებარე მონოგრაფიის ფარგლებს, მაგრამ, გარკვეული მიახლოებით, (5.26) დამოკიდებულების საფუძველზე შეგვიძლია განვსაზღვროთ ნახტომის შეუღლებული სიღრმეებიც. ამისათვის მივმართოთ (5.26)-ის ინტერპრეტაციას და მივიჩნიოთ, რომ ჰიდრავლიკური ნახტომი არის $H = h'$ სიღრმეზე ნაკადის $U_0 = U_2$ სიჩქარით შეჩერებული ($c = 0$) გრძელი ტალღა, ანუ მივიჩნიოთ, რომ როცა ხდება ჰიდრავლიკური ნახტომი, (5.26)-ის თანახმად სრულდება ტოლობა:

$$U_2^2 = gh' - \frac{U_2^2}{2}, \quad (5.27)$$

სადაც h' ნახტომის პირველი შეუღლებული სიღრმეა. ამასთან, ტრანზიტული ხარჯის მუდმივობის კანონი გვაძლევს

$$U_2 = \frac{h'}{h''} U_1, \quad (5.28)$$

სადაც h'' ნახტომის საძიებელი მეორე შეუღლებული სიღრმეა, ხოლო U_1 - მძაფრი ნაკადის სიჩქარე, მოცემული h' სიღრმის კვეთში. (5.28)-ის ჩასმით (5.27)-ში მივიღებთ ნახტომის შეუღლებულ სიღრმეთა მარტივ საანგარიშო ფორმულას

$$\frac{h''}{h'} = \sqrt{\frac{3}{2} Fr_1} = 1,225 \sqrt{Fr_1}, \quad (5.29)$$

სადაც $Fr_1 = U_1^2 / gh'$ ფრუდის რიცხვია განსაზღვრული პირველი შეუღლებული სიღრმის მქონე კვეთში. (5.29)-დან გამომდინარე, სიღრმეები $h'' = h'$, ანუ არ გვაქვს ჰიდრავლიკური ნახტომი, როცა $Fr_1 = 2/3$, ხოლო ტრადიციული გაგებით სრულყოფილი ჰიდრავლიკური ნახტომი, გაორმაგებული პირველი შეუღლებული სიღრმით $h'' = 2h'$, წარმოიქმნება მაშინ, როცა $Fr_1 = \frac{8}{3} \approx 2,67$.

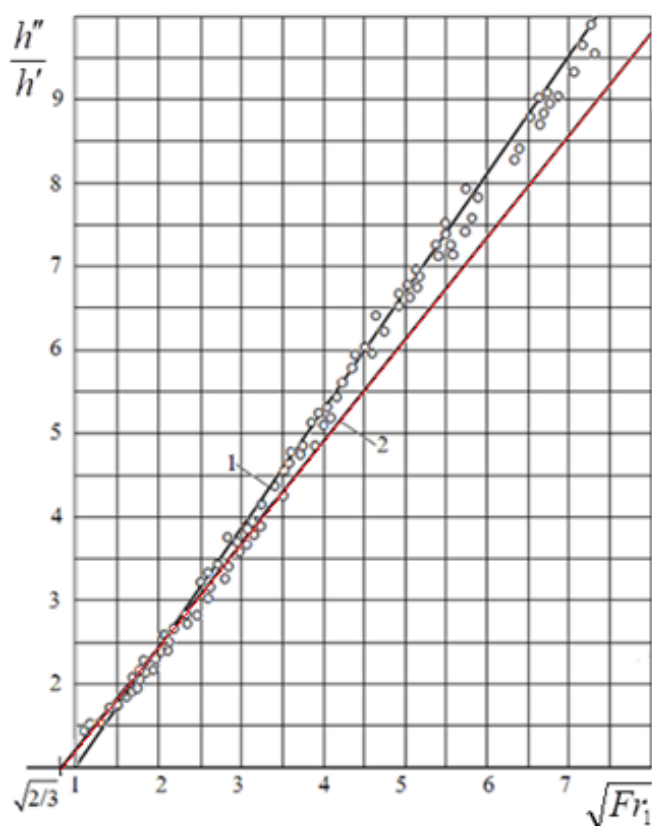
უნდა აღინიშნოს, რომ ფრუდის რიცხვის საკმაოდ დიდ დიაპაზონში ($\frac{2}{3} \leq Fr_1 \leq 12$) (5.29) დამოკიდებულება გაცილებით უკეთ ასახავს სხვადასხვა ავტორთა ექსპერიმენტულ შედეგებს, ვიდრე ჰიდრავლიკური ნახტომის ბელანჟეს ცნობილი ფორმულა (ბახმეტიევი, აგროსკინი, ჩერტოუსოვი და სხვ.):

$$\frac{h''}{h'} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fr_1} - 1). \quad (5.30)$$

ნათქვამის დასადასტურებლად ნახ.5.3.-ზე მოგვყავს ჩერტოუსოვის მიერ შედგენილი გრაფიკი, რომელზეც გარდა ექსპერიმენტული წერტილებისა და (5.30) დამოკიდებულებით აგებული 1 მრუდისა, შედარების მიზნით, წითელ ფერში დატანილია (5.29) ფორმულით აგებული წრფე 2. ამ წრფით განისაზღვრება როგორც ჰიდრავლიკური ნახტომ-ტალღის, ასევე სრულყოფილი ნახტომის შეუღლებული სიღრმეები. ექსპერიმენტების თანახმად $\sqrt{Fr_1} = 1$ წერტილში, ადგილი აქვს ჰიდრავლიკურ ნახტომს (ნახტომ-ტალღას), რასაც არ შეესაბამება (5.30) ფორმულით ნაანგარიშები შედეგი - $\frac{h''}{h'} = 1$, მაგრამ კარგად შეესაბამება ამ წერტილში ჩვენი - (5.29) ფორმულით ნაანგარიშები მნიშვნელობა $\frac{h''}{h'} = 1,225$, რაც მეტყველებს $Fr_1 = 1$ წერტილში ნახტომის არსებობაზე.

გარკვეული შეუსაბამობა, რაც ფიქსირდება ექსპერიმენტულ წერტილებსა და (5.29) ფორმულით ნაანგარიშებ მნიშვნელობებს შორის, ფრუდის რიცხვების ძალზე დიდი - $Fr_1 > 12$ მნიშვნელობების შემთხვევაში, უნდა აიხსნას ნაკადის აერაციის ინტენსიური მატებით. წყლის ჭავლის აერაცია მუდამ თან სდევს ჰიდრავლიკურ ნახტომს, როგორც ბუნებრივ, ასევე ლაბორატორიულ პირობებში და იწვევს მის გაფართოებას (მეორე შეუღლებული სიღრმის ზრდას), რასაც არ ითვალისწინებს

როგორც ჩვენ მიერ მიღებული, ასევე მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების კანონზე დაფუძნებული შედეგები.



ნახ. 5.3. ჰიდრავლიკური ნახტომის საანგარიშო გრაფიკები და ექსპერიმენტული კვლევების შედეგები: 1- მრუდი, აგებული (5.30) ფორმულით; 2 - წრფე, აგებული (5.29) ფორმულით; რგოლებით ნაჩვენებია ექსპერიმენტების შედეგები (ჩერტოუსოვი)

5.4. მგორავი ტალღები წყალსაგდებ ნაგებობებში

ახლა განვიხილოთ გრძელი ტალღების გავრცელება დინების მიმართულებით მუდმივი სიღრმისა და სიჩქარის ნაკადებზე. (5.25)-დან გამომდინარე, ქვედა „-“ ნიშნის შემთხვევაში, დინებაზე ტალღების გავრცელების ფაზური სიჩქარე იანგარიშება დამოკიდებულებით

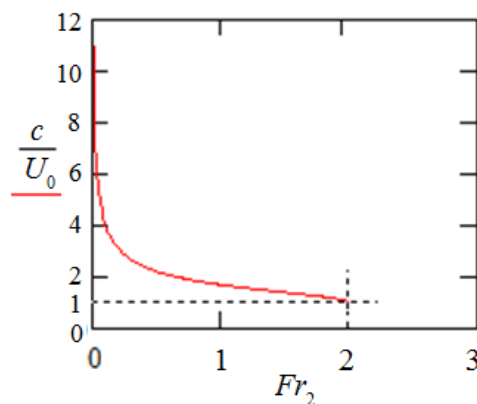
$$c = U_0 + \sqrt{gH - \frac{U_0^2}{2}}. \quad (5.31)$$

ისევე, როგორც დინების საწინააღმდეგოდ ტალღების გავრცელებისას, (5.31)-ის შედარება დინების მიმართულებით ტალღების გავრცელების ცნობილ (5.23) ამოხსნასთან გვაძლევს მნიშვნელოვნად განსხვავებულ შედეგს. კერძოდ, თუ (5.23)-ის თანახმად, დინებაზე ტალღის გავრცელების ფაზური სიჩქარე c

ყოველთვის აჭარბებს ძირითადი ნაკადის U_0 სიჩქარეს და მონოტონურად იზრდება ამ უკანასკნელის ზრდასთან ერთად, (5.31)-ის თანახმად, ტალღის ფაზური სიჩქარე C მართალია აჭარბებს ძირითადი ნაკადის U_0 სიჩქარეს, მაგრამ სხვაობა ამ სიჩქარეთა შორის $(C - U_0)$ მცირდება ნულამდე, ხოლო ფარდობა $\frac{c}{U_0}$, ნააგარიშები (5.31)-დან უგანზომილებო დამოკიდებულებით

$$\frac{c}{U_0} = 1 + \sqrt{\frac{1}{Fr_0} - \frac{1}{2}} \quad (5.32)$$

ხდება ერთის ტოლი, როცა ფრუდის რიცხვი $Fr_0 = \frac{U_0^2}{gH} = 2$ (ნახ.5.4.)



ნახ.5.4. დინებაზე ტალღის ფაზური (C) და ძირითადი ნაკადის (U_0) სიჩქარეთა თანაფარდობის მრუდი.

(5.32) დამოკიდებულებაში ძირითადი ნაკადის ფრუდის რიცხვის შემდგომი ზრდა იწვევს ფესვქვეშა გამოსახულების ნიშნის ცვლილებას დადებითიდან უარყოფითისკენ, რასაც მივყავართ ტალღური მოძრაობის ჰელმჰოლცისეულ არამდგრადობამდე. ამ დროს, (5.25)-ის თანახმად, ტალღურ რხევათა სიხშირე ხდება კომპლექსური რიცხვი, რაც განაპირობებს დამსხვრეული ფრონტის მქონე ე.წ. „ბორის“ ტიპის მგორავი ან ფენა-ფენად მოსრიალე ტალღების წარმოქმნას (ნახ.5.5), რომელთა ფაზური სიჩქარე C ემთხვევა ძირითადი დამყარებული ნაკადის U_0 სიჩქარეს, რაც სრულ შესაბამისობაშია დრესლერ-სტოკერის შედეგთან (სტოკერი, გვ.505).



ნახ. 5.5. ბორის ტიპის მგორავი ტალღები სწრაფდენებზე.
 ა) ბორის ტიპის პერიოდული ტალღები შვეიცარიის ერთ-ერთ სწრაფდენზე
 (სტოკერი, ნახ.11.3.4); ბ) მგორავი ტალღები აშშ-ს ერთ-ერთი ჰიდროკვანძის
 წყალსაგდებში (პონსე, ნახ.5)

მგორავ ტალღებს, დამსხვრეული ფრონტით, ხშირად ვხვდებით ჰიდროტექნიკური ნაგებობების ბიეფების შემაუღლებელ სწრაფდენებში. უნდა აღინიშნოს, ისიც, რომ მგორავი (ან მოსრიალე) ტალღები აქამდე აღიწერებოდა მხოლოდ ჰიდრავლიკური განტოლებების ფარგლებში, რომლებშიც მხოლოდ ხახუნის ძალები განაპირობებს მგორავი ტალღების ფორმირებას (დრესლერი, სტოკერი, რაუზი, თომასი და სხვა).

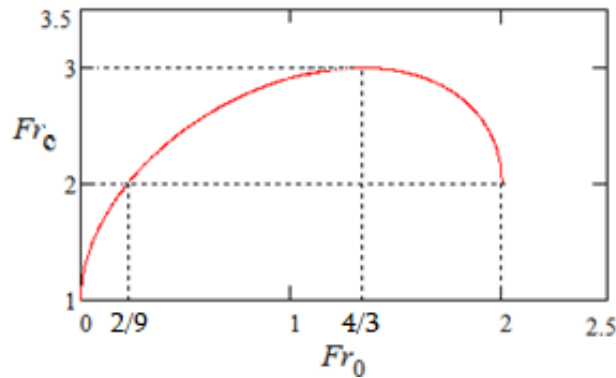
წყალსაგდებ ნაგებობებში მგორავი ტალღების პარამეტრების დასადგენად კვლავ ვისარგებლოთ ძირითადი (5.31) დამოკიდებულებით, გავყოთ მისი ორივე ნაწილი $c_0 = \sqrt{gH}$ სიდიდეზე და გადავწეროთ იგი სხვა, (5.32)-ისგან განსხვავებული უგანზომილებო სახით. შედეგად მივიღებთ:

$$\sqrt{Fr_c} = \sqrt{Fr_0} + \sqrt{1 - \frac{Fr_0}{2}} \quad (5.33)$$

სადაც $Fr_c = \frac{c^2}{gH}$ დინებაზე ტალღის ფაზური c სიჩქარის შესაბამისი ფრუდის

რიცხვია, ხოლო $Fr_0 = \frac{U_0^2}{gH}$ - დინების U_0 სიჩქარის შესაბამისი ფრუდის რიცხვი.

კავშირი ფრუდის ამ რიცხვებს შორის, (5.33)-ის თანახმად აისახება ნახ. 5.6.-ზე წარმოდგენილი მრუდით.



ნახ.5.6. დინებაზე ტალღებისა და ძირითადი ნაკადის ფრუდის რიცხვების დამაკავშირებელი მრუდი

ამ მრუდის თანახმად დინებაზე ტალღის სიჩქარის შესაბამისი ფრუდის რიცხვი აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას - $Fr_c = \frac{c^2}{gH} = 3$ -ს, როცა ნაკადის ფრუდის რიცხვი $Fr_0 = \frac{U_0^2}{gH} = \frac{4}{3} = 1,333$. ამის შემდეგ, $1,333 \leq Fr_0 \leq 2$ დიაპაზონში, Fr_c მკვეთრად მცირდება 3-დან 2-მდე და, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ემთხვევა ნაკადის სრული არამდგრადობის საწყის ფრუდის რიცხვს - $Fr_0 = 2$ -ს. სწორედ ტალღების შენელების ამ დიაპაზონში ხდება ე.წ. მგორავი ტალღების ფორმირება და მათი სიმაღლის ზრდა ტალღის ფრონტის დამსხვრევამდე.

გარდა ამისა, ნახ. 5.6 - ის თანახმად $\frac{2}{9} \leq Fr_0 \leq 2$ დიაპაზონში ტალღები, ერთი და იგივე Fr_c ფრუდის რიცხვით, რომელიც ღებულობს მნიშვნელობებს 2-დან 3-მდე, ორი სხვადასხვა სიჩქარით (ან სიღრმით) გადააგილდებიან U_0 სიჩქარის მქონე ნაკადზე. ეს საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ ნაკადის სიღრმეების მაქსიმალური თანაფარდობა მგორავი ტალღის ქიმისა და ფსკერის კვეთებში. კერძოდ, ეს თანაფარდობა დამსხვრეული შუბლის მქონე მგორავი ტალღისთვის ($Fr_c = 2$), გამომდინარე ნაკადის ხარჯის მუდმივობიდან, უტოლდება

$$\frac{H_{\text{ქ}}}{H_{\text{ფ}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{2/9}} = 2,08 \text{ -ს.}$$

მგორავ ტალღებზე, წყლის სიბლანტის გაუთვალისწინებლად მიღებული ყველა ზემოთ მოყვანილი შედეგი კარგ შესაბამისობაშია თომასის, დრესლერის,

ბროკის, ლიუსა და სხვათა თეორიულ და ექსპერიმენტულ შედეგებთან, რომლებშიც მთავარ როლს წყლის სიბლანტე თამაშობს.

5.5. ტალღები მდინარის შესართავ აკვატორიაში

ზოგადი სახით (5.15) განტოლება განეკუთვნება ჰიპერგეომეტრიულ განტოლებათა კლასს, რომლის ამოხსნა, უმრავლეს შემთხვევაში, მნიშვნელოვან მათემატიკურ სირთულეებთან არის დაკავშირებული და მათი ამოხსნა ძირითადად შესაძლებელია რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით. მაგრამ, როცა საკითხი ეხება ტალღების გავრცელებას მდინარეთა შესართავ აკვატორიებში, აქ მდინარის სიჩქარე და მისი გრადიენტები მართლაც იმდენად მცირეა, რომ (5.15)-ის (ისევე, როგორც (5.14)-ის) კოეფიციენტებში შესაძლებელია სიჩქარის კვადრატისა (U_0^2 -ის) და მისი წარმოებული მომცველი წევრების, კერძოდ $(U_0 \partial U_0 / \partial x)$ -ის უგულველყოფა მდინარის სიღრმისა და სიღრმის გრადიენტის მქონე წევრებთან შედარებით. მაშინ (5.15) განტოლება მდინარეთა შესართავი უბნებისთვის ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} - gH \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{dU_0}{dx} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - g \frac{dH}{dx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (5.33)$$

სადაც $U_0 = U_0(x)$ და $H = H(x)$.

(5.33) განტოლების ზოგადი ანალიზური ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ მიახლოებითი მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით. კერძოდ, განვიხილოთ დროში პერიოდული ტალღური მოძრაობა, რომლის სიჩქარის პოტენციალი წარმოვადგინოთ ორი უნქციის ნამრავლის სახით

$$\varphi = \psi(x) \exp(i\sigma t), \quad (5.34)$$

სადაც $\psi(x)$ სამიებული ფუნქციაა, i - კომპლექსური ერთეული, σ - ტალღურ რხევათა მოცემული სიხშირე, t - დრო.

თუ (5.34)-ს ჩავსვამთ (5.33)-ში, მცირე გარდაქმნების შემდეგ ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ეს უკანასკნელი მიიღებს სახეს

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \left(\frac{1}{H} \frac{dH}{dx} - 2iU_0 \frac{\sigma}{gH} \right) \frac{d\psi}{dx} + \left(\frac{\sigma^2}{gH} - \frac{i\sigma}{gH} \frac{dU_0}{dx} \right) \psi = 0. \quad (5.35)$$

ცვლადკოეფიციენტებიანი (5.35) განტოლების ამოსახსნელად მივმართოთ ასიმპტოტურ WKB მეთოდს. ამისთვის შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{H}} \exp\left(i \int \frac{U_0 \sigma}{gH} dx\right) W(x) \quad (5.36)$$

და დავიყვანოთ (5.35) განტოლება ორწევრა განტოლებაზე:

$$\frac{d^2 W}{dx^2} + Q(x)W = 0, \quad (5.37)$$

სადაც უკვე $W(x)$ -ია საძიებელი ფუნქცია, ხოლო $Q(x)$ -ით გამოსახულია მრავალწევრი

$$Q(x) = \frac{\sigma^2}{gH} + \frac{1}{4} \frac{1}{H^2} \left(\frac{dH}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2H} \frac{d^2 H}{dx^2} + \left(\frac{U_0 \sigma}{gH}\right)^2. \quad (5.38)$$

(5.38)-ში, U_0 -ის სიმცირის გამო, შესაძლებელია აგრეთვე ბოლო წევრის, როგორც სხვა წევრებთან შედარებით მცირე სიდიდის უგულველყოფაც.

WKB მეთოდის გამოყენებით ცვლადკოეფიციენტიანი ორწევრა (5.37) განტოლების ასიმპტოტური ამოხსნა გვაძლევს:

$$W(x) = \frac{A}{\sqrt[4]{Q}} \exp\left[\pm i \int \sqrt{Q} dx\right], \quad (5.39)$$

სადაც A - ინტეგრირების მუდმივაა. ახლა, თუ (5.39)-ს ჩავსვამთ (5.36)-სა და შემდეგ (5.34)-ში, φ ტალღური პოტენციალისთვის საბოლოოდ მივიღებთ შემდეგი სახის დამოკიდებლებას:

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{H} \sqrt[4]{Q}} \exp\left[i\left(\sigma t + \int \frac{U_0 \sigma}{gH} dx \pm \int \sqrt{Q} dx\right)\right]. \quad (5.40)$$

შევნიშნოთ, რომ (5.40)-ში ინტეგრირების A მუდმივს აქვს სიჩქარის პოტენციალის განზომილება, ხოლო ნიშნები „+“ და „-“ პასუხობს ტალღების გავრცელებას შესაბამისად დინების საწინააღმდეგო და თანხვედნილი მიმართულებით.

(5.40) არის დინებაზე ტალღური მოძრაობით განპირობებული წყლის ნაწილაკთა სიჩქარის პოტენციალის ასიმპტოტურ გამოსახულება, რაც ნიშნავს, რომ ეს გამოსახულება მიისწრაფის ამოცანის ზუსტი ამოხსნისკენ არგუმენტის -

X -ის ან H სიღრმის შედარებით დიდი მნიშვნელობებისთვის. როცა $H \rightarrow 0$ (5.40) ამოხსნა მიისწრაფის უსასრლობისკენ, რაც ნიშნავს, რომ უშუალოდ ნაპირის ხაზის სიახლოვეს ხდება ტალღის ამპლიტუდის უსასრულოდ ზრდა და ტალღის მსხვრევა. თუ გავითვალისწინებთ (5.40) ამოხსნის ასიმპტოტურობას და (5.12) აღნიშვნის შესაბამისად გავაწარმოებთ მას X კოორდინატით, ასიმპტოტური გამოსახულების გაწარმოების წესის შესაბამისად (გაწარმოებას ექვემდებარება მხოლოდ სწრაფადცვლადი ფაზა), სითხის ნაწილაკთა u სიჩქარის რეალური ნაწილისთვის მივიღებთ:

$$u = \frac{A}{\sqrt{H} \sqrt[4]{Q}} \left(\frac{U_0 \sigma}{gH} \pm \sqrt{Q} \right) \sin \left(\sigma + \int \frac{U_0 \sigma}{gH} dx \pm \int \sqrt{Q} dx \right). \quad (5.41)$$

ამავე გზით, გამომდინარე (5.13) აღნიშვნიდან, მივიღებთ, რომ მდინარის ზღვაში შესართავ აკვატორიაში ტალღური ზედაპირის აღიწერება შემდეგი ასიმპტოტური დამოკიდებულებით:

$$\eta = \frac{A}{g} \frac{\sigma \pm U_0 \sqrt{Q}}{\sqrt{H} \sqrt[4]{Q}} \sin \left(\sigma + \int \frac{U_0 \sigma}{gH} dx \pm \int \sqrt{Q} dx \right). \quad (5.42)$$

იმის მიხედვით, თუ როგორი ტიპის ამოცანასთან გვაქვს საქმე ინტეგრირების A მუდმივის ნორმირება, განზომილების დაცვით, შესაძლებელია ტალღური მოძრაობის გარკვეულ კვეთში მოცემული პარამეტრების: სიმაღლისა და სიგრძის, ან, რაც იგივეა, სიმაღლისა და პერიოდის (სიხშირის) საფუძველზე. უმრავლეს შემთხვევაში ეს პარამეტრები მოცემულია ღრმა წყალზე, სადაც ნაპირისკენ მიმართული ტალღები შესაძლოა მოკლედ ჩაითვალოს. მაშინ, განზომილების დაცვით, შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ

$$A = a_0 \sqrt{\frac{g}{k_0}}, \quad (5.43)$$

სადაც a_0 და k_0 შესაბამისად ტალღის ამპლიტუდა და ტალღური რიცხვია მოცემული (ანუ წინასწარ დადგენილი) ნაპირიდან შედარებით შორს - ღრმა წყალზე. ამასთან ტალღის ამპლიტუდა განისაზღვრება ტალღის სიმაღლის

ნახევრით $a_0 = h_0/2$, ხოლო ტალღური რიცხვი - ტოლობით $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\sigma^2}{g}$.

მიღებული შედეგები გავანალიზოთ სხვადასხვა კერძო შემთხვევისთვის. პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ თუ (5.41) და (5.42) ამოხსნებსა და (5.38) აღნიშვნაში ტალღურ რხევათა სიხშირეს მივიჩნევთ ნულის ტოლად ($\sigma = 0$), ამით ეს ამოხსნები არ განუღდება თუ ამავე დროს $dH/dx \neq 0$. ეს ნიშნავს, რომ ჩვენ მიერ მიღებული შედეგები მდინარის ცვალებადი სიღრმეების პირობებში მოიცავს ე. წ. უძრავ ტალღებს, - დროში უცვლელ ტალღურ რელიეფს, რომელიც წარმოიქმნება მდინარის დიდი სიჩქარით შედინებისას ზღვაში. (როცა $\sigma = 0$ მდინარის შესართავში უძრავი ტალღები არ წარმოიქმნება იმ შემთხვევაში, თუ $U_0 \approx 0$, რადგან ამ დროს, (5.41) და (5.42) -ში ნუღდება η და u პარამეტრებიც). ამ უძრავი ტალღების ამპლიტუდა, (5.42)-ის თანახმად მცირდება, როცა იზრდება H ; იკლებს აგრეთვე Q სიდიდეც, რომელიც (5.42)-ში ასრულებს ტალღური რიცხვის ანუ ტალღის სიგრძის შებრუნებული სიდიდის როლს. მდინარის შესართავში ამგვარი, სტატიკურად უძრავი ტალღური ბორცვები განსაკუთრებით მკაფიოდ შეიმჩნევა წყალდიდობების პერიოდში.

როცა $U_0 = 0$, ანუ როცა არ გვაქვს დინება, ტალღის ამპლიტუდის ცვლილება დამოკიდებულია მხოლოდ ფსკერის კონფიგურაციასა და ტალღურ რხევათა სიხშირეზე. ამ ფაქტორების გავლენა შეგვიძლია უგულვებელვყოთ მხოლოდ ფსკერის ძალზე მცირე დახრილობის შემთხვევაში ($dH/dx \ll 1$), ან მაშინ, როცა წყლის სიღრმის ცვალებადობა ექვემდებარება კვადრატულ კანონს ($H \sim a x^2$). მაშინ, გამომდინარე (5.41) და (5.42)-დან, როცა $U_0 = 0$ ამპლიტუდა და სიბრტყის ნაწილაკების სიჩქარეები იცვლება გრინის კანონის შესაბამისად, ანუ $a(x) \sim H^{-1/4}$ და $u(x) \sim H^{-3/4}$. ამასთან, ფსკერის რთული კონფიგურაციის გამო, ტალღის სიგრძეც დამოკიდებული ხდება ტალღურ რხევათა სიხშირეზე.

ბოლოს განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა, როცა გვაქვს დინება ($U_0(x) \neq 0$) და ტალღები მოემართება ($\sigma \neq 0$) ზღვიდან შესართავისკენ (ან პირიქით, შესართავიდან ზღვისკენ). ამ შემთხვევაში გამომდინარე (5.42)-დან შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ შესართავში ზღვის სიღრმის შემცირებასა და მდინარის სიჩქარის მატებასთან ერთად ხდება ზღვიდან მომავალი ტალღის ამპლიტუდის ზრდა.

რაც შეეხება ტალღის სიგრძეს, თუ ტალღები დინების საწინააღმდეგოდ არის მიმართული, დინება, ჭავლის სიჩქარის მატების გამო, აფერხებს ტალღის სიგრძის კლებას, განპირობებულს ზღვის სიღრმის შემცირებით. დინების მიმართულებით (შესართავიდან ზღვისკენ) ტალღების გავრცელების შემთხვევაში კი პირიქით: - მდინარის ჭავლი ერთდროულად ხელს უწყობს როგორც ტალღის სიმაღლის, ასევე ტალღის სიგრძის კლებას, უფრო ზუსტად აფერხებს და არა ხელს უწყობს ტალღის სიგრძის მატებას, რასთანაც მივყავდით ადრე განხილულ ენერგეტიკულ მეთოდებს.

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მდინარის შესართავი უბანი, რომლის ფსკერს აქვს მცირე ქანობი (i_0) და სიღრმე იცვლება თითქმის სწორხაზოვნად $H \approx i_0 x$. ამ შემთხვევაში, ვინაიდან $dH/dx \ll 1$, ხოლო $U_0 = q/H$, სადაც q მდინარის ხვედრითი ხარჯია, (5.41) და (5.42) ამოხსნებში ფაზა იოლად ექვემდებარება ინტეგრირებას. კერძოდ, (5.42)-დან (5.38) აღნიშვნის გათვალისწინებით მივღებთ:

$$\eta = a_0 \frac{1 \pm U_0 / \sqrt{gH}}{\sqrt[4]{k_0 H}} \sin \left(\sigma t - \frac{\sigma U_0}{g i_0} \pm 2 \sqrt{\frac{k_0 x}{i_0}} \right). \quad (5.44)$$

(5.44) დამოკიდებულებიდან ნათლად ჩანს, რომ ზღვიდან მდინარისკენ დინების საწინააღმდეგოდ მიმართული (ზედა „+“ ნიშნები) ტალღის ამპლიტუდა (ანუ გამოსახულება სინუსის წინ) მართლაც მატულობს შესართავის მიმართულებით ჭავლის U_0 სიჩქარის მატების გამო და კლებულობს თუ ტალღების მიმართულება ემთხვევა (ქვედა „-“ ნიშანი) დინების მიმართულებას. რაც შეეხება ტალღის სიგრძეს, იგი (5.44)-დან განისაზღვრება შემდეგი მოსაზრების საფუძველზე: ვთქვათ დროის თითოეული t_0 მომენტისთვის დახრილ ფსკერზე ტალღის ფაზა ფორმალურად აღიწერება ისევე, როგორც ჰორიზონტალურზე, ანუ გამომდინარე (5.44)-დან სრულდება ტოლობა

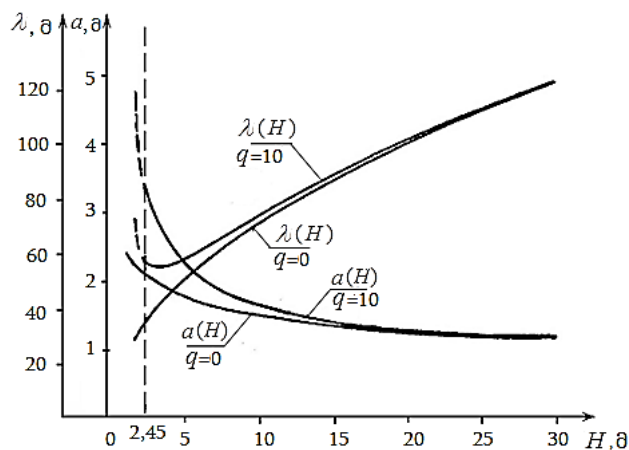
$$\sin(\sigma t_0 \pm kx) = \sin \left(\sigma t_0 - \frac{\sigma U_0}{g i_0} \pm 2 \sqrt{\frac{k_0 x}{i_0}} \right), \quad (5.45)$$

სადაც $k = 2\pi/\lambda$ - ტალღური რიცხვია, ხოლო $\lambda(x, U_0)$ - ტალღის საძიებელი სიგრძე. მაშინ თუ გამოვიყენებთ ტოლობებს $H \approx i_0 x$; $U_0 = q/H$, (5.45)-დან მოვიღებთ, რომ

$$\lambda(x, q) = \frac{2\pi}{-\frac{\sigma q}{gH^2} \pm 2\sqrt{\frac{k_0}{H}}}, \quad (5.46)$$

რაც გვარწმუნებს ზემოთქმულის სისწორეში ტალღის სიგრძის ცვლილების მიმართ: კერძოდ დინება პირველი წევრის სახით (5.46)-ის მნიშვნელში, მართლაც აფერხებს, როგორც ტალღის დამოკლებას დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით („+“ ნიშანი მნიშვნელში მეორე წევრის წინ), ასევე ტალღის დაგრძელებას დინების თანხვედნილი მიმართულებით (მეორე წევრთან „-“ ნიშნის შემთხვევაში).

მაგალითისთვის, ნახ.5.6.-ზე მოყვანილია ტალღის ამპლიტუდისა $a(H, q)$ და სიგრძის $\lambda(H, q)$ ცვლილების მრუდები მდინარის ზღვაში შესართავ უბანზე, რომლის სიღრმე სიღრმე $H \approx i_0 x$.



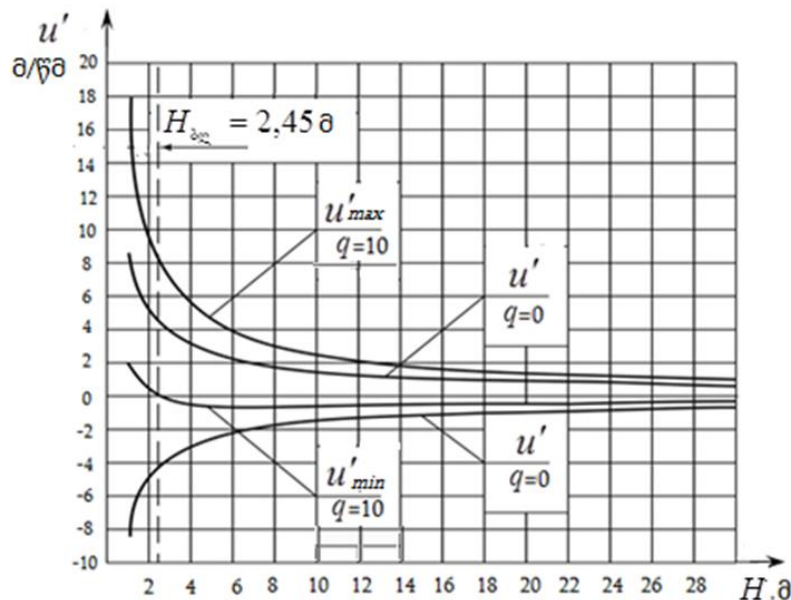
ნახ. 5.6. შესართავ აკვატორიაში გრძელი ტალღის ტრანსფორმაციის მრუდები; ვერტიკალი პუნქტირში აღნიშნავს მდინარის ნაკადით ზღვიდან მოსული ტალღის შეჩერების (ბლოკირების) კვეთს; შედარების მიზნით განიხილება შემთხვევები, როცა მდინარის დაყვანილი ხარჯი $q = 10$ მ³/წმ (ზედა მრუდები) და როცა $q = 0$ (ქვედა მრუდები); ნაპირიდან შორს ამპლიტუდა $a_0 = 1$ მ; სიგრძე $\lambda_0 = 314$ მ;

და ბოლოს, ძალზე მცირედ დახრილი შესართავი უბნისთვის სითხის ნაწილაკთა სიჩქარე გამომდინარე (5.41) დამოკიდებულებიდან, (5.29) აღნიშვნის გათვალისწინებით იანგარიშება ფორმულით

$$u' = U_0 - a_0 \frac{\sigma}{\sqrt[4]{(k_0 H)^3}} \left(\frac{U_0}{\sqrt{gH}} \pm 1 \right) \sin \left(\sigma t - \frac{\sigma U_0}{g i_0} \pm 2 \sqrt{\frac{k_0 x}{i_0}} \right), \quad (5.47)$$

სადაც, შეთანხმებისამებრ, $U_0 / \sqrt{gH} \ll 1$.

ნახ. 5.7-ზე მოცემულია ზემოთ მოყვანილი მაგალითის შემთხვევაში (5.47) დამოკიდებულებით აგებული ნაკადის მაქსიმალურ (როცა (5.47)-ში $\sin(f(t, U_0, \sigma, x)) = -1$) და მინიმალურ (როცა $\sin(f(t, U_0, \sigma, x)) = +1$) სიჩქარეთა ცვლილების გრაფიკები მდინარის ზღვაში შესართავი უბნის მცირედ დახრილი ფსკერისთვის.



ნახ. 5.7. შესართავ აკვატორიაში წყლის ნაწილაკების მაქსიმალურ და მინიმალურ სიჩქარეთა ცვლილების მრუდები

ამრიგად, მე-5 თავში მოყვანილი ყველა შედეგი გვაძლევს საფუძველს დავასკვნათ, რომ დამყარებულ დინებებზე ტალღური მოძრაობების შესწავლისას, უპირატესობა უნდა მიენიჭოს (5.15) წრფივ, ცვლადკოეფიციენტებიან დიფერენციალურ განტოლებას, ანალოგიური - (5.14) განტოლებისგან განსხვავებით, რასაც განაპირობებს (5.7)–(5.8) განტოლებათა სისტემის გაწრფივების პროცედურისადმი სრულიად ახლებური მიდგომა.

თავი 6

ტალღურ მოძრაობათა მდგრადობა წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარებში

6.1. პრობლემის არსი

უდაწნეო რეჟიმში მომუშავე გვირაბებისა და მილსადენების გამტარუნარიანობა მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული მათში სითხის მოძრაობის მდგრადობაზე. საზოგადოდ, მდგრადობის საკითხების შესწავლა არ შემოიფარგლება მარტივი სქემების განხილვით. იგი მეტად რთული პრობლემაა, რომელიც პირველ რიგში მდგომარეობს მდგრადობის მათემატიკური კრიტერიუმის ფორმულირებაში (რომელსაც საფუძველი ჩაუყარეს ისეთმა დიდმა მათემატიკოსებმა, როგორიც იყვნენ პუანკარე და ლიაპუნოვი) და დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა პირველადი მდგომარეობის მიმართ განიხილება მყარი სხეულის თუ სხეულთა სისტემების, სითხეების, აირების, მოლეკულათა თუ ატომების მდგრადობა.

მაგალითისთვის ავიღოთ წინა თავში განხილული ე.წ. ბორის ტიპის მგორავი ტალღები ჰიდროელექტროსადგურების, საირიგაციო თუ საკანალიზაციო წყალსადენებ არხებში (სწრაფდენებში). ამ ტალღებს გააჩნია თითქმის ვერტიკალური, მცირედ აერირებული ფრონტი და ფენა-ფენა მიექანებიან სწრაფდენებში, ძირითად ნაკადზე უფრო დიდი სიჩქარით. როგორც აღვნიშნეთ, დრესელერმა მათემატიკურად პირველად დაასაბუთა, რომ მგორავი ტალღების წარმოქმნა შედეგია სითხეების თანაბარი ძრავის არმდგრადობისა მათი ზემოაღნიშნული დინებისას, ხოლო უფრო ადრე შიონფელდმა დაამტკიცა, რომ იმ მრავალ ამონახსნთა შორის, რომლებიც მიიღო დრესელერმა, მხოლოდ ბორის ტიპის ფენა ტალღები ხასიათდება მდგრადი ფორმით და ამიტომ მხოლოდ მათი რეალიზებაა შესაძლებელი. ამრიგად, ერთი თვალსაზრისით, დრესელერის მგორავი ტალღები შედეგია ძირითადი ნაკადის არამდგრადობის გამოვლინებისა, ხოლო მეორე თვალსაზრისით, ამ ტალღების დამახასიათებელ თვისებას მათი მდგრადობა წარმოადგენს. ცხადია, ეს თვალსაზრისები არ ეწინააღმდეგება ერთმანეთს.

ჰიდროდინამიკაში, გარდა ლიაპუნოვის მიერ შემუშავებული აბსოლუტური მდგრადობა - არამდგრადობის კრიტერიუმებისა, ფართოდაა ცნობილი ე.წ. კელვინ-ჰელმჰოლცის მდგრადობის კრიტერიუმი (ლამბი), რომელიც მდგომარეობს სითხის ნაკადის ტალღური მოძრაობის მდგომარეობის შეფასებაში. ტალღური მოძრაობის მდგრადობის ეს კრიტერიუმი, პირველად ჩამოაყალიბა დიდმა ინგლისელმა მეცნიერმა, ლორდმა კელვინმა ორი სხვადასხვა სიმკვრივის მქონე სითხის გამყოფ ზედაპირზე აღძრული ტალღების (ე.წ. შინაგანი ტალღების) მათემატიკური თეორიის შექმნისას. კელვინ-ჰელმჰოლცის კრიტერიუმი განსაზღვრავს დროში მუდმივი სიხშირისა და სიგრძის შინაგანი პერიოდული ტალღების არსებობის შესაძლებლობას და დამოკიდებულია ტალღების საკუთარი რხევის სიხშირეზე: თუ სიხშირე ღებულობს კომპლექსურ (წარმოსახვით) მნიშვნელობებს, მაშინ ტალღის ზედაპირი უსასრულოდ იზრდება დროში (ცხადია, ამიტომ სივრცეშიც) და პერიოდული (დამყარებული), ტალღური მოძრაობა ხდება არამდგრადგრადი, რასაც ჩვენ მოკლედ შევხებით წინამდებარე მონოგრაფიის 1 თავში. საჭიროა აღინიშნოს, რომ კელვინისეული არამდგრადობა ადეკვატურია ლიაპუნოვის აბსოლუტური არამდგრადობისა, რაც არ შეიძლება ითქვას მდგრადობაზე, რადგან ლიაპუნოვის მიხედვით მდგრადობა გულისხმობს სითხის სარკისებრი ზედაპირის შენარჩუნებას ანუ ტალღების ქრობას ამ ზედაპირისადმი მიყენებულ ნებისმიერი შემფოთების მოხსნიდან.

საინჟინრო თვალსაზრისით, მდგრადობის შესწავლა აუცილებელია წყალსატარი ნაგებობების ზომების დასადგენად, ვინაიდან თუ მხედველობაში არ იქნა მიღებული ნაკადების მდგრადობა და წყალსატარი (არხი, სწარფდენი, სადერივაციო თუ საკანალიზაციო გვირაბი და ა.შ.) ნაანგარიშები იქნა მხოლოდ დამყარებული ან წინასწარ დადგენილი დაუმყარებელი რეჟიმისთვის, შეიძლება მოხდეს, მაგალითად, სითხის გაუთვალისწინებელი გადმოღვრა არხის ბორტებიდან ან უდაწნეო რეჟიმში მომუშავე გვირაბის გადასვლა დაწნევით ან ნახევრად დაწნევით რეჟიმებში, რაც მეტად არასასურველია გვირაბების დანგრევისა და მათი მწყობრიდან უდროოდ გამოსვლის თვალსაზრისით.

ნაკადების არამდგრადობა იწვევს აგრეთვე პულსაციური დატვირთვების ზრდას ნაგებობების ფსკერსა და კედლებზე და შეუძლია მათი მოპირკეთების დაზიანება.

გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ მდგრადობას განაპირობებს ნაკადის სიჩქარე და განშრევა, წყალსატარების გეომეტრიული ზომები და ფორმა. მდგრადობის დამოკიდებულება ამ უკანასკნელზე, მისი სირთულის გამო, ნაკლებად არის შესწავლილი, თუ არ ჩავთვლით ქართველ მეცნიერთა თ. ვოინიჩ-სიანოჟენსკის, ნ. ქართველიშვილისა და სხვათა შრომებს, რომლებშიც ჰიდრავლიკური მეთოდებით განიხილება წყალსატარის ჰიდრავლიკური მაჩვენებლის გავლენა ნაკადის მდგრადობაზე.

ჰიდრავლიკური მეთოდებისგან განსხვავებით, უფრო „სუფთა“, ემპირიზმს მოკლებული ჰიდროდინამიკური მეთოდებით ნაკადების მდგრადობის კვლევა სხვადასხვა ფორმის წყალსატარებში უაღრესად რთული მათემატიკური ამოცანაა, რომლის გადაწყვეტა უშუალო კავშირშია სხვადასხვა ფორმის არხებში ზედაპირული გრძივი ტალღების გავრცელების შესწავლასთან, რაც დღესდღეობით მხოლოდ ორი - ჰორიზონტთან 45° და 60° კუთხეებით დახრილი ფერდობების მქონე სამკუთხა არხებით შემოიფარგლება (დრესლერი, ლამბი). რაც შეეხება წრიული კვეთის უდაწნეო არხებს, როგორც ამას აღნიშნავს წყლის ტალღურ მოძრაობათა თეორიის ერთ-ერთი ფუძემდებელი, დიდი ამერიკელი მეცნიერი გეორგ ლამბი, მათში ტალღური მოძრაობა შეუსწავლელია თვით ისეთი, ერთი შეხედვით მარტივი ფორმისთვის, როგორიც ნახევრადწრიული კვეთია.

ამ მიმართულებით არსებული ხარვეზის მეტ-ნაკლებად შევსებას ეძღვნება ჩვენი შრომები (გაგომიძე [19, 20]), რომლებშიც წრფივი მიახლოებით განხილულია წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარში სითხის ზედაპირული ტალღების გავრცელება და მდგრადობა. ამ ამოცანის ზუსტი ზოგადი ამოხსნა დაკავშირებულია ჯერჯერობით გადაულახავ მათემატიკურ სირთულეებთან, მაგრამ, გარკვეული მიახლოებით შესაძლებელია სამი, - პრაქტიკული თვალსაზრისით მეტად მნიშვნელოვანი ზღვრული შემთხვევის ანალიზი და შესაბამისი დასკვნების გამოტანა. ეს შემთხვევებია:

1. როცა გვირავი თითქმის პირამდეა შევსებული წყლით;
2. როცა გვირავში წყლის სიღრმე მცირეა მის რადიუსთან შედარებით და
3. როცა გვირავი ნახევრადაა შევსებული წყლით.

6.2. ძირითად განტოლებათა სისტემა

როგორც აღვნიშნეთ 3.1.1.-ში, ტალღურ მოძრაობათა შესწავლისას უმრავლეს შემთხვევაში, სიმცირის გამო უგულებელყოფენ სიბლანტით გამოწვეულ ძალებს, რაც შედარებით ამარტივებს დინამიკის განტოლებებს და ამავე დროს საშუალებას გვაძლევს ტალღური მოძრაობა მივაკუთვნოთ უგრიგალო-პოტენციურ მოძრაობათა კლასს. ეს ნიშნავს, რომ სითხის მიერ დაკავებულ ნებისმიერ წერტილში სიჩქარეთა ველი შეგვიძლია განვსაზღვროთ ერთი ფუნქციის - პოტენციალის მეშვეობით შემდეგი ვექტორული ტოლობის საფუძველზე:

$$\vec{V} = \text{grad}\phi, \quad (6.1)$$

სადაც $\vec{V}$ სიჩქარის ვექტორია u, v, ω კომპონენტებით; ϕ - სიჩქარეთა ველის პოტენციალი, რომელსაც ჩვენ შემთხვევაში, სითხის ტალღური მოძრაობის გარდა, განაპირობებს წყალსატარში სითხის ძირითადი სტაციონარული მოძრაობა მუდმივი U_0 სიჩქარით.

(6.1) ტოლობას სიჩქარის კომპონენტებისთვის აქვს შემდეგი სახე:

$$u = U_0 + \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad \omega = \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (6.2)$$

სადაც ϕ მხოლოდ ტალღური მოძრაობით გამოწვეული პოტენციალია.

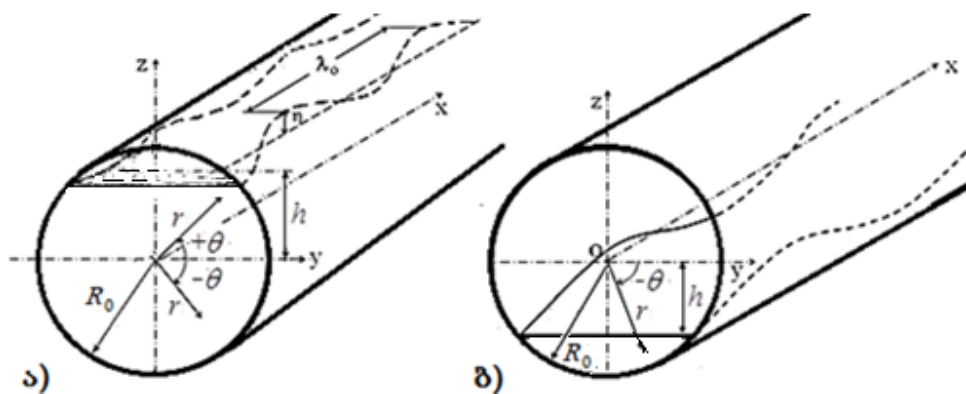
თუ ავირჩევთ დეკარტის კოორდინატთა სისტემას ისე, რომ Z ღერძი წყალსატარის ცენტრიდან ვერტიკალურად ზევით იყოს მიმართული, ხოლო X და Y ღერძები შეუთავსდეს წრიული წყალსატარის ეკვატორულ სიბრტყეს ისე, რომ X ღერძის დაემთხვას ნაკადის მიმართულებას (ნახ. 6.1), მაშინ სითხის ტალღური მოძრაობის ამსახველი გაწრფივებული განტოლებათა სისტემა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0; \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} = -g \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{როცა } z = \pm h; \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \quad \text{როცა } z = R_0(x, y), \quad (6.5)$$

სადაც (6.3) ლაპლასის განტოლებაა, რომელიც სრულდება სითხის ნებისმიერ წერტილში; მეორე განტოლება, სადაც t დროა, წარმოადგენს გაწრფივებულ დინამიკურ სასაზღვრო პირობას, რომელიც სრულდება მოძრავი სითხის ტალღურ ზედაპირზე, ე.ი. როცა $z = h + \eta$ (სადაც η ტალღური ზედაპირის კოორდინატია), მაგრამ ძირითად მოძრაობასთან შედარებით ტალღური შეშფოთებების სიმცირის გამო, მიღებულია, რომ ეს პირობა შესრულდეს სითხის წარმოსახვით შეუშფოთებელ ზედაპირზე, ე.ი. როცა $z = \pm h$, სადაც h წყლის შეუშფოთებელი ზედაპირის ნიშნულია, ათვლილი წყალსატარის ეკვატორული სიბრტყიდან. ნიშანი „+“ აიღება მაშინ, როცა წყალსატარი ნახევარზე მეტადაა შევსებული, ხოლო ნიშანი „-“ საწინააღმდეგო შემთხვევაში;



ნახ.6.1. წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარში ნაკადის ტალღური მოძრაობის საანგარიშო სქემები. ა) თითქმის პირამდე და ბ) მცირედ შევსებული წყალსატარი

მესამე განტოლება წარმოადგენს სიჩქარის ნორმალური n მდგენელის ნულთან ტოლობის პირობას $R_0(x, y)$ რადიუსიანი წყალსატარის შიგა ცილინდრულ ზედაპირზე და მიგვითითებს წყალსატარის უჟონადობაზე.

შემდგომი გარდაქმნებისთვის უფრო მოსახერხებელია, თუ ზემომოყვანილ განტოლებებს გადავწერთ ცილინდრულ x, r, θ კოორდინატთა სისტემაში, რომლის კავშირი დეკარტის კოორდინატთა სისტემასთან აისახება ტოლობებით:

$$x = x; \quad y = r \cos \theta; \quad z = r \sin \theta. \quad (6.6)$$

აქ იგულისხმება, რომ X ღერძი, კვლავ ემთხვევა წყალსატარის ღერძს, რადიუს ვექტორი r სათავეს იღებს წყალსატარის ცენტრში, ხოლო პოლარული θ კუთხე აითვლება წყალსატარის ჰორიზონტალური ღერძიდან საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. ასეთ კოორდინატთა სისტემაში სითხის შეუმფოთებელი თავისუფალი ზედაპირის ამსახველი განტოლებები, იმისდა მიხედვით, ჰორიზონტალური ღერძის ზევითაა თუ ქვევით მოქცეული ეს ზედაპირი, შესაბამისად ღებულობს სახეს $r \sin \theta = +h$ და $r \sin \theta = -h$, ხოლო წყალსატარის შიგა ცილინდრული ზედაპირი მარტივი ტოლობით $r = R_0$, სადაც $R_0 = \text{const}$ – წყალსატარის რადიუსია.

გარდაქმნების სტანდარტული პროცედურის შედეგად (6.3)-(6.5) განტოლებათა სისტემა პოლარულ კოორდინატებში იღებს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0; \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + U_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2U_0 \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} = -g \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial r} - g \frac{\cos \theta}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}, \text{ როცა } r \sin \theta = \pm h; \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0, \quad \text{როცა } r = R_0. \quad (6.9)$$

(6.7)÷(6.9) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა დაკავშირებულია ჯერჯერობით გადაუჭრელ პრობლემებთან. წრიული წყალსატარების შემთხვევაში ეს სირთულეები კიდევ მეტად იზრდება, რადგან შეუძლებელია შეირჩეს ისეთი კოორდინატთა სისტემა, რომელშიც წყალსატარის ცილინდრული ზედაპირი და მასში წყლის ნაკადის თავისუფალი ზედაპირი ერთდროულად აისახება წრფივი დამოკიდებულებების მეშვეობით, როგორც ეს შესაძლებელი აღმოჩნდა ბრტყელ დახრილ ზედაპირთან ტალღების რეფრაქციის შემთხვევაში. კერძოდ, თუ ჩვენ მიერ ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში შერჩეულ წყალსატარის შიგა ზედაპირს აქვს წრფივი - $r = R_0$ სახე, მაშინ, ამავე სისტემაში, ნაკადის შეუმფოთებელი ჰორიზონტალური ზედაპირი აღიწერება არაწრფივი

$r \sin \theta = \pm h$ დამოკიდებულებით. სხვა სახის გარდაქმნები იწვევს ძირითად განტოლებათა სისტემის არაწრფივ სახეცვლილებას და წარმოშობს ახალ სირთულეებს. ყოველივე ამის გამო, იძულებული ვართ მივმართოთ წყალსატარის იმ ზღვრული (ასიმპტოტური) შევსებების განხილვას, რომლებიც ზემოთ ჩამოვთვალეთ. მაგრამ, ვიდრე ცალ-ცალკე განვიხილავდეთ მათ, ჩავატაროთ ზოგადი სახის გარდაქმნები, რომელბსაც საფუძლად უდევს პოტენციალის წარმოდგენა დროსა და გრძივი X კოორდინატის გასწვრივ პერიოდული კომპლექსური ფუნქციის სახით:

$$\varphi = \psi(r, \theta) e^{i(\sigma t - kx)}, \quad (6.10)$$

სადაც e ნეპერის რიცხვია; i წარმოსახვითი ერთეული; $\sigma = 2\pi / \tau$ ტალღური მოძრაობის სიხშირე; τ პერიოდი; $k = 2\pi / \lambda$ - ტალღური რიცხვი; λ - ტალღის სიგრძე (მანძილი ტალღური ზედაპირის ერთნაირ ფაზაში მყოფ ორ მეზობელ წერტილს შორის).

(6.10) -ის გათვალისწინებით ძირითად განტოლებათა (6.7)÷(6.9) სისტემა მარტივი გარდაქმნების შემდეგ დებულობს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - k^2 \psi = 0, \quad (6.11)$$

$$(\sigma - kU_0)^2 \Psi = g \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{g \cos \theta}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \text{ როცა } r \sin \theta = \pm h; \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \text{ როცა } r = R_0. \quad (6.13)$$

(6.11)÷(6.13) განტოლებათა სისტემა კვლავ ინარჩუნებს ზოგადობას, რადგან იგი შეიძლება საფუძვლად დაედოს ნებისმიერი რადიუსისა და შევსების წრიული კვეთის წყალსატარში უდაწნეო ნაკადის თავისუფალ ზედაპირზე ზედდებული ტალღებისა და მათი მდგრადობის შესწავლას.

6.3. ნაკადის მდგრადობა წრიული კვეთის უდაწნეო წყალსატარში

6.3.1. ნაკადის მდგრადობა თითქმის პირამდე შევსებულ წყალსატარში

თუ წყალსატარი თითქმის პირამდეა სავსე (ნახ.6.1.ა)), შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ ნაკადის ვიწრო თავისუფალი ზედაპირის ფარგლებში პოლარული კუთხის ცვლილება უნმნიშვნელოა და მისი სინუსი და კოსინუსი შესაბამისად ღებულობს მნიშვნელობებს $\sin \theta \approx 1$; $\cos \theta \approx 0$. ამ შემთხვევაში (6.12) პირობიდან გამომდინარე, შეგვიძლია მივიჩნიოთ აგრეთვე, რომ ψ ფუნქცია არ იცვლება θ კუთხეზე დამოკიდებულებით არა მარტო თავისუფალ ზედაპირზე, არამედ სითხის ნებისმიერ წერტილში და (6.11) განტოლებაში უგულებელვყოთ პოტენციალის მეორე წარმოებული პოლარული θ კუთხით, მაშინ (6.11)÷(6.13) განტოლებათა სისტემა მნიშვნელოვნად მარტივდება და ღებულობს სახეს:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} - k^2 \psi = 0; \quad (6.14)$$

$$(\sigma - kU_0)^2 \psi = g \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \text{როცა } r = h; \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \text{როცა } r = R_0. \quad (6.16)$$

როგორც ვხედავთ, (და ეს მეტად მნიშვნელოვანია) გამარტივებული (6.15) სასაზღვრო პირობა, განსხვავებით ძირითადი (6.12) პირობისგან, სითხის ზედაპირის სიგანის სიმცირის გამო, სრულდება არა როცა $r \sin \theta = h$, არამედ სიმეტრიის ღერძზე, $r = h$ წერტილში.

(6.14) ÷ (6.16) სასაზღვრო ამოცანა ექვემდებარება ზუსტ ამოხსნას. კერძოდ, (6.14) განტოლების (ბესელის განტოლების) ამონახსნი ზოგადი სახით ჩაიწერება ბესელის ნულოვანი რიგის მოდიფიცირებულ ფუნქციებში (ვატსონი):

$$\psi = C_1 I_0(kr) + C_2 K_0(kr), \quad (6.17)$$

სადაც C_1 და C_2 ინტეგრების მუდმივებია; $I_0(kr)$ და $K_0(kr)$ - შესაბამისად ბესელისა და მაკდონალდის სპეციალური ფუნქციები, რომლებიც არ გამოისახება ჩვენთვის ნაცნობ ელემენტალურ ფუნქციათა მეშვეობით, რაც გარკვეული

თვალსაზრისით, მოუხერხებელს ხდის მათ პრაქტიკულ (საინჟინრო) გამოყენებას მიუხედავად იმისა, რომ ეს ფუნქციები ტაბულირებულია და გრაფიკულად არიან წარმოდგენილი სპეციალური ფუნქციების მრავალ საცნობარო ლიტერატურაში (ვატსონი, იანკე-ემდე). ამიტომ, თუ ეს შესაძლებელია, სპეციალური ფუნქციების ნაცვლად ხშირად მიმართავენ მათ ასიმპტოტურ (ზღვრულ) გამოსახულებებს რომლებიც, როგორც წესი, გამოისახება ელემენტარულ ფუნქციებში და პასუხობს არგუმენტის (ჩვენს შემთხვევაში kr -ის) დიდ მნიშვნელობებს.

ამ ასიმპტოტურ ფორმულებს აქვს შემდეგი სახე (მეტიუზი):

$$I_0(kr) = \frac{e^{kr}}{\sqrt{2\pi kr}} \left[1 + O\left(\frac{1}{kr}\right) \right]; \quad (6.18)$$

$$K_0(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} e^{-kr} \left[1 + O\left(\frac{1}{kr}\right) \right], \quad (6.19)$$

სადაც O აღნიშნავს მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეთა ჯამს.

(6.18) - (6.19) გამოსახულებათა გათვალისწინებით, ზოგადი - (6.17) ამონახსნი ჩაიწერება შემდეგი ასიმპტოტური დამოკიდებულებით:

$$\psi = C_1 \frac{e^{kr}}{\sqrt{2\pi kr}} + C_2 \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} e^{-kr}. \quad (6.20)$$

(6.16) სასაზღვრო პირობის მეშვეობით, რომელიც სრულდება შედარებით დიდი რადიუსის მქონე ცილინდრულ წყალსატარში, C_1 და C_2 მუდმივები შესაძლებელია დავიყვანოთ ერთ მუდმივზე, თუ გამოვიყენებთ ასიმპტოტური გაწარმოების წესს (სტოკერი, ფედორუკი), გავაწარმოებთ (6.20) გამოსახულებას და ჩავსვამთ მას (6.16) სასაზღვრო პირობაში. შედეგად მივიღებთ:

$$C_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \frac{e^{kR_0}}{\sqrt{R_0}} = C_2 \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_0}} e^{-kR_0} = \frac{C}{2}, \quad (6.21)$$

საიდანაც ადვილად განისაზღვრება C_1 და C_2 მუდმივები. ამ უკანასკნელთა ჩასმით (6.20) გამოსახულებაში, პოტენციალის საძიებელი ψ ნაწილი მიიღებს მნიშვნელობას:

$$\psi = C \frac{\sqrt{R_0}}{\sqrt{r}} \cosh k(R_0 - r), \quad (6.22)$$

ახლა ჩავსვათ (6.22) ამოხსნა (6.15) სასაზღვრო პირობაში და ასიმპტოტურად გავაწარმოთ იგი. შედეგად მივიღებთ:

$$(\sigma - kU_0)^2 \cosh k(R_0 - h) = -g \sinh k(R_0 - h), \quad (6.23)$$

რომლის ამოხსნას σ სიხშირის მიმართ მივყავართ შემდეგ დისპერსიულ გამოსახულებაზე:

$$\sigma = kU_0 \pm \sqrt{-gk \tanh k(R_0 - h)}. \quad (6.24)$$

სწორედ (6.24) დისპერსიული დამოკიდებულების ანალიზი გვამღევს საფუძველს, ვიმსჯელოთ სითხის ტალღური მოძრაობის ჰელმჰოლცისეულ მდგრადობაზე. კერძოდ, (6.24)-ის თანახმად, ვინაიდან h ყოველთვის ნაკლებია R_0 -ზე, ხოლო $k > 0$ ფესვებში მოთავსებული სიდიდე უარყოფითია, ამიტომ σ კომპლექსური რიცხვია და გამოისახება ტოლობით:

$$\sigma = kU_0 \pm i\sqrt{gk \tanh k(R_0 - h)}. \quad (6.25)$$

თუ სიხშირის ამ მნიშვნელობას ჩავსვამთ სიჩქარეთა ველის პოტენციალის (6.10) გამოსახულებაში, ადვილად დავრწმუნდებით, რომ (6.25) -ის ერთ-ერთ ფესვს, (კერძოდ „-“ ნიშნიანს), მივყავართ დროში პოტენციალის ექსპონენციალურად ზრდასთან -

$$\varphi \sim e^{mt}, \quad \text{სადაც} \quad m = \sqrt{gk \tanh k(R_0 - h)}, \quad (6.26)$$

რაც მეტყველებს ტალღური მოძრაობის არამდგრადობაზე.

ამრიგად, ჩატარებული ანალიზის შედეგად შეგვიძლია გამოვიტანოთ მნიშვნელოვანი დასკვნა:

თუ წრიული კვეთის წყალსატარი (გვირაბი ან მილსადენი) თითქმის პირამდეა სავსე წყლით, მაშინ წყლის ზედაპირზე აღძრული ნებისმიერი შემფოთება აუცილებლად გაიზრდება და გამოიწვევს სითხის აშხეფებას წყალსატარის ჭერზე.

ტალღურ შემფოთებათა არამდგრადობის ეს გამოვლინება განაპირობებს ძირითადი – გასწვრივი ნაკადის შეფერხებებით დინებას წრიული კვეთის წყალსატარში და მისი გამტარუნარიანობის შემცირებას. ამ დასკვნასთან დაკავშირებით გავიხსენოთ თუნდაც ბოთლიდან წყლის გადმოსხმის პროცესი

რომელსაც, თუ ბოთლი საკმაოდაა დახრილი, მუდამ თან ახლავს ჭავლის რყევა და სითხის იმპულსური აშხეფება ბოთლის ჭერზე – წყალს უჭირს ბოთლიდან გადმოღვრა, რაც გამოწვეულია გადმოღვრისას მისი ზედაპირის არამდგრადობით.

ამ დროს მეტად რთულდება მასში გამავალი სითხის ხარჯის გაზომვა: აი როგორ აღწერს ქართველ ჰიდრავლიკოს-ექსპერიმენტატორთა ერთ-ერთი თვალსაჩინო წარმომადგენელი ა.ჭანიშვილი, მის მიერ ჯერ კიდევ 1947 წელს ჩატარებულ სკურპულოზურ ცდებს წყლის გადნებაზე თითქმის პირამდე შევსებულ დიდი დიამეტრის ლაბორატორიულ მილსადენში: „საიმედო ექსპერიმენტების ჩატარება შესაძლებელია მხოლოდ, ვიდრე შევსება აღწევს $0,93 \div 0,95D$ -ს (D - მილსადენის დიამეტრია). როცა შევსება იცვლებოდა 93-95%-დან 100%-მდე, ცდების ჩატარება შეუძლებელი შეიქმნა; მილსადენის თითქმის პირამდე შევსებისას ვერ გვიშველა ვერც ვენტილაციურმა ხვრელებმა და ვერც სათვალთვალო ფანჯრებმა, ამიტომ წერტილები, რომელიც პასუხობს ამ რეჟიმს, მიღებულ იქნა მხოლოდ დაწნევითი რეჟიმის შესაბამისი ექსპერიმენტული წერტილების გადაანგარიშების შედეგად“. გარდა ამისა, რაც ჩვენთვის ყველაზე უფრო აღსანიშნავია, ა.ჭანიშვილი ასკვნიდა, რომ „მიუხედავად ქანობების ცვლილებისა (ე.ი. სიჩქარეების ცვლილებისა -შ.გ.) ექსპერიმენტულ მილსადენში მაქსიმალური გამტარუნარიანობა (ე.ი. სითხის მდგრადი სახით გადინება -შ.გ.) აღინიშნებოდა მილსადენის 92-93%-ით შევსებისას“. ამავე დროს, „ცდებით ვერ იქნა დადგენილი, თუ რა გავლენა აქვს ვენტილაციას (ანუ ჰაერის შრის არსებობას-შ.გ.) ზოგადად ნაკადის წინალობაზე“.

ამრიგად, ა. ჭანიშვილის ცდების თანახმად, მილსადენში სითხის დონის მატებასთან ერთდ, აღინიშნება ხარჯის შესაბამისი მატება მანამ, სანამ წრიული წყალსატარის შეივსება არ გადააჭარბებს 92-93%-ს, რის შემდეგ ხარჯის ზუსტი გაზომვა შეუძლებელი ხდება. ამასთან, ეს მოვლენა არ არის დამოკიდებული მილსადენში გამავალი სითხის სიჩქარეზე და ყოველთვის ხდება მისი 93%-ზე მეტად შევსებისას.

როგორც ვხედავთ, ჩვენ მიერ ჩატარებული გამოკვლევა სრულ შესაბამისობაშია ა. ჭანიშვილის ექსპერიმენტების შედეგებთან. ეს შესაბამისობა

ვლინდება იმაშიც, რომ (6.26) გამოსახულების თანახმად, არამდგრადობის მახასიათებელი მაჩვენებელი m არ არის დამოკიდებული ნაკადის თანაბარი მოძრაობის U_0 სიჩქარეზე; იგი დამოკიდებულია მხოლოდ $(R_0 - h)$ ღიობის სიდიდეზე სითხის თავისუფალ ზედაპირსა და წყალსატარის ჭერს შორის და აგრეთვე შეშფოთების ტალღის სიგრძეზე ($\lambda = 2\pi/k$). ამ სიდიდეების ზრდასთან ერთად მცირდება არამდგრადობის მახასიათებელი m კოეფიციენტი.

წრიული კვეთის წყალსატარებში სითხის მოძრაობის თავისებურების ამ გამოვლინებას ჰიდრავლიკოსთა ერთი ნაწილი საერთოდ უარყოფდა და მიიჩნევდა, რომ წყლის დონის მატებასთან ერთად ხდება ნაკადის ხარჯის გამუდმებული ზრდა (მაგ., ბიულოვი), ხოლო მეორეს (მათ შორის ა. ჭანიშვილს) მიაჩნდა (და ამჟამადაც ასეა მიჩნეული ჰიდრავლიკის მრავალ კურსში), რომ თანახმად შეზის კანონის განზოგადებისა წრიული კვეთის წყალსატარებზე, მიაღწევს რა გარკვეულ შევსებას (95%-ს ლუგერის მიხედვით (ევრეინოვი)) ხარჯი თანდათანობით იწყებს კლებას გარკვეულ მნიშვნელობამდე, რაც შეიძლება, ერთი შეხედვით ადვილად (მაგრამ მათემატიკურად დაუსაბუთებლად), საფუძვლად დაედოს განხილული მოვლენის ახსნას. ჩვენი კვლევის შედეგად, როცა წრიული კვეთის წყალსატარი 90%-ით და მეტადაა შევსებული შეზის ფორმულით სარგებლობა დაუშვებელია, ვინაიდან ასეთი შევსებისას, როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები, პრინციპულად შეუძლებელია მდგრადი სტაციონარული რეჟიმის რეალიზება, რასაც შეესაბამება შეზის ფორმულა.

სწორედ, ნაკადის არამდგრადი გადინება იწვევს თითქმის პირამდე სავსე წყალსატარში ხარჯისა და სიჩქარის ხან იმპულსურ მატებას და ხან კლებას, რომლის გარკვეული ერთი მნიშვნელობის დაფიქსირებას ამაოდ ცდილობდნენ ზემოთ ხსენებული ექსპერიმენტატორები.

6.3.2. ნაკადის მდგრადობა მცირედ შევსებულ წყალსატარში

ამ კერძო ზღვრულ შემთხვევაში (ნახ. 6.1.ბ)) პოლარული θ კუთხე გაირბენს 90° -თან ახლომდებარე უაყოფით მნიშვნელობებს ისე, რომ კმაყოფილდება მიახლოებითი ტოლობები: $\sin \theta \approx -1$ და $\cos \theta \approx 0$.

გარდა ამისა, როცა წყლის ჰორიზონტი კოლექტორის ცენტრის ქვევითაა (6.8) პირობაში h -ის წინ საჭიროა აღებულ იქნეს ნიშანი „-“. მაშინ, (6.11) ÷ (6.13) განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} - k^2\psi = 0 ; \quad (6.27)$$

$$(\sigma - kU_0)^2\psi = -g \frac{d\psi}{dr} , \quad \text{როცა } r = h ; \quad (6.28)$$

$$\frac{d\psi}{dr} = 0 , \quad \text{როცა } r = R_0 . \quad (6.29)$$

აქაც, ისევე როგორც (6.14) განტოლებაში, უგულველყოფილია პოტენციალის მეორე რიგის წარმოებული პოპულარული კუთხით, როგორც მცირე სიდიდე. ეს უგულველყოფა მნიშვნელოვნადაა განპირობებული აგრეთვე იმითაც, რომ როგორც (6.15), ასევე (6.28) სასაზღვრო პირობებში, რომლებიც სრულდება სითხის თავისუფალ ზედაპირზე, არ შედის პოტენციალის წარმოებული პოლარული კუთხით. სხვაობა (6.14)÷(6.16) და (6.27)÷(6.29) განტოლებათა სისტემებს შორის ვლინდება „-“ ნიშანში $\frac{d\psi}{dr}$ -ის წინ, რომელიც თავს იჩენს მხოლოდ თავისუფალ ზედაპირზე არსებულ (6.28) სასაზღვრო პირობაში.

სწორედ, ეს ნიშანი განაპირობებს იმ პრინციპულ განსხვავებას, რასაც (6.27)÷(6.29) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა იძლევა (6.14)÷(6.16) სისტემის ამოხსნასთან შედარებით. (6.27)÷(6.29) სისტემის ამოხსნის პროცედურა ფაქტობრივად იმეორებს წინა პუნქტში განხილული ამოცანის ამოხსნის თანამიმდევრობას, ამიტომ ქვემოთ შემოვიფარგლებით მხოლოდ (6.27)÷(6.29) ამოცანის ამოხსნის საბოლოო, ასიმპტოტური შედეგების მოყვანით. კერძოდ, ისე როგორც წინა შემთხვევაში, სიჩქარეთა ველის პოტენციალი კომპლექსური სახით ჩაიწერება შემდეგი ასიმპტოტური დამოკიდებულებით:

$$\varphi = \psi e^{i(\sigma - kx)} = c \sqrt{\frac{R_0}{r}} \cosh k(R_0 - r) e^{i(\sigma - kx)}, \quad (6.30)$$

რომლის რეალური ნაწილია

$$\varphi = c \sqrt{\frac{R_0}{r}} \cosh k(R_0 - r) \cos(\sigma - kx). \quad (6.31)$$

მაგრამ (6.30)-(6.31) ამოხსნებში ტალღურ რხევათა სიხშირე σ , განსხვავებით (6.25) -სგან, რეალური რიცხვია და იანგარიშება დამოკიდებულებით

$$\sigma = kU_0 \pm \sqrt{gk \tanh k(R_0 - h)}, \quad (6.32)$$

რაც მიგვითითებს მცირე შევსების წრიული კვეთის წყალსატარში ტალღური ნაკადის მდგრადობაზე.

6.3.3. ნაკადის მდგრადობის შესახებ ნახევრად შევსებულ წყალსატარში

როცა წრიული კვეთის წყალსატარი ნახევრადაა შევსებული შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ თავისუფალ ზედაპირზე პოლარული θ კუთხე იცვლება ნულთან მახლობლობაში, ასე რომ სრულდება შემდეგი მიახლოებითი ტოლობები $\sin \theta \approx \theta$ და $\cos \theta \approx \pm 1$ (ნიშანი „-“ აიღება სიმეტრიის ღერძიდან მარცხენა ნახევარწრის განხილვის შემთხვევაში. ჩვენ განვიხილავთ მარჯვენა ნახევარწრეს ნიშნით „+“, რაც ამოცანის სიმეტრიულობის გამო, იდენტურია მარცხენა ნახევარწრის განხილვისა).

ამ ტოლობების გათვალისწინებით, ძირითად განტოლებათა (6.11)÷(6.13) სისტემა იღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - k^2 \psi = 0; \quad (6.33)$$

$$(\sigma - kU_0)^2 \psi = \frac{g}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad \text{როცა } \theta = 0; \quad (6.34)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \text{როცა } r = R_0. \quad (6.35)$$

როგორც ვხედავთ, (6.33)-(6.35) განტოლებათა სისტემა მნიშვნელოვნად განსხვავდება ზემოთ განხილულ ზღვრულ შემთხვევათა (6.14)-(6.16) და (6.27)-(6.29) სისტემებისგან. ეს განსხვავება, პირველ რიგში ვლინდება თავისუფალ ზედაპირზე არსებულ (6.34) პირობაში, რომლის თანახმად ტალღურ რხევათა სიხშირე დამოკიდებულია პოტენციალის წარმოებულზე პოლარული θ კუთხით. ორი სხვადასხვა არგუმენტით განსაზღვრული (6.34)-და (6.35) სასაზღვრო პირობა მიგვანიშნებს, რომ ამოცანას შესაძლოა ჰქონდეს მრავალი ამოხსნა.

(6.33)-(6.35) განტოლებათა სისტემის უხეშად მიახლოებითი კერძო ამოხსნაც კი დიდ მათემატიკურ სირთულეებთანაა დაკავშირებული. ჩვენ აქ განვიხილავთ მხოლოდ ნახევარად შევსებულ წრიული კვეთის წყალსატარში ისეთი გრძივი ტალღების გავრცელების შესაძლებლობას, რომლებიც სიმეტრიულია Z ღერძის მიმართ და მათი პოტენციალი დამოკიდებული არ არის პოლარულ θ კუთხეზე. მაშინ, როგორც ეს გამომდინარეობს (6.34) პირობიდან, ასეთი ტალღების სიხშირე ტოლი უნდა იყოს ძირითადი სიჩქარისა და ტალღური რიცხვის ნამრავლისა $\sigma = kU_0$, რაც მიუთითებს, რომ აღნიშნულ შემთხვევაში, თუ ნაკადის ძირითადი სიჩქარე $U_0 = 0$, არხში არ გვაქვს გრძივი მიმართულების პერიოდული ტალღური მოძრაობა. უფრო მეტიც, ნაკადის გასწვრივ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე ტალღური მოძრაობა არ აღინიშნება მაშინაც კი, როცა $U_0 \neq 0$, რადგან თუ ვისარგებლებთ $\sigma = kU_0$ ტოლობით და ჩავსვამთ მას ტალღური ზედაპირის $\eta = a_0 \sin(\sigma t - kx)$ ფორმულაში მივიღებთ, რომ $\eta = a_0 \sin k(U_0 t - x)$, რომლის თანახმად, ვინაიდან $U_0 = x/t$, სითხის ტალღური ზედაპირის ფაზა უცვლელი (კერძოდ, ნულოვანი) სიდიდეა. ეს, მათემატიკურად არამკაცრი მსჯელობა, შესაძლებლობას გვაძლევს მხოლოდ ვივარაუდოთ, რომ სითხის მოძრაობა ნახევრად შევსებულ წრიული კვეთის არხებში აბსოლუტურად მდგრადია და ნაკადი ინარჩუნებს თავის პირვანდელ - სარკისებრ ზედაპირს, ვიდრე მასზე გარეშე ძალა არ იმოქმედებს.

თავი 7

უძრავი შინაგანი ტალღები მდინარეთა შესართავებში და საზღვაო-სანიაღვრე კოლექტორებში

მდინარეთა შესართავებში, განსაკუთრებით წყალმარჩხოვის პერიოდში, მდინარის ფსკერზე ადგილი აქვს ზღვის მარილიანი წყლის, ე.წ. ჰალოსოლის შეჭრას, რომელიც ხშირად შთამბეჭდავ მანძილებზე ვრცელდება მდინარის აღმა მიმართულებით. ჰალოსოლის სიგრძე მაგალითად მდ. მისისიპში აღწევს 24 კმ-ს, მდ. ჩრდილოეთ დვინაში 16 კმ-ს, როტერდამის არხში 118 კმ-ს, მდ. დელავარში 120 კმ-ს (ლოლელიანი [1]).

ზღვის წყლი მდინარის ფსკერზე მნიშვნელოვნად ართულებს ზღვისპირა დასახლებების წყალმომარაგებისა და საკანალიზაციო სისტემების ექსპლუატაციას, ხელს უწყობს მდინარეთა კალაპოტებში ნატანის დაღეჟვასა და კუნძულების წარმოქმნას, ამცირებს სანიაღვრე და საკანალიზაციო კოლექტორების გამტარუნარიანობას, რაც თავის მხრივ ქმნის სანაპირო ტერიტორიების დატბორვებისა და დაბინძურების საფრთხეს.

აქედან გამომდინარე ცხადია, თუ რა პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს მდინარეთა კალაპოტებსა და სანიაღვრე-საკანალიზაციო კოლექტორებში ჰალოსოლის შეჭრის პროგნოზირებასა და მისი გაბარიტების დადგენას. ეს საკითხი ამჟამად ძირითადად ბარის მდინარეებისათვისაა შესწავლილი (კელეგანი, იპენი, ჰარლემანი, ვოინიჩ-სიანოჟენცკი, ლოლელიანი, შიონფელდი, ში-იფი და სხვ.), რომელთა ფსკერის ქანობი იმდენად მცირეა, რომ დასაშვებია მისი გავლენის უგულველყოფა. მაგრამ, როცა საქმე გვაქვს მთისწინა მდინარეთა შესართავ უბნებთან, ისეთებთან ვთქვათ, როგორიცაა საქართველოს შავიზღვისპირეთის მდინარეები, რომელთა ფსკერის ქანობები ეთანადება და ხშირად აჭარბებს კიდევ ხახუნის ქანობს მდინარის მტკნარსა და ზღვის მარილიან წყლებს შორის, არსებული მეთოდების გამოყენება ჰალოსოლის გაბარიტების დასადგენად იძლევა რეალურისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავებულ შედეგებს. ჰალოსოლის შეჭრა მდინარეების შესართავში, მდინარის ფაქტობრივად ნულოვანი ხარჯების შემთხვევაშიც კი შემოზღუდულია იმ (შედარებით მცირე) მანძილით მდინარის შესართავი ყელიდან, რა მანძილზეც ზღვის წყლის ჰორიზონტალური ზედაპირის სიბრტყე კვეთს მდინარის ფსკერს. მდინარის ნულთან მიახლოებული ხარჯების შემთხვევაში არსებული საანგარიშო მეთოდების გამოყენება იძლევა

მდინარის კალაპოტში ჰალოსოლის შეჭრის სიგრძის უსასრულოდ დიდ მნიშვნელობას.

ჰალოსოლის შეჭრას მდინარეთა შესართავ უბნებში და მის უკანდახევას წყალდიდობის დროს, თან სდევს ტურბულენტური დიფუზიისა და კონვექციური მასათა ცვლის პროცესები მდინარის მტკნარ და ზღვის მარილიანი წყლის ფენებს შორის. წყალმარჩხოვის პერიოდში (ზაფხულობით) წყდება ჰალოსოლის გადაადგლება მდინარის ფსკერზე: - ჰალოსოლი ღებულობს სტაბილურ - სტატიკურად უძრავი გრძელი შინაგანი ტალღის ფორმას, რომელიც ძლიერ წააგავს მცინვარის ტანს, ხოლო მისი სიგრძე მდინარის მცირე ხარჯისას აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ამასთან, მინიმუმამდე დადის ტურბულენტური დიფუზიის პროცესები და მდინარის ჭავლსა და ჰალოსოლის ტანს შორის წარმოიქმნება მკვეთრად გამოხატული გამყოფი (საკონტაქტო) ზედაპირი, რომლის ფორმისა და გაბარიტების დადგენა მდინარის ფსკერის ქანობის გათვალისწინებით განიხილება ქვემოთ, პ.7.1.-ში

7.1. სტატიკური ჰალოსოლის გაანგარიშება მდინარის შესართავ აკვატორიაში ფსკერის ქანობის მხედველობაში მიღებით

ჰალოსოლის უძრავი ტანი ფაქტობრივად არის ფსკერზე მდინარის ჭავლით შეჩერებული ზღვის მარილიანი წყლის გრძელი შინაგანი ტალღა. მისი სტატიკური წონასწორობის პირობა აისახება ეილერის განტოლებით, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

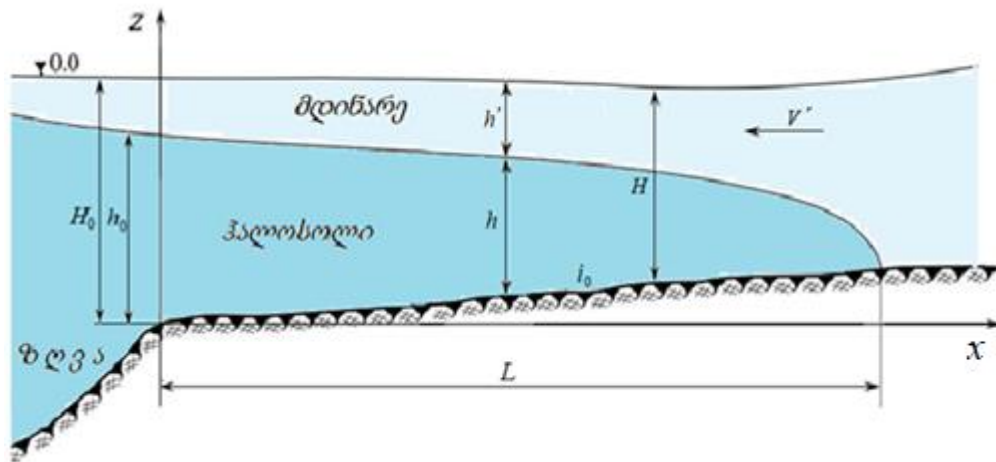
$$\text{grad}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = 0, \quad (7.1)$$

სადაც z ჰალოსოლის ნებისმიერი წერტილის ვერტიკალური კოორდინატია (ნახ.7.1); p წნევაა ამ წერტილში; γ აღნიშნავს ზღვის წყლის ხვედრით წონას.

თუ z -ს მივიჩნევთ ფსკერის დონის ამსახველ z_0 კოორდინატად და წნევას მდინარის ფსკერზე გამოვსახავთ ზღვის წყლისა და მდინარის ჭავლის სიღრმეთა მეშვეობით, (7.1) განტოლება მიიღებს სახეს (გაგომიძე [6]):

$$\text{grad}\left(z_0 + h + h' \frac{\gamma'}{\gamma}\right) = 0, \quad (7.2)$$

სადაც γ' მდინარის მტკნარი წყლის ხვედრითი წონაა; h და h' - შესაბამისად ზღვის მარილიანი და მდინარის მტკნარი წყლების სიღრმეები.



ნახ. 7.1. ჰალოსოლის საანგარიშო სქემა მდინარის შესართავში

შემდგომში განვიხილავთ ერთგანზომილებიან ბრტყელ ამოცანას. (7.2)
განტოლების დაგეგმილებით x ღერძზე (ნახ. 7.1) მივიღებთ

$$\frac{dz_0}{dx} + \frac{dh}{dx} + \frac{\gamma'}{\gamma} \frac{dh'}{dx} = 0. \quad (7.3)$$

გამოვსახოთ მტკნარი წყლის სიღრმე მდინარეში წყლის მთლიანი სიღრმისა და ჰალოსოლის სიღრმის საშუალებით:

$$h' = H - h, \quad (7.4)$$

ან

$$h' = z' - z_0 - h, \quad (7.5)$$

სადაც z' მდინარის კალაპოტში წყლის თავისუფალი ზედაპირის დონის ნიშნულია, ხოლო z_0 ფსკერის ნიშნული. მაშინ, (7.5)-ის გათვალისწინებით, (7.3) განტოლება მიიღებს სახეს

$$\left(1 - \frac{\gamma'}{\gamma}\right) \frac{dz_0}{dx} + \left(1 - \frac{\gamma'}{\gamma}\right) \frac{dh}{dx} + \frac{\gamma'}{\gamma} \frac{dz'}{dx} = 0. \quad (7.6)$$

(7.6) -ში წარმოებული $\frac{dz_0}{dx} = i_0$ მდინარის ფსკერის ქანობია, ($i_0 = \text{const}$);

$\frac{dz'}{dx}$ არის მდინარის ჰალოსოლის თავისუფალი ზედაპირის ქანობი.

ბრტყელი ამოცანის პირობებში მდინარის თავისუფალი ზედაპირის ქანობს ჰალოსოლის ტანის თავზე ძირითადად განაპირობებს ხახუნის ძალა მდინარის ჭავლსა და ჰალოსოლის უძრავ ტანს შორის. მის გამოსარიცხად (7.6) განტოლების ზუსტი ამოხსნის მიზნით, საჭიროა მივმართოთ მდინარის ჭავლის მოძრაობის დინამიკის განტოლებას, მაგრამ ასეთი სიზუსტე ზედმეტად ართულებს ამოცანის ამოხსნას იმ დროს, როდესაც ამოხსნა მნიშვნელოვნად მარტივდება თუ მივმართავთ თ. ვოინიჩ-სიანოჟენცკისა [2] და ლ. ლოღელიანის კარგად აპრობირებულ დამოკიდებულებას და dz'/dx წარმოებულს შევცვლით ტოლობით:

$$\frac{dz'}{dx} = \chi \frac{V'^2}{gh'} = \chi \frac{V'^2}{g(H-h)}, \quad (7.7)$$

სადაც χ ხახუნის კოეფიციენტია მდინარის მტკნარ და ზღვის მარილიან წყლებს შორის არსებულ გამყოფ ზედაპირზე; V' – მდინარის ჭავლის საშუალო სიჩქარე; H – წყლის მთლიანი სიღრმე მდინარის შესართავის ნაბისმიერ კვეთში, რომელიც შეიძლება გამოისახოს მიახლოებითი ტოლობით

$$H = H_0 - i_0 x, \quad (7.8)$$

სადაც H_0 წყლის მთლიანი სიღრმეა მოცემული მდინარის შესართავი უბნის საწყის კვეთში.

(7.8) აღნიშვნის გათვალისწინებით, გამოვსახოთ მდინარის ჭავლის საშუალო სიჩქარე დაყვანილი q' ხარჯის მეშვეობით:

$$V' = \frac{q'}{H_0 - i_0 x - h}. \quad (7.9)$$

მაშინ, (7.7) და (7.9) აღნიშვნების გათვალისწინებით, (3.6) განტოლება დაიყვანება პირველი რიგის არაწრფივ განტოლებაზე მდინარის ფსკერზე ჰალოსოლის შრის სისქის მიმართ

$$\frac{dh}{dx} + i_0 + \chi \frac{\gamma'}{\gamma - \gamma'} \frac{q'^2}{g(H_0 - i_0 x - h)^3}, \quad (7.10)$$

მარტივი გარდაქმნებით (7.10) განტოლება იხსნება ცვლადების განცალგების მეთოდით, რის შედეგად, თუ გამოვიყენებთ სასაზღვრო პირობას $h = h_0$, როცა $x = 0$, სადაც h_0 ჰალოსოლის სამიეხელი სიღრმეა მდინარის შესართავი უბნის საწყის კვეთში, მივიღებთ

$$h = H_0 - i_0 x - \left[4\chi \frac{\gamma'}{\gamma - \gamma'} \frac{q'^2}{g} x - (H_0 - h_0)^4 \right]^{1/4} \quad (7.11)$$

ცხადია, ჰალოსოლის ბოლო კვეთში, რომელიც დაშორებულია შესართავიდან $x = L$ მანძილით, სრულდება პირობა $h = 0$. ამ პირობის ჩასმით (7.11) გამოსახულებაში, მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ დახრილ ფსკერზე ჰალოსოლის სიგრძის საანგარიშო ძირითად დამოკიდებულებას:

$$\left(1 - i_0 \frac{L}{H_0} \right)^4 = 4\chi \frac{1 - \sigma}{\sigma} Fr_0 \frac{L}{H_0} + \left(1 - \frac{h_0}{H_0} \right)^4, \quad (7.12)$$

სადაც L სტატიკური ჰალოსოლის სიგრძეა, ხოლო σ აღნიშნავს სხვაობას:

$$\sigma = 1 - \frac{\gamma'}{\gamma}, \quad (7.13)$$

ხოლო Fr_0 ფრუდის რიცხვია, განსაზღვრული შესართავის საწყის კვეთში წყლის სრული სიღრმის მეშვეობით:

$$Fr_0 = \frac{q'^2}{gH_0^3}. \quad (7.14)$$

იმისათვის, რომ ვისარგებლოთ (7.11) და (7.12) ფორმულებით, საჭიროა ვიცოდეთ ხახუნის კოეფიციენტისა - χ და ჰალოსოლის საწყისი h_0 სიღრმის მნიშვნელობები. მათი დადგენა შესაძლებელია შედეგი დამოკიდებულებებით (ვოინიჩ-სიანოჟენცკი [2], ლოღელიანი [1]):

$$\chi = \frac{0.04}{Re^{1/4}} = \frac{0.04}{\left(\frac{q'}{v} \right)^{1/4}}; \quad (7.15)$$

$$\frac{h_0}{H_0} = 1 - 1.01 \left[\frac{q'}{H_0 (g\sigma H_0)^{1/2}} \right]^{2/3}, \quad (7.16)$$

სადაც Re მდინარის ჭავლის რეინოლდსის რიცხვია; ν – მდინარის წყლის სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია ტემპერატურაზე (ბოგომოლოვ-მიხაილოვი).

ზოგი ავტორი (სტომელი და ფარმერი, შიიფი და შონფელდი) კელვინ-ლამბისეულ ამოხსნებზე დაყრდნობით, სავსებით სამართლიანად მიიჩნევს, რომ სტატიკური ჰალოსოლი არის გრძელი შინაგანი ტალღა, რომლის ფაზური სიჩქარე $c = 0$ და, აქედან გამომდინარე, განსაზღვრავს მდინარის შესართავ კვეთში ჰალოსოლის (ქვედა მკვრივი შრის) სიღრმეს (h_0). ვოინიჩ-სიანოჟენცკი და ლოღელიანი იყენებენ გამყოფი ზედაპირის მდგრადობის პირობას, რომელიც მცირედ განსხვავდება ფაზური სიჩქარის ნულთან ტოლობის პირობისგან და დაიყვანება (7.16) ფორმულაზე, რომელიც უკეთ შეესაბამება მოვლენის ფიზიკურ მხარეს და ამიტომ იგი, ჩვენ მიერაც რეკომენდებულია საწყის კვეთში ჰალოსოლის სიღრმის საანგარიშოდ.

ჰალოსოლის შეჭრა მდინარის კალაპოტში საერთოდ არ აღინიშნება, როცა მდინარის შესართავში მტკნარი წყლის ნაკადის სიჩქარე აჭარბებს კრიტიკულ სიჩქარეს ორფაზა ნაკადებისათვის (ლოღელიანი [1]), ანუ სრულდება პირობა

$$V' \geq 0,959(g\sigma H)^{1/2}. \quad (7.17)$$

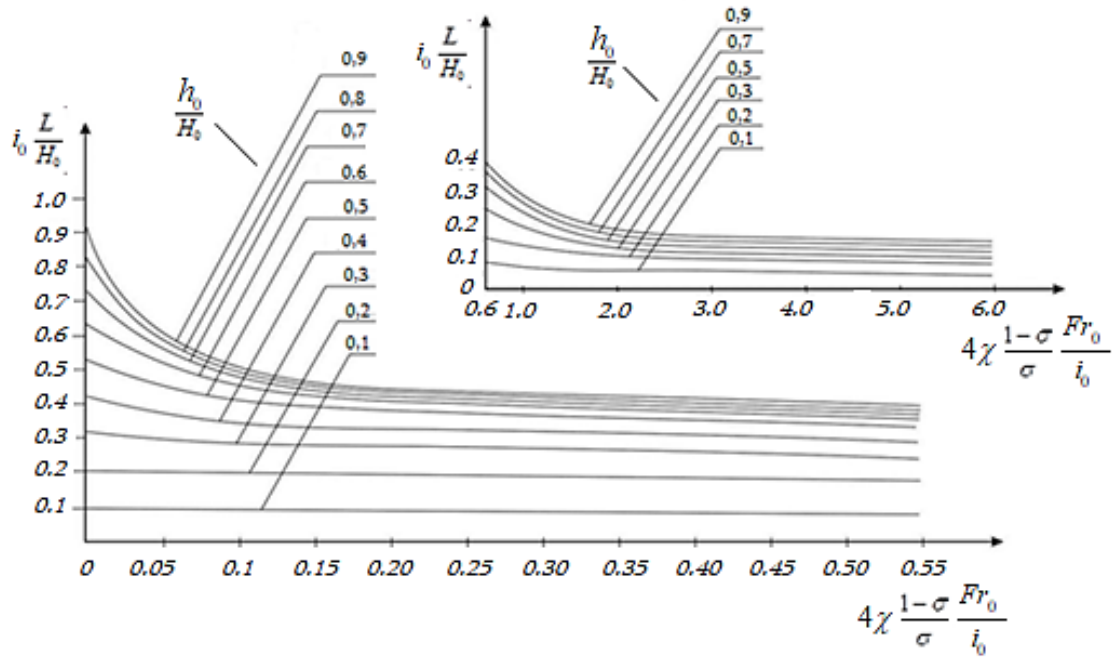
ჩვენი (7.12) დამოკიდებულება მეოთხე ხარისხის ალგებრული განტოლებაა მასში შემავალი ჰალოსოლის სიგრძის (L) მიმართ, რომლის ამოხსნა შეიძლება შერჩევის გზით ან გრაფიკულად. ჰალოსოლის სიგრძის საანგარიშო გრაფიკები მოყვანილია ნახ. 7.2-ზე.

როცა ფსკერის ქანობი $i_0 = 0$, (7.12) ამოიხსნება ცხადი სახითაც (L/H) ფარდობის მიმართ:

$$\frac{L}{H} = \frac{1 - \left(1 - \frac{h_0}{H_0}\right)^4}{4 \chi F r_0 \frac{1 - \sigma}{\sigma}}. \quad (7.18)$$

ამრიგად, ჰალოსოლის სიგრძის საანგარიშოდ (7.18) ფორმულა შეიძლება გამოვიყენოთ ბარის მდინარეებისთვისაც.

წყალმცირობის პერიოდში, როცა მდინარის ხარჯი მიისწრავის ნულისკენ, $Fr_0 \rightarrow 0$, სხვა ავტორთა ფორმულებიდან განსხვავებით, (7.12)-ს არ მივყავართ ჰალოსოლის სიგრძის უსასრულო ზრდამდე. მართლაც, როცა $Fr_0 \rightarrow 0$, ანუ როცა $q \rightarrow 0$, (7.16) და (7.12) ფორმულებიდან ვღებულობთ, რომ ჰალოსოლის სიგრძე $L \rightarrow H_0 / i_0$.



ნახ. 7.2. ჰალოსოლის სიგრძის საანგარიშო მრუდები

ამრიგად, როგორც ეს მოსალოდნელი იყო, ზღვის წყლით ივსება მდინარის შესართავი უბნის მხოლოდ ის ნაწილი, რომელიც ზემოდან შემოსაზღვრულია ზღვის დონის შესაბამისი ჰორიზონტალური სიბრტყით.

მეორე მხრივ, (7.18)-ის თანახმად, როცა $i_0 = 0$, ხოლო $Fr_0 \neq 0$, ჰალოსოლის სიგრძე, ისევე როგორც სხვა ავტორთა დამოკიდებულებებში, შემოზღუდულია. კერძოდ, კეილეგანის თანახმად ჰალოსოლის სიგრძე ვაკის მდინარეებისათვის

$$\frac{L}{H_0} = 6 \left[\frac{H_0 (g\sigma H_0)^{1/2}}{\nu} \right]^{1/4} \left[\frac{2q}{H_0 (g\sigma H_0)^{1/2}} \right]^{-5/2}; \quad (7.19)$$

ლოდელიანის [1] ფორმულით

$$\frac{L}{H_0} = 1.41 \frac{\sigma}{\chi Fr_0} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{h_0}{H_0} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{h_0}{H_0} \right)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{h_0}{H_0} \right)^4 \right]. \quad (7.20)$$

შიიფისა და შონფელდის თანახმად

$$\frac{L}{H_0} = \frac{2}{\chi} \left[\frac{1}{5} \frac{1}{Fr_0^2} - 2 + 3Fr_0^{2/3} - \frac{6}{5} Fr_0^{4/3} \right]. \quad (7.21)$$

(7.19), (7.20) და (7.21) გამოსახულებებში, მდინარის ფსკერის ქანობი საერთოდ არ ფიგურირებს, რის გამოც ეს ფორმულები იძლევა ჰალოსოლის სიგრძის უფრო დიდ მნიშვნელობებს, ვიდრე ეს ნატურაშია დაფიქსირებული. მაგალითად, მდ. მისისიპის განშტოებაში ჰალოსოლის სიგრძე აღწევს 22 კმ-ს იმ დროს, როცა (7.19), (7.20) და (7.21) ფორმულები შესაბამისად იძლევა 25,3; 20,8 და 24,3 კმ-ს. როტერდამის არხში ჰალოსოლის სიგრძეა 118 კმ, ხოლო (7.19), (7.20) და (7.21) ფორმულებით ვღებულობთ 285, 135 და 116 კმ-ს. მდ. დელავარში ჰალოსოლის დაფიქსირებული სიგრძე აღწევს 120 კმ-ს, იმ დროს, როცა (7.19), (7.20) და (7.21) ფორმულები შესაბამისად გვაძლევს 658, 140 და 218 კმ-ს და ა. შ.

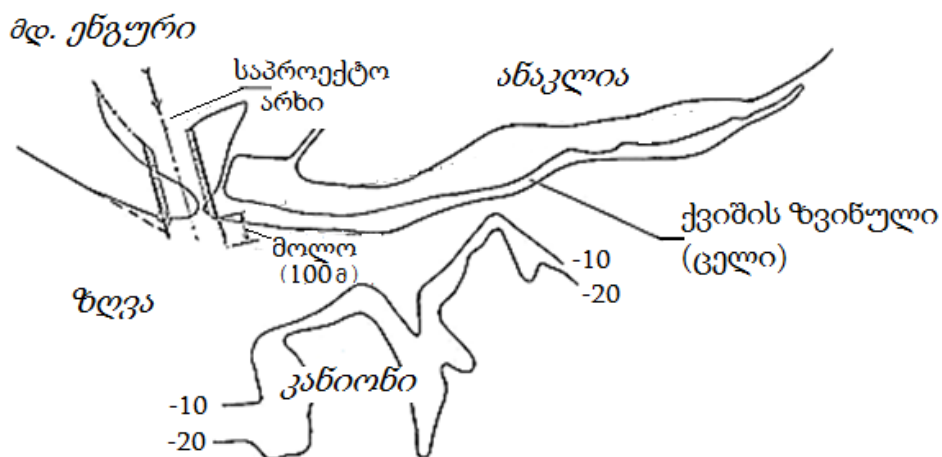
ეს ვითარება გვარწმუნებს, რომ ფსკერის ქანობი თითქმის ისეთივე როლს თამაშობს ჰალოსოლის სიგრძის ფორმირებაში, როგორსაც მდინარის სიჩქარე და სხვაობა მტკნარი და მარილიანი წყლის სიმკვრივეებს შორის. ამიტომ მისი გათვალისწინება აუცილებელია ვაკის მდინარეებისათვისაც.

7.1.1. ჰალოსოლის გაანგარიშების მაგალითი მდ. ენგურის შესართავში არხის გაჭრის შემთხვევაში

როგორც ცნობილია მდ. ენგურზე თაღოვანი კაშხლის აშენების შედეგად მისი ძირითადი ჩამონადენი გადაგდებულიქნა მდ. ერისწყლის კალაპოტში, რის გამოც მნიშვნელოვნად შემცირდა ენგურის ძველი კალაპოტის გამტარუნარიანობა. იგი ამჟამად ატარებს მხოლოდ ენგურის მცირე შენაკადებისა და ენგურჰესის თაღოვანი კაშხლიდან გადმოგდებულ სანიტარულ და ჭარბ ხარჯებს. ამ ღონისძიებამ, ნატანის დაღეჟვის გამო, განაპირობა მდინარის ფსკერის ნიშნულების აწევა: - შესართავში წარმოიქმნა კუნძულები, ხოლო ზღვის ტალღებმა შექმნა 1,5 კმ სიგრძისა და საშუალოდ 100 მ სიგანის ქვიშაყრილი (სანაპირო ცელი), რომელმაც მნიშვნელოვნად შეაფერხა წყალდიდობისა და კაშხლიდან გადმოგდებული წყლის ჭარბი ნაკადის გატარების პროცესი,

განაპირობა შესართავის მიმდებარე ტერიტორიების ხშირი, ზოგჯერ კატასტროფული დატბორვები, რაც დაფიქსირებულია ენგურზე თაღოვანი კაშხლის აშენების შემდეგ.

ენერგეტიკისა და ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა საქართველოს სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტის რეკომენდაციებით, მდინარის შესართავ კალაპოტში შექმნილი ვითარების გამოსწორება შესაძლებელია იქ წარმოქმნილ ქვიშაყრილში არხის გაჭრით (ნახ. 7.3) და მასი დაცვით ნატანით შემდგომი მოსილვებისგან. ამ არხის გამართული ექსპლუატაციისთვის აუცილებელია მასში ჰალოსოლის შეჭრის გათვალისწინება და მისი გაბარიტების დადგენა. ჩვენი წინადადებით ამ არხს, გათვლილს ენგურის კატასტროფული- $Q_{\max} = 2500 \text{ მ}^3/\text{წმ}$ ხარჯის გატარებაზე, უნდა ჰქონდეს ტრაპეციული კვეთი, რომლის სიგანე ფუძეში $b = 145 \text{ მ}$ -ს; სიგანე წყლის ზედაპირზე $B = 166 \text{ მ}$ -ს; წყლის სიღრმე არხში უნდა იყოს $H_0 = 6 \text{ მ}$ -ის ტოლი, რასაც შეესაბამება ნაკადის ცოცხალი კვეთის ფართი $\omega = 933 \text{ მ}^2$; არხის ფსკერის ქანობი უნდა უდრიდეს $i_0 = 0,001$; ამასთან, გათვალისწინებული უნდა იყოს, რომ მდ. ენგურის წყლის სიმკვრივის ფარდობა შავი ზღვის მარილიანი წყლის სიმკვრივესთან $\rho' / \rho = 0,983$ ($\sigma = 0,017$).



ნახ.7.3. არხის გაჭრის სქემა მდ.ენგურის შესართავში

(7.17) კრიტერიუმის თანახმად, ჰალოსოლი ვერ შეაღწევს არხში თუ მდინარის სიჩქარე გადააჭარბებს კრიტიკულ მნიშვნელობას

$$V_{კრ} = 0,953 \sqrt{9,8 \cdot 0,017 \cdot 6} = 0,953 \cdot 1 = 0,953 \text{ მ/წმ},$$

ან წყლის ხარჯი გადააჭარბებს $Q_{\text{მლ}} = \omega \cdot V_{\text{კრ}} = 933 \cdot 0,953 = 893 \text{ მ}^3/\text{წმ-ს}$. უფრო ნაკლები ხარჯის შემთხვევაში მდინარის ფსკერზე შემოიჭრება ჰალოსოლი, რომლის სიგრძის გაანგარიშებას განვიხილავთ არხში მდინარის $Q = 50 \text{ მ}^3/\text{წმ}$ ხარჯის გატარების მაგალითზე.

როცა $Q = 50 \text{ მ}^3/\text{წმ}$ არხში, რომლის საშუალო სიგანე $B_{\text{საშ}} = (145 + 166) : 2 = 155,5$ მ; დაყვანილი ხარჯი $q' = \frac{50}{155,5} = 0,322 \text{ მ}^2/\text{წმ}$, (7.14), (7.16) ფორმულების თანახმად

$$Fr_0 = 0322^2 / 9,8 \cdot 6^3 = 4,9 \cdot 10^{-5};$$

$$h_0/H_0 = 1 - 1,01 \cdot \left(\frac{0,322}{6\sqrt{9,8 \cdot 0,017 \cdot 6}} \right)^{2/3} = 0,857$$

და ჰალოსოლის სიღრმე არხის შესართავ კვეთში

$$h_0 = 0,857 \cdot H_0 = 0,857 \cdot 6 = 5,13 \text{ მ.}$$

თუ ჩავთვლით მდინარის წყლის ტემპერატურას 20° -ის ტოლად, მაშინ მისი კინემატიკური სიბლანტის კოეფიციენტი $\nu = 10^{-6}$ (ბოგომოლოვი), ხოლო (7.15)-ის თანახმად ხახუნის კოეფიციენტი მტკნარი და მარილიანი წყლების გამყოფ ზედაპირზე

$$\chi = 0,04 / (0,322 \cdot 10^6)^{1/4} = 0,0017.$$

ამის შემდეგ ვანგარიშობთ უგანზომილებო კომპლექსს:

$$4\chi \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \frac{Fr_0}{i_0} = 4 \cdot 0,0017 \cdot \frac{1-0,017}{0,017} \cdot \frac{4,9 \cdot 10^{-5}}{0,001} = 0,0193$$

და, როცა $h_0/H_0 = 0,857$ -ს ნახ 7.2-ზე მოყვანილი გრაფიკის დახმარებით ვადგენთ, რომ $i_0 \frac{L}{H_0} = 0,67$, საიდანაც ჰალოსოლის სიგრძე მდინარის კალაპოტში,

მაშინ როცა მდინარის ხარჯი $Q = 50 \text{ მ}^3/\text{წმ}$, უდრის

$$L = 0,67 \cdot \frac{6}{0,001} = 4020 \text{ მ} \approx 4 \text{ კმ-ს.}$$

თუ L -ს ვიანგარიშებდით არსებული (7.19) და (7.20) ფორმულებით, შესაბამისად მივიღებდით 28 და 24 კმ-ს, რაც არარეალურია, ვინაიდან

ჰალოსოლის სიგრძემ არხში არ შეიძლება გადააჭარბოს არხის ფსკერზე ჰალოსოლის ზღვის დონით ლიმიტირებულ სიგრძეს -

$$L = \frac{H_0}{i_0} = \frac{6}{0,001} = 6 \text{ კმ-ს.}$$

ცხრილ 7.1-ში მოყვანილია რეკომენდებულ არხში, ამავე გზით - ნახ. 7.2-ზე მოყვანილი მრუდებით დადგენილი ჰალოსოლის მაქსიმალური სიღრმეებისა და სიგრძეების მნიშვნელობები ენგურის შესართავში სხვადასხვა ხარჯისთვის.

ცხრილი 7.1

მდინარის ხარჯი, Q , მ ³ /წმ	0	25	50	100	250	420	650	895
ჰალოსოლის სიღრმე, h_0 , მ	6	5,5	5,13	4,6	3,5	2,5	1,6	0
ჰალოსოლის სიგრძე, L , კმ	6	4,5	4	3,4	2,3	1,5	0,96	0

ჰალოსოლის შეჭრა მდინარის კალაპოტში შეიძლება დაიბლოკოს ფსკერზე ბარიერის მოწყობით. იმ კვეთში, სადაც გადავწყვეტთ წყალქვეშა ბარიერის მოწყობას, ბარიერის სიმაღლე არ უნდა იყოს ნაკლები ჰალოსოლის სიღრმეზე. კერძოდ, თუ $Q = 50$ მ³/წმ ხარჯის გატარებისას შევეცდებით მდინარის კალაპოტში ჰალოსოლის გადაკეტვას არხის შესართავიდან 1000 მ დაშორებით, სადაც ჰალოსოლის h სიღრმე (7.11) დამოკიდებულების თანახმად უდრის

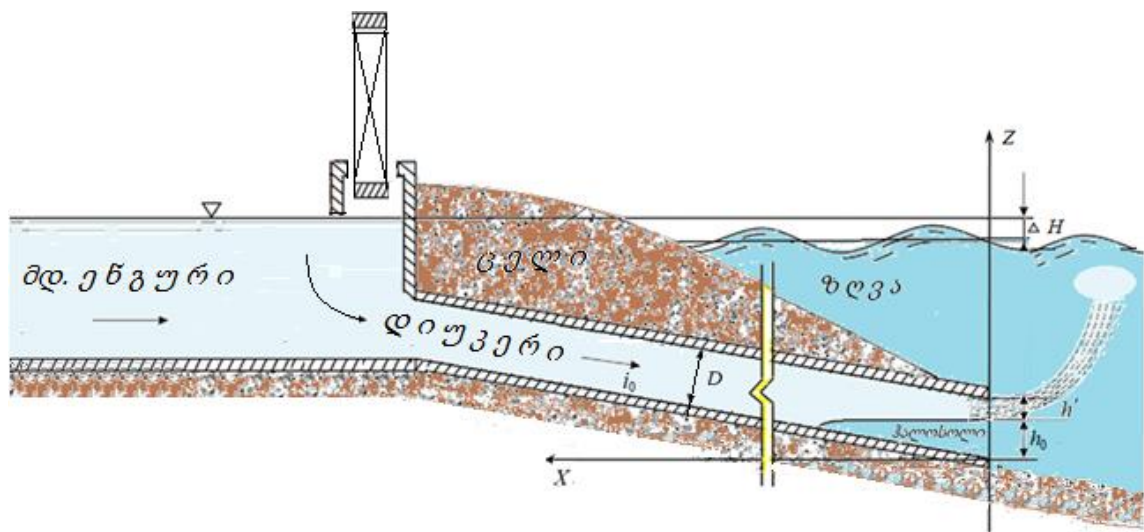
$$h = 6 - 0.001 \cdot 1000 - \left[4 \cdot 0.0017 \cdot \frac{1 - 0.017}{0.017} \cdot \frac{0.322^2}{9.8} \cdot 1000 + (6 - 5.13)^4 \right]^{1/4} = 3,5 \text{ მ-ს}$$

მივიღებთ, რომ წყალქვეშა ბარიერის სიმაღლეს ტოლი უნდა იყოს 3,5 მ-ის. ამ შემთხვევაში მდინარის ნაკადის გასატარებლად გვრჩება წყლის სიღრმე, რომელიც უდრის 1,5 მ-ს. უნდა აღინიშნოს, რომ რეალურ პირობებში, შესართავიდან 1000 მ მანძილზე კალაპოტის სიგანე აღწევს 500 მ-ს და ბარიერის თავზე ნაკადის ეს სიღრმე უზრუნველყოფს კატასტროფული $Q = 2500$ მ³/წმ ხარჯის გატარებასაც კრიტიკულზე ($h_{კრ} = 1,4$ მ-ს) მეტი სიღრმით, ასე რომ ბარიერის მოწყობის გამო არ მოხდება მდინარის წყლის ზედაპირის დამატებითი შეტბორვა.

7.2. ჰალოსოლის გაანგარიშების მეთოდი

ზღვის სიღრმით წყალსაგდებ ნაგებობაში

ვ. საყვარელიძეს [2] ეკუთვნის მდ. ენგურის შესართავის გამტარუნარიანობის გაზრდის სხვა სქემა, რომელიც გულისხმობს დამბის მოწყობას შესართავში და მდინარის ხარჯის გატარებას ზღვაში დაწნევით რეჟიმში მომუშავე მართკუთხა ან წრიული სიღრმითი დიუკერული წყალსაგდების მეშვეობით (ნახ.7.4.).



ნახ. 7.4. ჰალოსოლი ზღვის სიღრმით წყალსაგდებ დიუკერში
(მდ. ენგურის შესართავში წყალსაგდები ნაგებობის მოწყობის სქემა)

თუ არ ჩავთვლით ამ წინადადების განხორციელების სირთულეს ასეთი ნაგებობა, ზემოთ განხილული ღია არხის მოწყობისგან განსხვავებით, არ შექმნის ე.წ. ჰაველურ ეფექტს და არ გადაუღობავს გზას ნატანის ბუნებრივ მიგრაციას ჩრდილოეთიდან სამხრეთისკენ, რითიც ხელს შეუწყობს პლაჟის ზრდას კურორტ ანაკლიის ნაპირზე (თუ, რა თქმა უნდა, ეს პლაჟი არ დაკარგავს თავის ფუნქციას ანაკლიაში დაგეგმილი საპორტო მშენებლობის გამო). ამ წინადადების განხორციელების შემთხვევაშიც, აუცილებლად გასათვალისწინებელია დიუკერულ წყალსატარში ზღვის წყლის შეჭრის ფაქტორი, რადგან ამან დროთა განმავლობაში შეიძლება განაპირობოს სიღრმითი წყალსაგდებების გამოსავალი კვეთის შემცირება მოსილვებისა და ევტროფიკაციის (წყალმცენარეებით ჩახერგვის) გამო.

ქვემოთ მოგვყავს ამ ტიპის ნაგებობებში ჰალოსოლის შეჭრის პირობებისა და გაბარიტების გაანგარიშების მეთოდი.

მდინარე იწყებს რა გამოდინებას ზღვის მარილიანი, უფრო მკვრივი წყლით დაკავებულ სივრცეში, წყალსაგდებში მისი და ზღვის წყლის გამყოფი ზედაპირი კარგავს თავდაპირველ ჰორიზონტალობას და მრუდდება, მაგრამ ხარჯის გარკვეულ დიაპაზონში კვლავ რჩება მილსადენის ფსკერზე, რასაც ადასტურებს შპს „თბილწყალგეო“-ში პროფესორ თ. ვოინიჩ-სიანოჟენცკის ხელმძღვანელობით ჩატარებული ექსპერიმენტები.

ჩვენი ამოცანაა განვსაზღვროთ ზღვის სიღრმითი წყალსაგდების ფსკერზე ჰალოსოლის შეჭრის პირობები და ზომები. ამისათვის თავდაპირველად მივიჩნიოთ, რომ სიღრმით წყალსაგდებს აქვს პრიზმატული კვეთი და განვიხილოთ შემთხვევა, როცა წყალსატარის გამოსავალ კვეთში, ჰალოსოლის თავზე, მდინარის მტკნარი წყლის სიჩქარე აღწევს კრიტიკულ მნიშვნელობას:

$$V_{\text{კრ}}^2 = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} h' \quad (\text{კელეგანი}), \quad (7.22)$$

სადაც ρ და ρ' შესაბამისად ზღვისა და მდინარის წყლის სიმკვრივეებია; h' მტკნარი წყლის სიღრმეა დიუკერის გამოსავალ კვეთში ჰალოსოლის თავზე.

თუ გამოვსახავთ მტკნარი ჩამონადენი წყლის სიჩქარეს სიღრმითი წყალსაგდების გამოსავალ კვეთში დაყვანილი $q' = Q / B$ ხარჯისა (სადაც Q დიუკერში მტკნარი წყლის მთლიანი ხარჯია; B - წყალსაგდების ცოცხალი კვეთის სიგანე) და ზღვის მარილიანი წყლის h_0 სიღრმის მეშვეობით მაშინ, (7.22)

ტოლობიდან გამომდინარე, მივიღებთ

$$\frac{q'^2}{(D - h_0)^2} = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} (D - h_0), \quad (7.23)$$

საიდანაც ზღვის წყლის სიღრმე დიუკერის გამოსავალ კვეთში

$$h_0 = D - \left(\frac{q'^2 (1 - \sigma)}{g \sigma} \right)^{1/3}. \quad (7.24)$$

ამ ფორმულებში D წყალსატარის გეომეტრიული სიმაღლეა (დიამეტრია) და, ისე როგორც ზემოთ, შემოდებულია აღნიშვნა $\sigma = 1 - \rho' / \rho$.

(7.24)-ს თანახმად ზღვის წყალი დაიკავებს სიღრმითი წყალსაგდების მთელ გამოსავალ კვეთს, თუ მდინარის წყლის ხარჯი ნულის ტოლია, ანუ $h_0 = D$, როცა $q' = 0$. მეორე მხრივ, ზღვის წყალი მთლიანად განიდევნება დიუკერიდან, როცა მასში მტკნარი წყლის დაყვანილი ხარჯი გადააჭარბებს კრიტიკულ მნიშვნელობას

$$q'_{\text{კრ}} = \left(\frac{\sigma}{1 - \sigma} g D^3 \right)^{1/2}. \quad (7.25)$$

ეს ნიშნავს, რომ გამოსავალ კვეთში $h_0 = 0$, როცა $q' > q'_{\text{კრ}}$.

ვთქვათ, სიღრმით წყალსაგდებში ხდება მდინარის კრიტიკულზე ნაკლები ხარჯების მიწოდება. განვსაზღვროთ ამ შემთხვევაში წყალსაგდებში შეჭრილი ჰალოსოლის სიგრძე. ამისათვის ვისარგებლოთ ეილერის განტოლებით და ნახ.7.4-ზე მოყვანილი საანგარიშო სქემის შესაბამისად მივიჩნიოთ, რომ ზღვისა და მტკნარი წყლის გამყოფი ზედაპირის კოორდინატი

$$z = z''. \quad (7.26)$$

მაშინ, მტკნარი წყლის ნაკადის წნევა ჯერჯერობით უცნობ გამყოფ ზედაპირზე შეგვიძლია გამოვსახოთ ჰიდროსტატიკური და ნაკადის სიჩქარით გამოწვეული წნევათა ჯამის სახით:

$$p' = \gamma'(H + \Delta H - z'') + \gamma' \frac{q'^2}{2g(z'_0 - z'')^2}, \quad (7.27)$$

სადაც H ზღვის სიღრმეა მილსადენის გამოსავალი კვეთის თავზე; ΔH მდინარის წყლის დონეა ზედა ბიეფში, დიუკერის წინ; z'_0 აღნიშნავს წყალსაგდების ჭერის წახნაგის კოორდინატს.

(7.26) და (7.27) გამოსახულებების გათვალისწინებით წყალსაგდებში ზღვის წყლის სტატიკური წონასწორობის ეილერის (7.1) განტოლება დებულობს სახეს

$$\left(1 - \frac{\gamma'}{\gamma} \right) \frac{dz''}{dx} + \frac{\gamma'}{\gamma} \frac{q'^2}{2g} \frac{d}{dx} \frac{1}{(z'_0 - z'')^2} = 0. \quad (7.28)$$

შევცვალოთ (7.28) განტოლებაში ზღვისა და მდინარის წყლების გამყოფი ზედაპირის z'' კოორდინატი ჯამით

$$z'' = z_0 + h, \quad (7.29)$$

სადაც z_0 წყალსაგდების ფსკერის კოორდინატია, ხოლო h - ჰალოსოლის სიღრმე მის ნებისმიერ კვეთში. მაშინ, თუ გავითვალისწინებთ აგრეთვე, რომ

$$\frac{dz_0}{dx} = i_0 \quad \text{და} \quad z'_0 - z_0 = D, \quad (7.30)$$

სადაც i_0 წყალსაგდების ფსკერის ქანობია, (7.28) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\sigma \frac{dh}{dx} + \sigma i_0 + (1 - \sigma) \frac{q'^2}{2g} \frac{d}{dx} \frac{1}{(D - h)^2} = 0. \quad (7.31)$$

(7.31) განტოლების ინტეგრირება გვაძლევს

$$\sigma \cdot h + (1 - \sigma) \frac{q'^2}{2g} \frac{1}{(D - h)^2} = -\sigma \cdot i_0 x + C. \quad (7.32)$$

ინტეგრირების C მუდმივის გამოსარიცხად ვისარგებლოთ სასაზღვრო პირობით $h = h_0$, როცა $x = 0$, სადაც h_0 ჰალოსოლის საწყისი სიღრმეა წყალსაგდების გამოსავალ კვეთში. მაშინ მარტივი გარდაქმნების შემდეგ (7.32)-დან მივიღებთ

$$(h_0 - h) + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{q'^2}{g} \left[\frac{1}{(D - h_0)^2} - \frac{1}{(D - h)^2} \right] = i_0 x \quad (7.33)$$

ცხადია, რომ წყალსაგდებში, იქ სადაც მარილიანი წყლის სიღრმე $h = 0$ გრძივი x კოორდინატი გამოსახავს ჰალოსოლის მაქსიმალურ შეჭრას, ანუ ჰალოსოლის სიგრძეს, რომელიც (7.33) გამოსახულებით იანგარიშება ფორმულით

$$L = \frac{1}{i_0} \left\{ h_0 + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{q'^2}{2g} \left[\frac{1}{(D - h_0)^2} - \frac{1}{D^2} \right] \right\}, \quad (7.34)$$

სადაც h_0 წინასწარ უნდა დადგინდეს (7.24) დამოკიდებულებით.

როცა სიღრმით წყალსაგდებებს აქვთ წრიული კვეთი, საანგარიშო გამოსახულებები ღებულობს რთულ სახეს, მაგრამ ამ შემთხვევაში, პრაქტიკისთვის სავსებით დამაკმაყოფილებელი სიზუსტით შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ (7.24) და (7.34) ფორმულებში D აღნიშნავს წყალსაგდები მილსადენების დიამეტრს, რომლებშიც მდინარის დაყვანილი ხარჯი იანგარიშება ფორმულით

$$q' = \frac{Q}{\omega^{1/2}} = \frac{2Q}{D\pi^{1/2}} = \frac{1.13Q}{D} . \quad (7.35)$$

განვიხილოთ რიცხვითი მაგალითები¹.

მაგალითი 1. ვთქვათ, საჭიროა განისაზღვროს ზღვის მარილიანი წყლის სოლის შეჭრის შესაძლებლობა და მისი ზომები წრიული კვეთის სანიაღვრე კოლექტორში შემდეგი მონაცემების საფუძველზე:

$$D = 0.63 \text{ მ-ს}; \rho' = 1 \text{ ტ/მ}^3; \rho = 1.008 \text{ ტ/მ}^3; i_0 = 0.0125; Q = 0.006 \text{ მ}^3/\text{წმ-ში};$$

წინასწარ ვანგარიშობთ სიდიდეებს

$$\sigma = \frac{\rho - \rho'}{\rho} = 1 - \frac{\gamma'}{\gamma} = 1 - \frac{1}{1.008} = 0.008 ;$$

$$(7.25) \text{ ფორმულიდან მივიღებთ } q'_{\text{ჭ}} = (9.8 \times 0.008 \times (0.63)^3)^{1/2} = 0.14 \text{ მ}^2/\text{წმ, ხოლო}$$

$$(7.35) \text{ ფორმულიდან } - q' = 1.13 \frac{0.006}{0.63} = 0.0108 \text{ მ}^2/\text{წმ}.$$

ვინაიდან $q' < q'_{\text{ჭ}}$, სანიაღვრე მილსადენში ზღვის მხრიდან მოხდება მარილიანი წყლის შეჭრა. ჰალოსოლის სიღრმე გამოსავალ კვეთში (7.24) ფორმულის თანახმად ტოლია

$$h_0 = 0.63 - \left(\frac{0.0108^2 \times 0.9921}{9.8 \times 0.0079} \right)^{1/3} = 0.63 - 0.114 = 0.52 \text{ მ},$$

ხოლო მისი შეჭრა სანიაღვრე კოლექტორში (7.34) ფორმულით შეადგენს

$$L = \frac{1}{0.0125} \left\{ 0.52 + \frac{1}{0.008} \cdot \frac{0.0108^2}{2 \cdot 9.8} \left[\frac{1}{(0.63 - 0.52)^2} - \frac{1}{0.63^2} \right] \right\} = 46 \text{ მ-ს}.$$

ეს მანძილი ათვლილ უნდა იქნას სიღრმით მილსადენში, გამოსავალი კვეთიდან დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით. იმ შემთხვევაში, როცა სანიაღვრე კოლექტორში წყლის ხარჯი $q' = 0$, ზღვის წყლის დგომა კოლექტორში, გამომდინარე იგივე (7.24) და (7.34) ფორმულებიდან

$$\text{განისაზღვრება მანძილით } L = \frac{0.63}{0.0125} = 50.4 \text{ მ-ს. ამ დროს უძრავი მტკნარი}$$

წყლის დონე ნაპირზე მდებარე სანიაღვრე-სათვალთვალო ჭაში მხოლოდ $\Delta H = 8$ მმ-ით აჭარბებს შეუშფოთებელი ზღვის დონეს.

¹მაგალითებში მოყვანილი რიცხვები პირობითია.

მაგალითი 2. მდ. ენგურის შესართავში დიუკერული წყალსაგდების მოწყობის შემთხვევაში (ნახ. 7.4.) საჭიროა განისაზღვროს დუკერში ზღვის წყლის შეჭრის (ჰალოსოლის) გაბარიტები, როცა მდინარის ხარჯი $Q = 50 \text{ მ}^3/\text{წმ}$; დონეთა სხვაობა მაქსიმალურად შეტბორილ მდინარესა და შეუშფოთებელ ზღვის ზედაპირს შორის $\Delta H = 4,5 \text{ მ}$ -ს; დიუკერი შედგება მართკუთხა კვეთის 15 წყალგამშვი გალერეისგან, რომელთაგან თითოეულის სიგანეა $B = 10 \text{ მ}$; სიმაღლე $D = 3 \text{ მ}$ და გათვლილია მდინარის კატასტროფული - $2500 \text{ მ}^3/\text{წმ}$ ხარჯის გატარებაზე; მისი ქანობი $i_0 = 0,02$; მდინარისა და ზღვის წყლის სიმკვრეები იგივეა, რაც წინა მაგალითში: $\rho' = 1 \text{ ტ/მ}^3$; $\rho = 1,008 \text{ ტ/მ}^3$; $\sigma = \frac{\rho - \rho'}{\rho} = 0,008$;

$$\frac{1 - \sigma}{\sigma} = \frac{1 - 0,008}{0,008} = 124 .$$

ვთქვათ $Q = 50 \text{ მ}^3/\text{წმ}$ ხარჯის გატარება დიუკერში ხდება 5 სიღრმითი გალერეის მეშვეობით. მაშინ მდინარის დაყვანილი ხარჯი თითოეულ მათგანში $q' = \frac{Q}{5 \cdot B} = \frac{50}{5 \cdot 10} = 1 \text{ მ}^2/\text{წმ}$. დაყვანილი ხარჯის ეს მნიშვნელობა ნაკლებია (7.25)

ფორმულით ნაანგარიშებ $q'_{\text{ჭ}} = \left[\frac{1}{124} \cdot 9,8 \cdot 3^3 \right]^{1/2} = 1,46 \text{ მ}^2/\text{წმ}$ მნიშვნელობაზე, რაც

მიგვითითებს, რომ ხუთივე გალერეაში ადგილი ექნება ფსკერზე ზღვის წყლის შეჭრას. (7.24) ფორმულის თანახმად, გალერეის გამოსავალ კვეთში ზღვის წყლის

მაქსიმალური სიღრმე ტოლი იქნება $h_0 = 3 - \left(\frac{1^2 \cdot 124}{9,8} \right)^{1/3} = 0,67 \text{ მ}$ -ის, ხოლო

მდინარის წყლის - $h' = 2,33 \text{ მ}$ -ის. (7.34)-ის თანახმად, ზღვის წყალი - ჰალოსოლი მოიცავს გალერეის ფსკერს გამოსავალი კვეთიდან

$$L = \frac{1}{0,02} \left\{ 0,67 + 124 \cdot \frac{1^2}{2 \cdot 9,8} \left[\frac{1}{(3 - 0,67)^2} - \frac{1}{3^2} \right] \right\} = 56,6 \text{ მ}$$

მანძილზე.

ლიტერატურა:

აბოტი

Abbot M.B., Iarsen J., Madsen P., Tao J. Simulation of wave breaking and runup. In: XX Congr, IAHR, 1983, v.7., p.137-140

აგროსკინი

Агроскин И.И., Дмитриев Г. Т., Пикалов Ф. И., Гидравлика, Изд. «Энергия». Л. 1964, 352 с.

ადამსი

Adams L.K., Buchwold V.T. The generation of continental shelf waves. J. Fluid Mech., 1969. 815-826.

ალტუნინი

Алтуниин В. С. Мелиоративные каналы в землянных руслах. М.:1979, 255 с.

აბლოვიცი

Абловиц М., Сигур Х., Солитоны и метод обратной задачи, изд. «Мир», М. 1987, 444с.

ბაშკიროვი

Башкиров Г. С. Динамика прибойной зоны моря. М.: морской транспорт, 1961, 219 с.

ბახმეტეფი

Bakhmeteff, B.A.: On Nonuniform Motion of a Fluid in an Open Bed. Kubuch, Leningrad (in Russian), 1928.

ბეაუდევინი

Beaudevin C. Stabilite des digues a talus a corapace en vrac. La Houuille Blanche, Grenoble, NA, 1955.

ბენჯამინი

Benjamin, T. B.: Wave formation in laminar flow down an inclined plane, J. Fluid Mech. 2, 554-557, 1957.

ბერკოფი

Berkhof J.C.W. Mathematica models for simple harmonic liner water waves. Wave diffraction and refraction. Delft University of technology. Publ. N 163, 1976, p. 108.

ბიგელოუ და სხვ.

Бигелоу Г., Эдмондсон Р. В. Теория мелкой воды. Океанографические задачи и численные методы. Л.: Гидрометеиздат 1977. 207 с.

ბისტროვი

Быстров Н.И. О приближенном решении уравнений в частных производных с тремя независимыми меременими Докл. АН СССР. 3, №16 1934, с.12-16;

ბოგაევსკი და სხვ.

Богаевский Р. Н., Повзнер А. Я. Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. М.: Наука, 1987, 255 с.

ბოგომოლოვი და სხვ.

Богомоллов А. И., Михайлов К. А. Гидравлика. М.: Стройиздат, 1972, 648 с.

ბოძო

Бом Д. Квантовая теория. М.: Наука, 1965. 726 с.

ო ბრეიენი

O'brien M.P. A Summary of the theoric of oscillatory waves. Beach Erosion Board Techn. Rep., 1944, No.2.

ბრეტშნაიდერი

1. Бретшнайдер К.Л. Рефракция. Дифракция и отражение волн. В кн.: Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. Л.: Гидрометеиздат, 1970. с. 92-113

2. Bretshneider C.U. Selection of design wave for offshore structures. J. of the Waterways and harbours Division, W,2, 1958.

ბროვიკოვი

Бровиков И. С. Изменение элементов волн при их выходе на мелководье. ТР. ГОИН, вып. 50. М., 1960, с. 27-32

ბროკი

Brock, R.R.: Periodic permanent roll waves. J. Hydraul. Div., 96(HY12), 2565–2580, 1970.

ბრონშტეინი

Бронштейн И.М., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М.: Наука , Лейпциг: Тойбнер, 1981, 720 с.

ბულიოვი

Bülow FR. V. Die Leistungsfähigkeit von Flug BachWerkgraben, Kanal und Rohrquerschnitten. Gesundheits Ingenier, 1927. v. 50. h.262.

გაგოშიძე

1. Гагошидзе Ш.Н. Трансформация установившихся внутренних волн при наличии стационарного течения и переменности глубин. Тр. ЗакНИГМИ в 31 Л., Гидрометиздат, 1973, с 26-38.

2. Гагошидзе Ш.Н. Об устойчивости береговых склонов при продольном обтекании волновым потоком, Тр. коорд. совещ. по гидротехн. в.92 Л. Энергия, 1974, с. 30-40.

3. Гагошидзе Ш.Н. К исследованию распространения поверхностных волн жидкости над наклонным дном. Совещание по цунами, ИПФ АН СССР, Горький, 1984, с. 28-30.

4. Гагошидзе Ш.Н. Влияние ширины горных водохранилищ на параметры поверхностных волн. Сб. Научно технический прогресс в гидротехническом строительстве. Информэнерго, М., 1988, с. 35-36.

5. Гагошидзе Ш.Н. Прямой метод решения задачи о регулярных волнах над наклонным дном. Океанология, ж. АН СССР т. XXIX, М., 1989, с. 64-65.

6. Гагошидзе Ш.Н. Определение длины интрузии морской воды в устьях рек предгорного типа, Сб. н.тр. ГрузНИИЭГС, М. Энергоатомиздат, 1989. с. 110-115.

7. Гагошидзе Ш.Н. К исследованию распространения волн в суживающихся акваториях. Сб. Колебания и волны в механике сплошной среды Горький, 1989, с. 14-2.

8. Гагошидзе Ш.Н. К построению рельефа волн у берегового склона моря. Тр. науч. конф. "Морские природные катастрофы", ИПФ АН СССР, Горький, 1989, с. 14-22.
9. Гагошидзе Ш.Н. К описанию картины волнения у берегового склона океана. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, т. 26, №10. 1990. с. 1103-1110.
10. Gagoshidze Sh.N. Calculation of three-dimensional regular waves over the slope bed having arbitrary steepness. In XXIV Congr. IAHR, v.B. Madrid, 1991, p. 143-150.
11. გაგოშიძე შ. წყლის დამყარებული ტალღური მოძრაობის თეორია სანაპირო არეებსა და გრძივი განფენილობის ჰიდროტექნიკურ ნაგებობებში. დისერტაცია დოქტორის ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი, 1994. 265 გვ.
12. გაგოშიძე შ., კვატაშიძე ვ. სამკუთხა და ტრაპეციულ არხებში ტალღური ნაკადის გაანგარიშების მეთოდი. ჟურნალი „ენერგია“, №3 (7) თბილისი 1998.
13. Gagoshidze Sh., Kadaria J., Long wave on variable stationary flow, Proceedings of Long Waves Symposium, in parallel with the XXX IAHR Congress, Thessaloniki, Greece, August 25-27, 2003. p. 223-228.
14. Гагошидзе Ш. Н., Кадария Ю. Р., Длинные волны на потоках переменной глубины, Известия Академии Инженерных Наук им. А. М. Прохорова, Научно-Технический Журнал «Прикладная Математика и Механика», том 4, Москва, 2003. с. 181-187.
15. Гагошидзе Ш. Н., Кадария Ю.Р., О влиянии конфигурации дна на трансформацию длинных волн в прибрежной зоне, Труды VI-ой конференции «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей» Институт водных проблем РАН, 22-26 ноября 2004 г., Москва, Россия. ст. 206-207.
16. Гагошидзе Ш., К оценке воздействия вдольбереговых волн на береговые откосы открытых морских и речных каналов, Н.Т. журнал Росс.А.Н. «Фундаментальная и прикладная гидрофизика», Санкт-Петербург, №4 , 2010. с. 102-113.
17. გაგოშიძე შ., ლოღელიანი ლ., ქადარია ი. ჰიდროსაინჟინრო და გარემოსდაცვითი პრობლემები და მათი გადაჭრის გზები ქალაქ ფოთის შავიზღვისპირა რეგიონში. რუსთაველის ეროვნული ფონდი, საგრანტო პროექტი # 480. 2009-2012 წწ. 149გვ.
18. Gagoshidze Sh., To the Calculation of Periodic Longitudinal Waves in Trapezoidal Channels and Their Action on Bank Slopes. EGU General Assembly 2011Vienna . NH5.2/NP7.4/OS5.5.copernicus.org/EGU2011/abstractinformation
19. გაგოშიძე შ., სითხის მოძრაობის მდგრადობის პრობლემა წრიული კვეთის წყალსატარებში სტუ, საერთ. სიმპოზიუმში, შრომათა კრებული. თბილისი1997.
20. Gagoshidze Sh., On the Stability of Wave Disturbances in Non-Pressure Round-Cylindrical Channel. Geophysical Research Abstracts, EGU General Assembly 2015, Vena, Austria, 12-27 April 2015

გველესიანი

- Гвелесиани Т. Л. Учет изменения ширины водохранилища при решении пространственных задач о гравитационных волнах. Сообщ. АН ГССР, т. 86, №1, Тбилиси: Мецниереба, 1977, с. 157-160.

გვაზავა, გაგოშიძე და სხვ.

Gwazawa G.N., Gagoshidze SH. N., Khatiashvili A.B., Chageashvili R.A. On the problem of investigation of surface and interval wave propayation on the coastal zone of the sea. In:XX

დვაიტი

Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1964, 228 с.

დინი

1. Dean W.R. On the refrlction of surface waves by a submerged plane barrier. Cambridge Phil. soc., vol. 41, 1945, p. 231-238.

2. Дин Р.Г., Харлеман Д.Р. Взаимодействие между волнами и береговыми сооружениями. В кн.: Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. Л.: Гидрометеиздат, 1970, с. 167-228

დორფმანი

Дорфман А.А. О неустновившихся волновых движениях жидкости над наклонным дном. Изв. АН СССР МЖГ, 1984, №6 с. 63-70;

დიატლოვი

Дятлов А.И. Рассеяние поверхностных волн в интегральных моделях типа Беркгофа. В сб. Колебания и волны в механике сплошной среды. Изд.: Горковский политехнический институт, Горький, 1989, с. 43-46

დრესლერი

Dressler R.F. Mathematical solution of the problem of roll-waves in inclined open channels. Comm. Pume Appl. Math., 1949, N2, p. 149-194.

ევანგელისტი

Evangelisti G. On tidal waves in a canal with variable cross section. Sixth general meeting IAHR, Neetherlands, 1955.

ევრაიზოვი

Еврейнов В. Н. Гидравлика. Изд. Водный транспорт, М., Л. 1939, 632 с.

ვაისფელდი

Вайсфельд И.А. Влияние течения на параметры волн. Тр.ВНИИ ВОДГЕО, вып. 6. 1967.

ვანგი

Wang H. Non-stationary wave spectral transformation. In:XX Congress IAHR, Moscow, 1983, vol. 7, p.91-94.

ვატსონი

Ватсон Г.Н. Беселевые функции. М.: ИЛ 1949. 276 с.

ვიგელი

Вигель Р. Экспериментальное исследование поверхностных волн на мелководье. В сб. “Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя”, М.: ИЛ., 1952

ვოინიჩ-სიანოჟენსკი

1. Войнич-Сяноженцкий Т.Г. Проблема устойчивости течения потока реальной жидкости в каналах конечной глубины. Тбилиси: Изв. ТНИСГЭИ, т. 16. Изд. “Энергия”, 1965, с 18-38

2. Войнич-Сяноженцкий Т.Г. Гидродинамика устьевых участков рек и взморий беспр.морей. Тр. ЗакНИГМИ, 46(52), Гидрометеиздат, Л., 1972, 2004 с.
3. Войнич-Сяноженцкий Т.Г., Кереселидзе Н.Б., Итонишвили Ю.В., Сакварелидзе В.В., Хатиашвили Э.Б. Определение трансформированных на наклонном дне поверхн.волн. Сообщ. АН Груз. ССР. 1973, т. 93 №1, с. 113-116
4. Воойнич-СяноженцкийТ.Г.,Тогонидзе Н.В., Трагсформация поверхностных волн на течения в условиях изменения глубин. Тр. ЗакНИГМИ, вып. 32(38), Гидрометеиздат, Л., 1969, с. 132-149

ვოიტი

Войт С.С. Волны цунами. В кн.: Физика океана. М.: Наука, 1978, т.2, с. 229-254

ვოლცინგერი

1. Вольцингер Н.Е. Длинные волны на мелкой воде. Л., Гидрометеиздат, 1985, 160 с.
2. Вольцингер Н.Е., Пясковский Р.В. Теория мелкой воды. Океанологические задачи и численные методы. Л.: Гидрометеиздат, 1977, 207 с.

ზომერფილდი

Зомерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. Изд. ИЛ. . М. 1950. 456 с.

თომასი

Thomas, H.A.: The propagation of waves in steep prismatic conduits, roc. Hydraulic Conference, Univ. of. Iowa, 214-229, 1939.

იაკოვლევი

Яковлев В. В. Дифракция поверхностных гравитационных волн на телах вращения, Докл. АН УССР, Сер. А, №7 с. 41-45.

იანკე

Янке Е., Емде Ф., Леш Ф. Специальные функции, формулы, графики, таблицы. Перевод с немецкого. М.: Наука, 1968, 344 с.

იპენი

1. Иппен А.Т., Харлеман Д.Р. Динамика приливов в эстуариях. В кн. Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. Ил Л., 1970, с. 229-272
2. Ippen A.T., Harleman D.B.F. Steady-State Characteristic of sub-surface flow. Mat. Bureau of standards circular 521, Gravity waves, november 28, 1952.

ირიბარენი

Iribarren R., Cavaniles and Casto Nogales Y Orlando. Generalization of the formula for calculation of Rockfill Dikes and verification of its coefficients. Bull., Beach Erosion Board, vol. 5, 1952.

ისააკსი

Isaaks I.D. Discussion of Refraction in surface waves by currents. Trans. Am. Geophys. Un., 1948, v. 29, N25, p. 739-742.

ისააკსონი

Isaacson M. de St. Q. Solitary wave diffraction around large cylinder. J. Mater Waves Port Coast. Ocean, Div., ASCE, 1983, v. 109, n1, p. 121-127.

კანტარჯი

Кантаржи И.Г., Цивцивадзе Н.Ш., Акмурадов Х.А. Гидравлика ветровых волн в каналах. Изд.: ТГУ, Тбилиси, 1984, 177 с.

კანტოროვიჩი

1. Канторович Л.В. Один прямой метод приближенного решения задачи о минимуме двойного интеграла. ИЗВ. АН СССР, ОМОН, №5, 1933, с. 647-652
2. Канторович Л.В., Крылов В.Н. Приближенные методы высшего анализа. Физматгиз, 1962, 708 с.

კარიერი

Carrier G.F., Greenspan H.P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach. J. Fluid Mech., 1958, v.4, N 1, p.97-109.

კერესელიძე

Кереселидзе Н.Б., Масс Е.И., Кантаржи И.Г., Метревели Т.И. Применение информационно-вычислительных комплексов и ЭВМ в гидравлических исследованиях. Тбилиси, Мецниереба, 1986, 231 с.

კელეგანი

1. Кейлеган Д.Г. Механизм образования неподвижного клина соленой воды. В кн. Гидронемика береговой зоны и эстуариев, Л.: Гидрометеиздат, 1970, с. 278-303;
2. Keulegan G. H. Wind Tides in Small Closed Channels. Nat. Bur. Std. (U. S.), Res. Paper, No 2207, J. Res. Nat. Bur. Std., C., 46 (5), 1952

კისელევი

1. Справочник по гидравлическим расчетам. Под редакцией П.Г. Киселева. М.: Энергоатомиздат, 1972, 312 с.

კონონკოვა

Кононкова Г.Е. Динамика морских волн. М.: МГУ, 1969, 206 с.

კოჩინი

1. Кочин Н.Е. Собрание сочинений, т 2. М.: Гостехиздат, 1949
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, Т.2 М.: физматгиз, 1963, 727 с.

კრასნოვი

Краснов М.А., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. М.: Наука, 1973, 190 с.

კრასნოჟენი

Красножен Г.Ф., Сидорова А.Г. О выборе расчетных параметров волн при проектировании гидротехнических сооружений. Тр. коорд. совещаний по гидротехнике, вып. 5, Л.: Энергия, 1969, с. 188-196

კრილოვი

1. Крылов Ю.М. К теории рефракции морских волн. Тр. ГОИН. вып. 16, М., 1950, с. 95-103
2. Крылов Ю.М. Спектральные методы исследования и расчета ветровых волн. Л.: Гидрометеиздат, 1966, 255 с.

ლავრენტევი

Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973, 416 с.

ლამბი

Ламб Г. Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947. 928 с.

ლანდაუ-ლიფშიცი

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Гос. изд. физико-математической литературы, 1963, 702 с.

ლაპპო

Лаппо Д.Д. Силовое воздействие гравитационных волн при обтекании гидротехнических сооружений. М.: Изд. АН СССР, 1962, 116 с.

ლაპშევი

Лапшев И.И. Расчет выпусков сточных вод. Стройиздат. М. 1977 г.

ლე-მეოტე

1. Ле Меоте Б. Введение в гидродинамику и теорию волн на воде. Л.: Гидрометеиздат, 1953, 788 с.

2. Le Mehaute B., Kuh C., Hwang L.S. A sinthesis of wave run-up. J. Waterways Harb. Div., Asce, 1968, v.94, N1, p. 77-92.

ლიუ

Liu Q. Q., Chen L., Li J. C. and Vijay P. Singh, F.ASCE.: Roll waves in overland flow, J. Hydrol. Eng., 10(2), 110–117, 2005.

ლონგე-ჰიგინსი

1. Лонге-хиггинс М.С. Механика прибрежной зоны. Механика, 1974, I, 143, с. 84-103;

2. Longuett-Higgins M.S., Steward R.W. The changes in amplitude of short gravity waves on steady nonuniform currents. J. Fluid Mech., N10, 1961

3. Longuet-Higgins M.S., Stewart R.W. A note on wave set up. J. Marine res., 21 (I), 1963., p. 4-10

4. Longuett-Higgins M.S. On the statistical distribution of the heights of sea waves. J. Marine Res., 11(3) 1952, p. 345-366.

ლონგინოვი

Лонгинов В.В. Динамика береговой зоны бесприливных морей. М.: Изд. АН СССР, 1963, 380 с.

ლიახტერი

1. Лятхер В.М., Милитеев А.Н. Расчет наката длинных гравитационных волн на откос. Океанология, 1974, т. 14 №1 с. 37-42

2. Лятхер В.М., Мишуев А.В., Милитеев А.Н., Сладкевич М.С. Численные методы расчета наката длинных волн на берег. В кн. процессы возбуждения и распространения цунами. М.: ИОАН, 1982, с. 103-108

ლიუ

Liu Q. Q., Chen L., Li J. C. and Vijay P. Singh, F.ASCE.: Roll waves in overland flow, J. Hydrol. Eng., 10(2), 110–117, 2005.

მამრადე

Мамрадзе Г.П., Музаев И.Д. Определение колебания воды в водохранилище при опознях с учетом изменения очертания водохранилища в плане. Сообщения АН ГССР, т. 69, №3, 1973, с. 653-656.

მასხო

1. Масс Е.И., Мамрадзе Г.П экспериментальное исследование движения волн на поворотных участках русла. Сообщения АН ГССР, т. 63, №2, 1971, с. 385-388.

2. Масс Е.И., Судобичер В.Г. Численный метод расчота наката волн в прибрежной зоне крупных водоемов. Водные ресурсы, 1980, №3, с. 143-148.

მესხელი

Месхели К.П. Экспериментальное исследование сопротивления тел при их колебательном движении в жидкости. Тр. ГрузНИИЭГС, Энергия, М., 1984, с. 48-53.

მეთიუზ-უოკერი

Mathews, J. and Walker, R.W.: Mathematical Methods of Physics, Addison-Wesley, Marlo Park, second edition, 1970.

Метьюз Дж., Уокер Р. Математические методы физики. М.: Атомиздат, 1972, 400 с.

მირცხულავა

Мирицхулава Ц.Е. размыв русел и методика оценки их устойчивости. М.: Колос, 1967, 179 с.

მიშო

Mich M. Mouvements Underlatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante. Annales des ponts et Cheusseer, vol. 114, N3, 1944, pp. 270-292, N4, pp 369-406.

მიშუევო

1. Мишуев А.В., О волновых процессах в каналах при быстром образовании отверстий в водоперегораживающем сооружении. Сб. научн. -метод. статей по гидравлике, вып. I, М.: Высшая Школа, 1977, с.68-78.

2. Мишуев А.В., Сладкевич М.С., Исследование параметров прерывной волны в зонах резкого изменения ширины канала. Тез. тсообщ. Всесюзного симпоз. "Численные методы в гидравлике". Л.: 1980, с. 38-41

მუზაევი

1. Музаев И.Д. Волновое движение воды в бьефах горных гидроузлов. Диссертация доктора техн. наук. Тбилиси, 1987, 317 с.

2. Музаев И.Д., Гвелесиани Т.Л., К исследованию волн возникающих в водохранилище при обвальных явлениях с учетом изменения ширины каньона. Тезисы докл. молодых ученых и специалистов. Тбилиси.: Мецниереба, 1975, с. 17-19

3. Muzaev I.D., Gvazava G.N., Kereselidze N.B. The largescale three-dimensional modelling applications of the breakingwave. XIX Congress IARH, New Delhi, India, 1981, p. 351-360.

ბაკამურა

Nakamura B. An experimental study on transformation and run-up of long period waves on a gentle slope of a beach. Bull. Kyoto Univ., 1976, v.26, n4, p.194.

ბერასოვი (რედ)

1. Гидродинамика береговой зоны и эстуариев; перевод с английского А.В.Некрасова, Р. В. Пясковского, В. М. Радикевича; «гидрометеорологическое издательство», Ленинград, 1970 г. 393 с.
2. Nekrasov, V. and Pelinovski, E. N. (Eds.): Practical Manual on Ocean Dynamics. Gidrometeoizdat, Sankt-Petersburg (in Russian). 1992.

ბიკიფოროვი

1. Никифоров А.Ф., Уваров В.В. специальные функции математической физики. М.: Наука, 1984, 344 с.
2. Никифоров А.Ф., Сидорчук В.М., Уваров В.В. Основы теории специальных функции. М.: Наука, 1974, 304 с.

ბორმატული დოკუმენტები, მითითებები და რეკომენდაციები

1. Временные технические указания по проектированию морских берегоукрепительных сооружений. М.: ВНИИТС Минстроя СССР, 1958, 60 с.
2. Метод Граничных интегральных уравнений. Механика, новое в зарубежной науке. №15, М.: Мир, 1978, 209 с.
3. Методические указания по проектированию берегозащитных пляжей на черноморском побережье Грузии. НПО “Грузморберегозащита” ГрузНИИТИ, Тбилиси, 1984, 116 с.
4. Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновых и от судов). СНиП 2.06.04.82. М.: Стройиздат, 1983.
5. Руководство по определению нагрузок и воздействию на гидротехнические сооружения волновых, ледовых и от судов. 11 58-76 Л.: ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 1977, 316 с.
6. Руководство по расчету морского волнения и ветра над морем. Л.: Гидрометеоиздат, 1960, 153 с.
7. СНиП 92-60, Госстрой СССР. Технические условия определения волновых воздействия на морские, речные сооружения и берега. М.: Госстройиздат, 1960.
8. Технические указания по проектированию морских берегозащитных сооружений. ВСН 183-74. М.: Оргтранстрой, 1975, 118 с.
9. Технический проект регулирующего сооружения на р. Риони с мостовым переходом. Том II, Книга 2 М.: Гипроводхоз. 1951 г.
10. Защита от размыва русл и нижних бьефов водосбросов (Рекомендации по проектированию). М.: Водгео. 1974 г.
11. Рекомендации по расчету волн в каналах. М.: Союзводпроект Союзгипроводхоз, 1988, 50 с.
12. Практикум по динамике океана. Под редакцией Пелиновского Е. Н., Гидрометеоиздат, С-П. 1992, 318 с.

ოსტროვსკი

Островский Л.А., Пелиновский Е.Н. Трансформация волн на поверхности жидкости переменной глубины. Изв. АН СССР ФАО, 6, №9, 1970, с. 934-939;

პელინოვსკი

1. Пелиновский Е.Н. Нелинейная динамика волн цунами. ИПФ АН СССР, Горький, 1982, 226 с.
2. Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е., Энгельбрехт Ю.К. Нелинейные эволюционные уравнения. Таллин.: Валгус, 1984, 54 с.
3. Пелиновский Е.Н., Накат цунами на берег. сб. научных трудов АН СССР, Институт прикладной физики, Горький 1985, 216 с.
4. Пелиновский Е.Н., Дифференциальная модель волн на воде. ДАН СССР, т. 3000, №5, 1988, с. 1231-1234.

პერიგრინი

1. Peregrine D.H. Long waves on a beach. J. Fluid Mech., 1967, v. 27, pt. 4, p. 815-827.
2. Peregrine D.H. Beaking waves on beaches. Ann. Rev. J. Fluid Mech., 1983, v. 15, p. 149-178.

პეროლი

Perroli G. Linfbucua Della forma del foundo sui moti ondosi u “alti e ress techn.soc.ing.e archit” Torino, 23, 1969, NIO, p. 244-247. 332 с.

პონსე

http://ponce.sdsu.edu/chow_froude_and_vedernikov.html.

პრაუდმენი

Праудмен Д.Ж. Динамическая океанография. М.: ИЛ, 1957, 610 с.

პულინი, ჯუბერტი

Pullin D. I., Joubert P.N. Behaviour of a converging-channel breakwater and experiment. J. Fluid Mech., 1984. vol. 141, p. 123-138;

ჟელეზნიაკი

Железняк М. И., Селезов И.Т. О численном моделировании поверхностных волн в прибрежной зоне. В кн.: Численные методы в гидравлике. Л.: Энергия, 1980, с. 63-67

რიცო

Риццо Ф. Метод Граничных интегральных уравнений. Механика – новое зарубежной науке №15, М.: Мир, 1978, с. 11-17

რიჩარდი

Richard, G. L., and Gavriluk, S. L., A new model of roll waves: comparison with Brock's experiments, J. Fluid Mech., 698, 374-405, 2012.

როუზი

Rouse, H.: Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers. New York: Dover, 1961.

რუმიაძე

Румянцев Б.М. К теории волн Коши-Пуассона у наклонного берега. Докл. АН СССР, т.135, №2, 1960, с. 287-289;

საცვარელობე

1. Сакварелидзе В.В. Определение профиля динамического равновесия галечных пляжей. Гидротехническое строительство №7, 1975, с. 22-23
2. Сакварелидзе В. В., Провести исследования и разработать инженерные мероприятия для защиты участков пляжевой полосы побережья ГССР, отчет Груз. НИИЭГС для Госстроя ГССР, Тбилиси, 1980, 107 с.

სელეზოვი

Селезов И.Т., Сидорчук В.Н., Яковлев В.В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа. Киев: Наукова думка, 1983, 208 с.

სმირონოვი

Смирнов Г.Н. Океанология. М.: Высшая школа, 1987, 408 с.

სნედდონი

Снеддон И. Преобразование Фурье, М.: ИЛ, 1955, 668с.

სრეტენსკი

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: НКТП СССР, 1936, 303 с.
2. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977, 815 с.

სტოკერი

1. Stoker, J. J , Water Waves The Mathematical Theory With Applications. Institute of Mathematical Sciences New York University, New York , 1957, 609 p.
2. Стокер Дж. Волны на воде. М.: ИЛ, 1959, 618 с.

სტომელი

Stommel H., Farmer H.G. Abrupt change in width in two-layer open channel flow, sears foundation. Journal of Marine Research, vol. 11, 1952, p.205.

ტეილორი

Taylor G. the action of a surface current used as breakwater. Proc. Roy.Soc. 1955, n.1187, p.232

ტიტოვი

Титов Л.В. Ветровые волны. Л.: Гидрометеиздат, 1969.

ტოგონიძე, გაგოშიძე

Togonidze N.V., Gagoshidze SH.N. One-dimensional hydrodynamic model of propagation of long baric and surface waves in extended aquatoria in the presence of a current. In XY Congress IAHR, Turkey, Istanbul, vol.5, 1973.

უიზემი

Уйзем Д. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977, 622 с.

უნა

Unna P.I. Waves and tidal streams. Natura, n. 3773, vol. 149, london, 1942.

უონი

Uon M.C. Asymptotic theory of unsteady three-dimensional waves in a channel of arbitrary cross section. Siam J. Appl. Math., 1969, 17, n2, p.260-272

ურსელი

Ursell F. The effect of a fixed vertical barrier on surface waves in deep water. Proc. Cembridge Phyl. Soc., vol.43, 1947.

ფედორუკი

Федорук М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1983, 352 с.

ფედაიევსკი

Федяевский К.К. и др. Гидромеханика. Л.: Судостроение, 1968, 532 с.

ფილიპსი

Филлипс О. Динамика верхнего слоя океана. М.: Мир, 1969, 267 с.

ფრიმანი

Freeman John C. J r., Baer Ledolph and Jung Glenn H. The Bathystrophic Storm Tide. J. Marine Research, 16 (1), 1957.

ქართველიშვილი

Картвелишвили Н.А. Неустановившиеся открытые потоки. Л.: Гидрометеоздат, 1968, 126 с.

ღოღელიანი

1. Гогелиани Л. Д. Вопросы гидравлики галоклина в устьях рек бесприливных морей. Тр. ЗапНИГМИ, вып 31(37), Л.: Гидрометеоздат 1973, с. 129-160
2. Гогелиани А. Д., Гагошидзе Ш. Н., Кадария Ю.Р., Чигладзе Г.О., Статический галоклин в устьях рек с конечными уклонами дна, Труды конференции «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей» Институт водных проблем РАН, 22-26 ноября 2004 г., Москва, Россия. ст. 514-516

შაიტანი

Шайтан В.С. Исследование устойчивости камня в неоднородной наброске при действии волн. Тр. гидр. лаборатории ВНИИ ВОДГЕО, сб. XII, М.: ГСИ, 1965

ში-იგალი

Shi-Igal H., Sawamoto H. Experimental and theoretical modelling of saline wedges, 13-th Congress IAHR, Kyoto, 1968, vol. 13

შიიფი

Schijf J.B., Schomfeld J.C. Theoretical considerations on the motion of salt and fresh water, Proo. Minnesota Intern. Hydraulics Conven. Minn., 1953, p.322

შონფელდი

Schonfeld J.C. Distortion of long waves equilibrium and stability. Union Geodes. et Geoph. Intern. 1951, vol. 4.

შოუ

1. Shaw R.P: Boundary integrals equation methods applied in to transient wave scattering in an inhomogeneous medium: // J.Appl.Mech. No.42. 1975. P. 147-152.
2. Шоу Р.П. Применение метода граничных интегральных уравнений к теории волн на поверхности воды. Механика, новой в зарубежной науке №15. М.: Мир. 1978, с. 18-30

შულეიკინი

1. Шулейкин В.В. Рефракция волн на материковой отмели. Изв. АН СССР, №10, 1935, с. 1355-1370
2. Шулейкин В.В. Физика моря. М.: Наука, 1981, 1038 с.

შუტო

Shuto N. Standing wave in front of a sloping dike. Coastal engineering in Japan. 1972. vol.15. p. 13-23.

ჩერტოუსოვი

Chertousov, M.D.: Hydraulics. A Special Course. Gosenergoizdat, Moscow-Leningrad (in Russian), 1962.

ჩუგაევი

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л.: Госэнергоиздат, 1982, 672 с.
2. Чугаев Р.Р. Гидротехнические сооружения. М.: Высшая школа. 1973.

ჭანიშვილი

Чанишвили А. Г. Безнапорное равномерное движение жидкостей в трубопроводах. Изв. ТНИГЭИ, №1, Тбилиси, 1947, с. 69-85.

ხრისტოანოვიჩი

Христианович С.А. Неустановившееся движение в каналах и реках. Некоторые волросы механики сплошной среды. М.: Изд. АН СССР, 1938, с. 143

ჯონსონი

1. Jonson I.W. The retract of surface waves by currents. Trans. Amer. Geophys. Union, 1947, vol. 28, N6, 2
2. Jonson I.W. Fuchs R. A. Morison J.R. The damping action of submerged breakwaters. Trans. AGU, 1951. vol.5.

ჯონსი

Jonhs B., Jefferson R.I. The numerical modeling of surface wave propagation in the surf zone. J. Phys. Oceanography., 1980, v.10, #7, p. 1061-1069.

ჯუნკოვსკი

1. Джунковский Н.М. Действие ветровых волн на гидротехнические сооружения. М.: Наука, 1964, 228 с.
2. Джунковский Н. М., Каспарсон А.А. и др. Порты и портовые сооружения. Ч. II. М.: Госстройиздат, 1967, 447 с.

ჰარლემანი

Harleman D., Moopes J., The prediction of salinity intrusion changes in partially mixed estuaries. Proc. X Congress IAHR, London, 1963.

ჰოდგინსი

Hodgins, D. O., Leblond, P.H. And Huntley, D.A. Shallow-water wave calculations. Canadian Contractor Report of Hydrography and Ocean Sciences, 10, 1985. 75 p.

შალვა გაგოშიძე - საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ემერიტუს-პროფესორი, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი. პროფესორი

E-mail: sh.gagoshidze@gmail.com

დაიბადა თბილისში, 1946 წელს. 1969 წელს დაამთავრა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი სამდინარო ნაგებობათა და ჰიდროელექტროსადგურების მშენებლობის სპეციალობით;

საქართველოს ენერგეტიკისა და ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა ს.კ. ინსტიტუტში 1974 წელს დაიცვა საკანდიდატო, ხოლო 1994 წელს - სადოქტორო დისერტაცია საზღვაო ჰიდრომშენებლობისა და ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკის სფეროში;

არის ჰიდრაულიკოსთა საერთაშორისო ასოციაცია IAHR და ამერიკის მეცნიერთა ასოციაცია Sigma Xi-ს წევრი; საქართველოს საინჟინრო აკადემიის წევრი;

დაჯილდოებულია ღირსების მედლით (2003);

გამოქვეყნებული აქვს 100-ზე მეტი სამეცნიერო სტატია.

მოხსენებებითა და პუბლიკაციებით მონაწილეობას იღებდა ჰიდრაულიკოსთა საერთაშორისო ასოციაციის IAHR სტამბულის XV, მოსკოვის XX, მადრიდის XXIV, თესალონიკის XXX და ევროპის გეოფიზიკოსთა კავშირის EGU ვენის 2011-2016 წლების მსოფლიო კონგრესებში; წყლის ტალღურ მოძრაობათა ჰიდროდინამიკის სფეროში გამოქვეყნებული აქვს სტატიები ყოფილი საკავშირო მეცნიერებათა აკადემიის გამოყენებითი ფიზიკის ინსტიტუტის კრებულებში და საკავშირო მეცნიერებათა აკადემიის პერიოდულ გამოცემებში "Океанология" (1989), "Физика атмосферы и океана" (1990), რუსეთის მეცნიერებათა აკადემიის ჟურნალში "Фундаментальная и прикладная гидрофизика" (2010) და სხვ.

მდინარე ჭოროხზე ჰიდროელექტროსადგურების კასკადის მშენებლობასთან დაკავშირებით, მონაწილეობას იღებდა თურქულ მხარესთან მოლაპარაკებებში (1998);

ჰოლანდიელი სპეციალისტების მიერ, როგორც ექსპერტი, მიწვეული იყო სამხრეთ აფრიკის ქ. კეიპტაუნში ფოთის პორტის მოლოს რეაბილიტაციასთან დაკავშირებული ლაბორატორიული კვლევების მეთვალყურედ (2006).

მსოფლიო ბანკის საირიგაციო-სერაბილიტაციო პროექტების მოსამზადებელ ჯგუფში მონაწილეობა მიიღო ქვემო ალაზნის, სიონის, ალგეთის, ტაშისკარის, ზონკარის და სხვა სამელიორციო სისტემების რეკონსტრუქციის პროექტების შეიმუშავებაში. გამოიკვლია ქ.ფოთთან მდ. რიონის წყალგამყოფი ჰიდროკვანძის ქვედა ბიეფის ნგრევის მიზეზები და წარმოადგინა შესაბამისი სარეაბილიტაციო წინადადებები.

იბეჭდება ავტორის მიერ წარმოდგენილი სახით

გადაეცა წარმოებას 28.06.2018. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 03.07.2018. ქაღალდის
ზომა 60X84 1/8. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 14,5.

საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი, კოსტავას 77



Verba volant,
scripta manent